225
S

MANUALE

DI

FISICA PRATICA

O

Guida alle Ricerche Fisiche Sperimentali

DI

A. Dott. NACCARI E **M. Dott. BELLATI**

Incaricato dell'insegnamento della Fisica tecnologica nella R. Università di Padova

Privato docente d'Introduzione alla Fisica superiore nella stessa Università.

N° Inv. 1469
FIS
R. Università di Torino
ISTITUTO DI FISICA
S II. 52

FIRENZE TORINO ROMA

ERMANNO LOESCHER

1874

Pre NALCA
inv. FIS 1463

PROPRIETÀ LETTERARIA.

Torino, Tip. V. BONA, via Ospedale, 3.

AL CAV. FRANCESCO ROSSETTI

PROFESSORE DI FISICA NELLA R. UNIVERSITÀ DI PADOVA

IN ATTESTATO DI GRATITUDINE

DEDICANO

QUESTO LAVORO

GLI AUTORI.

PREFAZIONE

Chiunque siasi dato a ricerche di Fisica sperimentale avrà dovuto notare ben presto come le cure, che si richiedono in pratica a ben stabilire le leggi di un fenomeno e ad eseguire una misura qualunque, sieno maggiori di quelle ordinariamente suggerite dai comuni trattati: avrà veduto quante minute avvertenze, quanta indefessa pazienza sien necessarie, e quanti sieno gli errori, che d'ogni parte minacciano i risultati. Che s'egli non abbia avuto la rara ventura di esser guidato nei primi passi da uno sperimentatore provetto, avrà spesso incontrate inattese difficoltà, e avrà probabilmente fatto ricorso a più libri senza poterne trarre gran frutto. Utilissimo dovrebbe quindi in tal caso riuscire un libro che, tenuto conto delle accennate difficoltà, ponesse sott'occhio i metodi di eseguire le principali ricerche, e di rettificare e adoperare i più importanti strumenti, porgendo nel tempo stesso riuniti i risultati di antecedenti esperienze e facilitando i calcoli mediante tavole opportune. L'idea nostra nel pubblicare questo Manuale fu appunto quella di provvedere a tale bisogno. Non è questo adunque un trattato di Fisica, ma piuttosto un com-

plemento di esso in quanto riguarda la pratica esecuzione delle ricerche e il modo di calcolarne e correggerne i risultati.

Nel prefiggerci l'orditura del libro abbiamo anzi tutto ristretto il nostro campo alle misure, o, per dir la cosa altrimenti, alle ricerche *quantitative*, e ommettemmo in generale la diretta verificazione delle leggi dei fenomeni, la quale ha scopo puramente didattico. Ognun vede poi come anche attenendosi alle misure soltanto, restasse campo infinito alla estensione del libro. Avendo in mira anzi tutto di far opera utile e pratica, e volendone non soverchia la mole, ci attenemmo a quelle ricerche, le quali possono più facilmente venir ripetute o ampliate nei laboratorii, e ommettemmo quelle che esigono apparecchi molto costosi e difficili a costruirsi, come ad esempio la determinazione del calore specifico dei gas, del calore di vaporizzazione, ecc. Nè abbiamo fatto altrimenti per quelle porzioni della Fisica, che nei comuni trattati o in pubblicazioni speciali e non rare sono svolte nella parte pratica così ampiamente, che poco o nulla ci sarebbe restato da aggiungere: citiamo ad esempio gli studii sul calore raggiante, e sulla elettricità statica.

Credemmo opportuno di esporre nella prima parte i metodi di ricavare dalle esperienze od osservazioni la legge di un fenomeno; e se ciò facemmo alquanto diffusamente, in ispecie per quanto spetta al metodo dei minimi quadrati, si fu per la scarsezza d'opere speciali che ne trattino con particolare riguardo alla Fisica e perchè ci sarebbe riuscito difficile il dar con chiarezza le nude regole di applicazione alla pratica. Nelle parti successive esponemmo i metodi più opportuni di eseguir le esperienze, aggiungendo, ove ci parve opportuno, qualche esempio numerico. Ricorremmo pressochè

sempre alle memorie originali degli sperimentatori più valenti, essendo ivi appunto che si può raccogliere quelle pratiche avvertenze di cui tenemmo gran conto, e altre ne aggiungemmo suggeriteci dalla nostra propria esperienza. Nei varii casi in cui non ci fu assolutamente possibile procacciarci qualche memoria originale, ci siam valsi dei migliori trattati, e in ispecie di quelli del Mousson e del Wüllner.

Colla serie di tavole numeriche poste in fine al volume cercammo di raccogliere i risultati delle più esatte esperienze e di agevolare agli sperimentatori i calcoli di riduzione.

Noi saremmo paghi se l'opera nostra, che certamente, malgrado le cure prestatevi, riuscirà per più conti manchevole, venisse stimata non inutile affatto dai cultori della Fisica sperimentale.

INDICE

C4C03

PARTE PRIMA.

Dell'applicazione della Matematica alla Fisica pratica.

§ 1. Applicazione della Matematica alla Fisica pratica . . . . *Pag.* 1
» 2. Errori assoluti e relativi . . . . . » »
» 3. Abbreviazioni dei calcoli su quantità molto piccole . . . » 3
» 4. Relazione fra gli errori della quantità dipendente e delle indipendenti . . . . . » 5
» 5. Approssimazioni successive . . . . . » 6

Sunto della teoria degli errori

» 6. Errori di osservazione . . . . . » 7
» 7. Forma della funzione φ . . . . . » 9
» 8. Medio aritmetico, errore del medio ed error medio . . . » 11
» 9. Errore probabile. Modulo di precisione . . . . . » 13
» 10. Esempio d'applicazione . . . . . » 16
» 11. Pregio delle osservazioni. Errori costanti . . . . . » 18

Delle formole d'interpolazione.

» 12. Interpolazione . . . . . » 19
» 13. Formole d'interpolazione di Lagrange e di Newton . . . » 21
» 14. Esempii d'applicazione . . . . . » 23

Determinazione delle costanti empiriche.

» 15. Costanti empiriche . . . . . » 25
» 16. Metodi delle equazioni di condizione e di Boscovich . . . » 26
» 17. Applicazione del metodo dei minimi quadrati . . . . . » 29
» 18. Norme pratiche per l'esecuzione del calcolo . . . . . » 32
» 19. Esempio numerico . . . . . » 37
» 20. Formola di Degen . . . . . » 41
» 21. Esempio . . . . . » 47
» 22. Determinazione delle costanti empiriche nel caso di una funzione qualunque . . . . . » 49

Curve e formole empiriche.

» 23. Delle curve empiriche . . . . . » 51
» 24. Metodo dello Schiaparelli dei valori perequati . . . . . » 53
» 25. Delle formole empiriche . . . . . » 56

Rappresentazione dei fenomeni periodici.

§ 26. Formola di Bessel . . . . . *Pag.* 60
» 27. Formole più frequentemente adoperate . . . . . » 64
» 28. Valori massimi, minimi e medii . . . . . » 66
» 29. Numero delle costanti da ritenere nella formola. Caso in cui manchi qualche osservazione . . . . . » 68
» 30. Esempio d'applicazione . . . . . » 70

PARTE SECONDA.

Di alcune misure che più frequentemente occorrono in Fisica.

» 31. Avvertenze generali . . . . . » 75.

Misura delle lunghezze.

» 32. Scale divise . . . . . » 76
» 33. Esame della vite d'una macchina divisoria . . . . . » »
» 34. Rettifica della vite micrometrica. Uso della vite medesima . » 77
» 35. Modo di incidere sul vetro . . . . . » 79
» 36. Nonio o Verniero . . . . . » 80
» 37. Oculare micrometrico . . . . . » 82
» 38. Errori di una graduazione . . . . . » 84
» 39. Verticale . . . . . » 87
» 40. Livelletta . . . . . » »
» 41. Rettifica della livelletta . . . . . » 88
» 42. Sensibilità della livelletta . . . . . » 89
» 43. Uso della livelletta . . . . . » »
» 44. Catetometro . . . . . » 90
» 45. Rettifica del catetometro . . . . . » 91
» 46. Uso del catetometro . . . . . » 92
» 47. Sferometro . . . . . » 94

Misura degli angoli.

» 48. Cerchio diviso. Teodolite . . . . . » 97
» 49. Errori nella misura degli angoli. Esame della graduazione d'un cerchio . . . . . » 98

Misura delle superficie.

» 50. Misura delle superficie . . . . . » 100

Misura dei volumi.

» 51. Generalità . . . . . » 101
» 52. Misura diretta del volume d'un fluido mediante recipienti graduati » 102
» 53. Esempio . . . . . » 104
» 54. Graduazione d'una campanella . . . . . » 106
» 55. Misura del volume d'un corpo dedotta dalla quantità d'un fluido da esso spostata . . . . . » »
» 56. Volumenometro di Kopp . . . . . » 107
» 57. Misura del volume d'un corpo per mezzo del suo peso . . » 110

Misura delle masse.

a) Bilancia.

§ 58. Generalità . . . . . Pag. 110
» 59. Collocamento della bilancia e correzione dello zero . . . » 111
» 60. Pesata d'un corpo . . . . . » 113
» 61. Condizioni di esattezza d'una bilancia . . . . . » 115
» 62. Metodo delle doppie pesate . . . . . » 117
» 63. Metodo della tara o di Borda . . . . . » 118
» 64. Sensibilità della bilancia . . . . . » »
» 65. Determinazione degli errori d'una serie di pesi . . . . » 119
» 66. Valore nell'aria dei pesi numerati . . . . . » 124
» 67. Correzione del peso dei corpi . . . . . » 125

b) Determinazione della densità dei corpi.

Densità dei solidi e dei liquidi.

» 68. Misura della densità d'un corpo solido o liquido . . . . » 127

Densità dei solidi.

» 69. Metodo della bilancia idrostatica . . . . . » 128
» 70. Metodo dell'areometro di Nicholson . . . . . » 129
» 71. Metodo della boccetta . . . . . » »
» 72. Metodo della bilancia a molla di Jolly . . . . . » 131
» 73. Casi speciali . . . . . » 132

Densità dei liquidi.

» 74. Metodo della bilancia idrostatica . . . . . » 134
» 75. Metodo dell'areometro . . . . . » 135
» 76. Metodo della boccetta . . . . . » »
» 77. Metodo della bilancia a molla di Jolly . . . . . » 136
» 78. Areometri a peso costante . . . . . » 137

Densità dei gas.

» 79. Definizione e distinzione dei metodi . . . . . » 138
» 80. Metodo di Bunsen . . . . . » 139
» 81. Calcolo delle esperienze . . . . . » 141
» 82. Esempio . . . . . » »
» 83. Altro metodo . . . . . » 142
» 84. Apparecchio di Regnault e modo di prepararlo per le esperienze » »
» 85. Modo di eseguir le esperienze . . . . . » 145
» 86. Esempio . . . . . » 146

Densità dei vapori.

» 87. Definizioni . . . . . » 148
» 88. Metodo di Gay-Lussac . . . . . » 149
» 89. Modificazione dell'Hoffmann . . . . . » 150
» 90. Metodo di Dumas . . . . . » 151
» 91. Calcolo delle esperienze . . . . . » 152
» 92. Modo di operare nel caso che rimanga dell'aria nel pallone . » 153

Misura delle pressioni.

a) Barometro.

§ 93. Purificazione del mercurio . . . . . *Pag.* 154
» 94. Scelta e pulitura della canna barometrica . . . . . » 155
» 95. Ebollizione del mercurio . . . . . » 156
» 96. Barometri da laboratorio . . . . . » 159
» 97. Barometro di Fortin . . . . . » 160
» 98. Uso del barometro. Correzioni . . . . . » 161
» 99. Altri barometri . . . . . » 164

b) Manometri.

» 100. Manometro ad aria libera . . . . . » 165
» 101. Manometro ad aria compressa . . . . . » 166

Misura del tempo.

» 102. Misura del tempo . . . . . » 168

Ipsometria.

» 103. Formola ipsometrica . . . . . » 170
» 104. Altre formole . . . . . » 172
» 105. Riduzione a livello del mare d'una colonna barometrica . . » 174
» 106. Errori nella misura delle altezze col barometro e norme pratiche » 175
» 107. Misura delle altezze mediante il termometro . . . . . » 178

PARTE TERZA.

Calore.

Misura delle temperature.

Termometro a mercurio.

» 108. Della costruzione d'un termometro . . . . . » 180
» 109. Scelta del cannello . . . . . » »
» 110. Pulitura del cannello . . . . . » 181
» 111. Calibrazione del cannello e incisione della scala . . . » »
» 112. Applicazione del serbatoio e introduzione del mercurio . . » 184
» 113. Della determinazione dei punti fissi della scala . . . » 185
» 114. Determinazione dello zero . . . . . » 187
» 115. Determinazione del punto 100 . . . . . » »
» 116. Del modo di esaminare un termometro già costruito e di stabilirne le correzioni . . . . . » 188
» 117. Metodo di Rudberg . . . . . » 190
» 118. Metodo di Gay-Lussac e di Pierre . . . . . » 191
» 119. Metodo di Hallström . . . . . » 192
» 120. Metodo di Kopp . . . . . » »
» 121. Calibrazione con due colonne di mercurio . . . . . » 195
» 122. Delle varie scale termometriche . . . . . » 198
» 123. Uso del termometro e correzioni relative . . . . . » 199
» 124. Comparazione di due termometri . . . . . » 200
» 125. Termometri per basse temperature . . . . . » 201

Termometro ad aria.

§ 126. Del termometro ad aria. Descrizione dello strumento . . Pag. 202
» 127. Uso del termometro ad aria . . . . . » 204
» 128. Preparazione dello strumento . . . . . » 205
» 129. Esempio . . . . . » 208

Misura della dilatazione lineare dei corpi solidi.

» 130. Considerazioni generali . . . . . » 209

Della misura diretta degli allungamenti.

» 131. Principio del metodo . . . . . » 211
» 132. Apparecchio di Ramsden e Roy perfezionato da Froment . » »
» 133. Apparecchio di Matthiessen . . . . . » 213
» 134. Calcolo delle esperienze . . . . . » 214

Amplificazione degli allungamenti mediante leva angolare.

» 135. Principio del metodo . . . . . » 215

Confronto degli allungamenti di due aste metalliche.

» 136. Descrizione del metodo . . . . . » »
» 137. Calcolo delle esperienze . . . . . » 217

Metodo fondato sul fenomeno delle interferenze.

» 138. Principio del metodo . . . . . » »
» 139. Descrizione degli apparecchi . . . . . » 218
» 140. Calcolo delle esperienze . . . . . » 220
» 141. Correzioni . . . . . » 221

Dilatazione assoluta dei liquidi.

» 142. Considerazioni generali . . . . . » 222

Misura diretta della dilatazione assoluta.

» 143. Principio del metodo . . . . . » »
» 144. Ricerca della quantità di mercurio necessaria alla compensazione » 223
» 145. Difetti del metodo . . . . . » »

Metodo dei vasi comunicanti.

» 146. Principio del metodo . . . . . » 224
» 147. Caratteri del metodo . . . . . » 225

1° Metodo fondato sull'osservazione della dilatazione apparente.

» 148. Principio del metodo . . . . . » »
» 149. Strumenti da adoperarsi. Determinazione del volume di essi . » 226
» 150. Altre operazioni preparatorie . . . . . » 228
» 151. Esperienze di misura . . . . . » 229
» 152. Calcolo delle esperienze . . . . . » 233
» 153. Correzioni da farsi alle osservazioni . . . . . » 235
» 154. Strumenti con cannello mobile . . . . . » 236

II° Metodo.

§ 155. Principio del metodo . . . . . Pag. 237
» 156. Strumenti da adoperarsi. Modo di eseguir le esperienze . . » »
» 157. Modo di calcolar le esperienze . . . . . » 238
» 158. Pregi e difetti del metodo . . . . . » 239

III° Metodo.

» 159. Paragone coi metodi precedenti . . . . . » »
» 160. Esempio . . . . . » 241

Metodo idrostatico.

» 161. Principio del metodo . . . . . » 244
» 162. Disposizione degli apparecchi ed esecuzione delle esperienze . » »
» 163. Calcolo delle esperienze . . . . . » 246
» 164. Avvertenze relative al liquido, su cui si sperimenta, e al filo, che pende dalla bilancia . . . . . » »

Determinazione della dilatazione dei liquidi a temperature superiori al punto ordinario di ebollizione.

» 165. Metodo dell'Hirn . . . . . » 248

Determinazione del massimo di densità.

» 166. Metodo da seguirsi per determinare la densità intorno al massimo » 250
» 167. Determinazione del vero punto di massima densità . . . . » »
» 168. Esempio . . . . . » 251

Misura della dilatazione cubica dei corpi solidi.

» 169. Considerazioni generali . . . . . » 252

Misura degli aumenti di capacità di un vaso.

» 170. Principio del metodo . . . . . » »
» 171. Modo di sperimentare . . . . . » »
» 172. Calcolo delle esperienze . . . . . » 254
» 173. Esempio. Determinazione del coefficiente di dilatazione d'uno strumento con cannello destinato alla misura della dilatazione dei liquidi . . . . . » »
» 174. Del termometro a peso . . . . . » 256

Misura dell'aumento di volume di un corpo solido qualunque mediante le variazioni del peso dell'acqua spostata.

» 175. Descrizione del metodo . . . . . » 257
» 176. Calcolo delle esperienze . . . . . » »

Metodo del termometro a peso.

» 177. Principio del metodo . . . . . » 258
» 178. Modo di sperimentare . . . . . » »
» 179. Calcolo delle esperienze . . . . . » 259
» 180. Uso d'uno strumento a cannello mobile . . . . . » »

Della misura della dilatazione dei gas.

§ 181. Dei metodi adoperati in queste ricerche . . . . . *Pag.* 260
» 182. Uso del termometro ad aria . . . . . » »

Della determinazione dei calori specifici dei corpi solidi.

» 183. Varii metodi . . . . . » 261

Metodo delle mescolanze.

» 184. Principio del metodo . . . . . » »
» 185. Apparecchio di Regnault . . . . . » 262
» 186. Modo di sperimentare . . . . . » 264
» 187. Apparecchio di Neumann . . . . . » 265
» 188. Modo di sperimentare . . . . . » 267
» 189. Apparecchio di Kopp . . . . . » »
» 190. Calcolo delle esperienze . . . . . » 268
» 191. Correzioni . . . . . » 270
» 192. Casi speciali . . . . . » 274
» 193. Esempio . . . . . » 275

Metodo della fusione del ghiaccio.

» 194. Principio del metodo . . . . . » 278
» 195. Metodo di Black . . . . . » »
» 196. Metodo di Lavoisier e La Place . . . . . » 279
» 197. Difetti del metodo . . . . . » 280
» 198. Metodo di Bunsen . . . . . » »
» 199. Preparazione dello strumento . . . . . » 281
» 200. Modo di sperimentare . . . . . » »
» 201. Calcolo delle esperienze . . . . . » 284
» 202. Esempio . . . . . » 286

Determinazione del calore specifico dei liquidi.

» 203. Varii metodi . . . . . » 287
» 204. Metodo delle mescolanze secondo il Marignac . . . . . » »
» 205. Calcolo delle esperienze . . . . . » 289
» 206. Esempio . . . . . » 290

Metodo del raffreddamento.

» 207. Principio del metodo . . . . . » »
» 208. Modo di sperimentare di Regnault . . . . . » 291
» 209. Calcolo delle esperienze . . . . . » 293
» 210. Esempio . . . . . » 294

Misura della conducibilità dei corpi per il calore.

» 211. Varii metodi . . . . . » 296
» 212. Metodo d'Ingenhouss . . . . . » »
» 213. Metodo di Despretz e di Franz e Wiedemann . . . . . » 298
» 214. Modo di sperimentare del Despretz . . . . . » 299
» 215. Modo di sperimentare di Wiedemann e Franz . . . . . » 300

§ 216. Esempio . . . . . Pag. 302
» 217. Metodo del Péclet per misurare la conducibilità assoluta dei metalli » 303
» 218. Metodo di Forbes . . . . . » 305
» 219. Cenni intorno ai metodi usati dal Péclet per i cattivi conduttori » 307

Determinazione del calore di fusione di un corpo.

» 220. Varii metodi . . . . . » 308
» 221. Metodo delle mescolanze . . . . . » »
» 222. Metodo del raffreddamento . . . . . » 310

Determinazione dello stato igrometrico dell'aria.

» 223. Dei varii metodi . . . . . » 311

Metodo chimico.

» 224. Principio del metodo . . . . . » »
» 225. Descrizione degli apparecchi e del modo di sperimentare . . » »
» 226. Calcolo delle esperienze . . . . . » 314

Metodo dell'igrometro a capello.

» 227. Principio del metodo . . . . . » 316
» 228. Preparazione dei capelli . . . . . » »
» 229. Costruzione e graduazione dello strumento . . . . . » »
» 230. Vantaggi e difetti dello strumento . . . . . » 319

Metodo degl'igrometri a condensazione.

» 231. Principio del metodo . . . . . » »
» 232. Igrometro di Regnault . . . . . » 320
» 233. Esempio . . . . . » 321
» 234. Igrometro di Belli . . . . . » 322
» 235. Uso dello strumento . . . . . » 323
» 236. Pregi e difetti dello strumento . . . . . » 324
» 237. Esempio . . . . . » 325

Metodo del psicrometro.

» 238. Principio del metodo . . . . . » »
» 239. Descrizione del psicrometro ed uso di esso . . . . . » 326
» 240. Modo di calcolare le osservazioni . . . . . » 327
» 241. Esempio . . . . . » 328

PARTE QUARTA.

Acustica.

Determinazione del numero delle vibrazioni corrispondente ad un dato suono.

» 242. Metodo del sonometro . . . . . » 329
» 243. Metodo della sirena . . . . . » 330
» 244. Metodo grafico . . . . . » 331
» 245. Metodo dei battimenti . . . . . » 333

Ricerca dell'intervallo esistente fra due note.

§ 246. Metodo ottico . . . . . *Pag.* 333
» 247. Metodo di Koenig. Uso delle capsule manometriche . . . » 335

Analisi dei suoni.

» 248. Dell'uso dei risonatori . . . . . » 337

Misura della lunghezza delle onde prodotte da un corpo sonoro.

» 249. Metodo di Koenig . . . . . » 338
» 250. Metodo di Mayer . . . . . » 339

Determinazione della velocità del suono nell'aria.

» 251. Varii metodi . . . . . » 341
» 252. Metodo dei suoni coincidenti . . . . . » »
» 253. Misura indiretta della velocità del suono mediante le canne acustiche. Principio del metodo . . . . . » 342
» 254. Modo di sperimentare di Dulong . . . . . » 344
» 255. Modo di sperimentare di Wertheim . . . . . » »
» 256. Metodo di Kundt . . . . . » 345

Misura indiretta della velocità del suono in gas diversi dall'aria.

» 257. Applicazione dei metodi già descritti . . . . . » 347

Misura indiretta della velocità del suono nei solidi e nei liquidi.

» 258. Modo di operare nel caso di un corpo solido . . . . » 349
» 259. Metodo di Wertheim per i liquidi . . . . . » »

PARTE QUINTA.

Ottica.

Fotometria.

» 260. Della fotometria in generale . . . . . » 350
» 261. Fotometro di Rumford . . . . . » »
» 262. Fotometro di Bunsen . . . . . » 351
» 263. Dell'unità di intensità luminosa . . . . . » 353

Determinazione degl'indici di rifrazione.

Metodo dello spettrometro.

» 264. Principio del metodo . . . . . » 354
» 265. Descrizione dello spettrometro . . . . . » 355
» 266. Modo di sperimentare . . . . . » 357
» 267. Altro modo di usar lo spettrometro . . . . . » 358
» 268. Applicazione dello spettrometro ai liquidi . . . . . » 359

Metodo del microscopio.

§ 269. Modo di sperimentare sui corpi solidi . . . . . *Pag.* 360
» 270. Modo di sperimentare sui corpi liquidi e molli . . . . » »

Metodo della riflessione totale.

» 271. Descrizione del metodo . . . . . » 362
» 272. Modo di dedurre l'indice di rifrazione per un raggio qualunque emanato da una sorgente luminosa dagli indici osservati per altri due raggi diversamente rifrangibili . . . . » 364

Analisi spettrale.

» 273. Descrizione dello spettroscopio . . . . . » 365
» 274. Modo di disporre lo strumento per le osservazioni . . . » 367
» 275. Norme generali relative alle osservazioni . . . . » 368

Specchi.

» 276. Misura del raggio di curvatura e della distanza focale di uno specchio concavo . . . . . » 370
» 277. Misura del raggio di curvatura d'uno specchio convesso . . » 372

Lenti.

» 278. Misura del raggio di curvatura della superficie di una lente . » 373
» 279. Posizione dei punti principali e dei fuochi principali . . » »

Cannocchiali.

» 280. Varie specie di cannocchiali . . . . . » 376
» 281. Ingrandimento del cannocchiale . . . . . » 379
» 282. Campo del cannocchiale . . . . . » 382
» 283. Chiarezza e nitidezza delle imagini . . . . . » 383
» 284. Reticolo . . . . . » 386
» 285. Pulitura dei vetri d'un cannocchiale . . . . . » 387

Microscopio.

» 286. Generalità . . . . . » 389
» 287. Microscopio semplice . . . . . » 390
» 288. Microscopio composto . . . . . » 391
» 289. Illuminazione dell'oggetto . . . . . » 393
» 290. Ingrandimento d'un microscopio . . . . . » 395
» 291. Esame d'un microscopio . . . . . » 398
» 292. Uso del microscopio . . . . . » 400

PARTE SESTA.

Magnetismo.

» 293. Delle varie determinazioni relative al magnetismo terrestre . » 402

Misura della declinazione magnetica.

» 294. Dei varii strumenti destinati alla misura della declinazione magnetica . . . . . » »

§ 295. Collocazione dello strumento . . . . . Pag. 405
» 296. Sospensione . . . . . » 406
» 297. Avvertenze relative alla torsione . . . . . » »
» 298. Difetto di coincidenza dell'asse geometrico con l'asse magnetico » 407
» 299. Correzione per le variazioni diurne . . . . . » 409
» 300. Modo di dedurre la posizione di equilibrio osservando le oscillazioni . . . . . » 410
» 301. Valore di una divisione della scala . . . . . » 411
» 302. Della determinazione del meridiano astronomico . . . » 412
» 303. Cenni intorno alla misura delle variazioni della declinazione . » »
» 304. Esempio. Determinazione della declinazione di Padova . . » 413
» 305. Altro esempio. Determinazione della declinazione magnetica di Praga il 13 luglio 1849 . . . . . » 414

Misura dell'inclinazione.

» 306. Bussola d'inclinazione . . . . . » 419
» 307. Modo di eseguire le osservazioni . . . . . » 420
» 308. Esempio. Misura dell'inclinazione in Padova il 26 aprile 1871 » 422

Misura delle forze magnetiche e in particolare dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre.

» 309. Nozioni elementari e definizioni . . . . . » 423

Misura relativa del momento di rotazione D e dell'intensità orizzontale T.

» 310. Metodo della bilancia di torsione . . . . . » 424
» 311. Misura del momento di rotazione D col metodo delle oscillazioni » 426
» 312. Misura della durata di un'oscillazione di una calamita . . » 427
» 313. Esempio . . . . . » 429
» 314. Correzione della durata t per l'andamento del cronometro e per l'ampiezza delle oscillazioni . . . . . » 431
» 315. Correzione per la torsione del filo . . . . . » 432
» 316. Correzione per la temperatura . . . . . » 433
» 317. Determinazione del momento d'inerzia dell'asta . . . » 434
» 318. Modo di tener conto delle variazioni che soffre il valore di D durante le esperienze . . . . . » 438
» 319. Esempio. Determinazione dei valori di D e di k . . . » »
» 320. Misura relativa dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre » 441
» 321. Misura assoluta dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre e del momento magnetico di una calamita . . . » 442
» 322. Modo di eseguir le esperienze . . . . . » 444
» 323. Correzioni . . . . . » 446
» 324. Avvertenza relativa all'induzione esercitata dalla terra . . » 448
» 325. Apparecchio di Weber . . . . . » 450
» 326. Altri apparecchi . . . . . » 452
» 327. Esempio. Determinazione della intensità orizzontale mediante il magnetometro di Gauss eseguita in Gottinga il 13 luglio 1841 » 453
» 328. Cenni intorno al metodo di Lloyd per determinare l'intensità . » 460

Varie avvertenze e nozioni pratiche relative al magnetismo.

§ 329. Norme per conservare la forza delle calamite . . . . Pag. 462
» 330. Modo di calamitare l'acciaio . . . . . » 463
» 331. Modo d'inargentare le lamine di vetro per gli specchi da applicarsi alle calamite . . . . . » 465

PARTE SETTIMA.

Elettricità dinamica.

Della produzione delle correnti.

» 332. Dei varii elettromotori . . . . . » 468

Coppie ad un sol liquido.

» 333. Delle varie coppie ad un sol liquido. Amalgamazione dello zinco » 469
» 334. Coppia Smee . . . . . » »
» 335. Coppia Leclanché . . . . . » 470
» 336. Coppia Warren de la Rue . . . . . » 471
» 337. Coppia Grenet . . . . . » »

Coppie a due liquidi.

» 338. Varie coppie a due liquidi. Coppia Daniell . . . . . » 472
» 339. Coppia Minotto . . . . . » »
» 340. Coppia Callaud . . . . . » 473
» 341. Coppia Marié-Davy . . . . . » »
» 342. Coppia Grove . . . . . » 474
» 343. Coppia Bunsen . . . . . » »
» 344. Avvertenze sulla scelta delle coppie . . . . . » 475
» 345. Modo di disporre le coppie . . . . . » 476

Misura delle correnti.

» 346. Unità di corrente, di forza elettromotrice e di resistenza . . » 477
» 347. Unità elettromagnetiche . . . . . » »
» 348. Altre unità . . . . . » 478
» 349. Modo di calcolar le correnti nel caso di circuito composto . » 479
» 350. Caso in cui il circuito contiene due soli nodi . . . . » 480
» 351. Esempio del modo di calcolar le correnti derivate . . . » 481
» 352. Misura effettiva della intensità delle correnti . . . . » 482
» 353. Della bussola delle tangenti . . . . . » »
» 354. Modo di correggere le indicazioni della bussola delle tangenti » 483
» 355. Esempio . . . . . » 485
» 356. Formole di approssimazione . . . . . » 486
» 357. Altre specie di bussole delle tangenti . . . . . » »
» 358. Della bussola dei seni . . . . . » 488
» 359. Galvanometri . . . . . » 490
» 360. Metodo di graduazione d'un galvanometro mediante rotazione del telaio dei fili . . . . . » »
» 361. Esempio . . . . . » 492
» 362. Metodo di derivazione . . . . . » 493

§ 363. Altri reometri . . . . . Pag. 494
» 364. Valore del coefficiente di riduzione d'una bussola nel caso che si adotti l'unità elettromagnetica . . . . . » 495
» 365. Determinazione del coefficiente di riduzione nel caso che si adottino unità chimiche . . . . . » »
» 366. Determinazione del coefficiente di riduzione mediante l'elettrolisi dell'acqua . . . . . » 496
» 367. Calcolo delle esperienze . . . . . » 500
» 368. Esempio. Determinazione del coefficiente di riduzione di una bussola delle tangenti . . . . . » 501
» 369. Determinazione del coefficiente di riduzione di una bussola mediante l'elettrolisi del solfato di rame . . . . . » 503
» 370. Graduazione d'un reometro qualunque . . . . . » 505
» 371. Esempio . . . . . » 506

Misura della resistenza elettrica dei corpi.

Campioni di resistenza e reostati.

» 372. Della misura delle resistenze. Campioni di resistenza . . » 507
» 373. Modo di preparare campioni di resistenza . . . . » 508
» 374. Metodi di Siemens e di Crova per determinare la resistenza dei cannelli di mercurio e preparare un campione di resistenza » 510
» 375. Esempio . . . . . » 511
» 376. Dei reostati . . . . . » 513
» 377. Del reocordo . . . . . » 516

Misura della resistenza dei corpi solidi.

» 378. Metodo di semplice sostituzione . . . . . » 517
» 379. Metodo di derivazione e sostituzione . . . . . » »
» 380. Metodo di Bosscha . . . . . » 518
» 381. Metodo del galvanometro differenziale. Verificazione dello strumento . . . . . » 519
» 382. Uso del galvanometro differenziale nel caso che, a parità di corrente, le azioni dei due circuiti sieno eguali . . . . » 520
» 383. Uso dello strumento nel caso che gli effetti dei suoi due circuiti, a parità di corrente, sieno diversi . . . . » 522
» 384. Metodo del ponte di Wheatstone . . . . . » 524
» 385. Modificazioni del ponte di Wheatstone. Precauzioni necessarie » 526
» 386. Riproduzione di una data resistenza . . . . . » 527
» 387. Metodo di Wheatstone modificato da Thomson . . . . » 529
» 388. Principio del metodo di Thomson . . . . . » 530
» 389. Disposizioni pratiche dell'apparecchio di Thomson . . . » 532
» 390. Verificazione o graduazione di un reocordo e di un reostato . » 533
» 391. Determinazione della resistenza di un reometro . . . » 535
» 392. Altro metodo di misurare le resistenze . . . . . » 536
» 393. Esempio. Determinazione della resistenza del filo d'un galvanometro » 537

Misura della resistenza elettrica dei liquidi.

» 394. Dei varii metodi di misurare la resistenza elettrica dei liquidi » 538
» 395. Metodo di Horsford e Becquerel . . . . . » 539

§ 396. Metodo di Paalzow . . . . . Pag. 541
» 397. Cenni sul metodo di Kohlrausch e Nippoldt . . . . » 542

Determinazione della forza elettromotrice delle coppie elettriche.

» 398. Della misura della forza elettromotrice . . . . . » 542
» 399. Costruzione di un campione della Daniell . . . . . » 543
» 400. Costruzione del campione di Latimer Clark . . . . . » »
» 401. Metodo di Fechner per misurare la forza elettromotrice di una coppia . . . . . » 544
» 402. Metodo di Ohm . . . . . » 545
» 403. Esempio. Determinazione della forza elettromotrice di una coppia Leclanché . . . . . » 546
» 404. Metodo di compensazione . . . . . » »
» 405. Modificazione del Du Bois Reymond . . . . . » 548
» 406. Avvertenze sull'uso del metodo . . . . . » 550
» 407. Del metodo di Poggendorff per misure assolute . . . » 551
» 408. Condizioni che devono essere soddisfatte perchè si possa ottenere la compensazione . . . . . » »
» 409. Osservazioni rispetto ai metodi precedenti . . . . . » 552
» 410. Esempio. Misura della forza elettromotrice d'una coppia Minotto col metodo di compensazione . . . . . » 553
» 411. Variazioni della forza elettromotrice . . . . . » 554

Determinazione della resistenza delle coppie.

» 412. Metodo di Ohm . . . . . » 555
» 413. Metodo di Wheatstone . . . . . » »
» 414. Esempio. Determinazione della resistenza di una coppia Daniell mediante il metodo di Wheatstone . . . . . » 556
» 415. Metodo di Waltenhofen . . . . . » »
» 416. Esempio. Determinazione della resistenza di una coppia di Daniell » 558
» 417. Metodo di Beetz . . . . . » 559
» 418. Esempio. Determinazione della resistenza di una coppia di Warren de la Rue . . . . . » 562
» 419. Altre proprietà da studiarsi in una coppia elettrica . . . » »

PARTE OTTAVA.

Tavole.

Tav. I. — Numeri e logaritmi d'uso frequente . . . . . » 567
» II. — Valori di $\frac{1}{a}$, a^3, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a}$, $2a\pi$, $a^2\pi$, $\frac{a}{2\pi}$ da $a = 1$ ad $a = 100$ . . . . . » 569
» III. — Quadrati dei numeri dall'1 al 1000 . . . . . » 573
» IV. — Simboli chimici e pesi atomici . . . . . » 577
» V. — Correzione approssimata delle pesate fatte nell'aria . . » 578
» VI. — Densità di alcuni corpi solidi . . . . . » 580
» VII. — Densità di alcuni liquidi . . . . . » 583
» VIII. — Densità di alcuni corpi aeriformi . . . . . » 584

Tav. IX. — Peso specifico dell'acido solforico idrato . . . . . *Pag.* 587
» X. — Peso specifico dell'acido nitrico misto ad acqua . . » 588
» XI. — Peso specifico delle soluzioni di cloruro di sodio . . » 589
» XII. — Peso specifico delle soluzioni alcooliche . . . . » »
» XIII. — Volumetro di Gay-Lussac e areometro di Baumé . . » 590
» XIV. — Depressione del mercurio nei tubi di vetro per effetto di capillarità . . . . . » 592
» XV. — Riduzione a 0° delle colonne di mercurio lette su scala di vetro . . . . . » 593
» XVI. — Riduzione a 0° delle colonne barometriche lette su scala d'ottone . . . . . » 600
» XVII. — Riduzione delle colonne d'acqua a 4° C. alle colonne di mercurio a 0° equivalenti . . . . . » 601
» XVIII. — Media pressione barometrica a varie altezze sopra il livello del mare . . . . . » 602
» XIX. — Misura delle altezze mediante il termometro . . . » 603
» XX. — Riduzione delle temperature Réaumur e Fahrenheit a temperature centesimali . . . . . » 604
» XXI. — Coefficiente di dilatazione termica lineare . . . » 607
» XXII. — Dilatazione del mercurio . . . . . » 609
» XXIII. — Densità e volume dell'acqua distillata fra — 10° e 100° » 610
» XXIV. — Dilatazione termica d'alcuni liquidi . . . . » 612
» XXV. — Dilatazione termica dei gas . . . . . » 613
» XXVI. — Valori della quantità $1 + 0{,}00367\ t$ e logaritmi relativi » »
» XXVII. — Valori della quantità $\frac{0{,}001\ 292\ 756}{(1 + 0{,}00367\ t)\ 760}$ . . . » 622
» XXVIII. — Temperatura di fusione d'alcuni corpi . . . » 623
» XXIX. — Temperatura di ebollizione di alcuni liquidi . . » 625
» XXX. — Forze elastiche del vapor d'acqua da — 32° a + 230° » 628
» XXXI. — Forze elastiche del vapor d'acqua da — 10° a + 35° » 631
» XXXII. — Forze elastiche del vapor d'acqua da 85° a 101° . » 636
» XXXIII. — Tensioni massime del vapor di mercurio . . » 638
» XXXIV. — Tensioni massime del vapor d'acqua che si svolge dalle soluzioni d'acido solforico . . . . . » »
» XXXV. — Tensioni massime dell'etere, alcool, cloroformio, cloruro di carbonio, solfuro di carbonio, benzina ed essenza di trementina . . . . . » 639
» XXXVI. — Temperature di alcuni vapori corrispondenti alle tensioni di 1, 2, 3 . . . 10 atmosfere . . . . . » 640
» XXXVII. — Calori specifici . . . . . » »
» XXXVIII. — Conducibilità per il calore . . . . . » 646
» XXXIX. — Calore di fusione e di vaporizzazione . . . » 647
» XL. — Mescolanze frigorifere . . . . . » 649
» XLI. — Intervalli musicali . . . . . » 650
» XLII. — Numero delle vibrazioni delle note musicali . . . » 651
» XLIII. — Velocità del suono . . . . . » 652
» XLIV. — Intensità di alcune sorgenti luminose . . . . » 654
» XLV. — Indici di rifrazione . . . . . » 655
» XLVI. — Lunghezza delle onde luminose . . . . . » 660
» XLVII. — Linee spettrali d'alcuni metalli . . . . . » 661

Tav. XLVIII. — Correzione della durata di un'oscillazione per l'ampiezza dell'oscillazione medesima . . . . . *Pag.* 662
» XLIX. — Forze elettromotrici di varie coppie composte da due metalli immersi in acqua acidulata con acido solforico . » »
» L. — Forze elettromotrici di alcune coppie elettriche . . . » 663
» LI. — Conducibilità e resistenza elettrica . . . . . » »
» LII. — Unità di corrente elettrica . . . . . » 666
» LIII. — Unità di resistenza elettrica . . . . . » »

AGGIUNTE.

Nota relativa al peso di un litro d'aria . . . . . » 669
Aggiunta ai §§ 103-105 (Ipsometria) . . . . . » 670
Modo di adoperare le tavole XV e XVI . . . . . » 672
Avvertenza . . . . . » »

INDICE ALFABETICO . . . . . » 673

PARTE PRIMA

Dell'applicazione della matematica alla fisica pratica.

---

1. **Applicazione della matematica alla fisica pratica.** — La grande precisione a cui ora aspirano le scienze fisiche, e che ne forma uno dei migliori pregi, richiede in coloro che vi si applicano una certa pratica del calcolo numerico ed algebrico, così per trarre il miglior profitto dall'applicazione della matematica alla fisica, come anche per abbreviare operazioni lunghe e penose.

Di questa parte importante della scienza i comuni trattati quasi non si occupano, e quelle opere che trattano per esteso della *teoria degli errori* o non sono accessibili ai principianti o sono di soverchia estensione. Per rimediare in qualche modo a questo difetto abbiamo creduto conveniente di premettere alcune notizie affatto elementari sulle operazioni di calcolo che occorrono ad ogni tratto nella fisica e sui metodi più opportuni per rappresentare matematicamente le leggi dei fenomeni.

2. **Errori assoluti e relativi.** — In generale le quantità che il fisico sottopone al calcolo sono date soltanto per *approssimazione:* ciò proviene dagli errori che non si scompagnano mai dalle osservazioni, e di questi errori importa avere notizia onde attribuire ad ogni risultato il grado di fiducia che merita e non allungare inutilmente i calcoli, tenendo conto di cifre inconcludenti. In un numero *approssimato* si distingue l'*errore assoluto* ed il *relativo:* il primo è la differenza tra il valore esatto ed il valore approssimato del numero che si considera; il secondo è il quoziente della divisione dell'errore assoluto pel numero esatto. Se nel valore di una quantità *a* possiamo

contare sull'esattezza di n cifre decimali, diciamo che l'errore assoluto di a è minore di un'unità dell'n^{esimo} ordine decimale, ovvero che il valore di a è approssimato a meno di un'unità dell'n^{esimo} ordine decimale. Ad esempio se fosse $a = 24{,}468$ e fossimo sicuri dei centesimi, 24,46 sarebbe un valore approssimato per difetto a meno di 0,01: aumentando di un'unità l'ultima cifra di cui si tien conto, cioè ritenendo $a = 24{,}47$, si avrebbe ancora un valore approssimato a meno di 0,01, ma per eccesso; — anzi nel nostro caso l'ultimo numero sarà preferibile, in quanto che l'8 che segue l'ultima cifra conservata è maggiore di 5, ed è probabile che il valore esatto del numero si avvicini più a 24,47 che a 24,46. Ove poi il numero 24,468 fosse esatto fino ai millesimi e si volesse tener conto solo dei centesimi, l'osservazione testè fatta si applica a tutto rigore, e si ritiene 24,47: allora il numero è approssimato a meno d'una mezza unità dei centesimi, ossia a meno di cinque unità dei millesimi. — Non essendoci noto l'errore assoluto di a, non possiamo calcolarne con esattezza l'errore relativo; ma tuttavia ci scosteremo assai poco dal vero prendendolo $= \frac{0{,}01}{24{,}47} = 0{,}000408$. Anzi nel maggior numero dei casi possiamo accontentarci di calcolare l'errore relativo con questa regola per sè evidente:

Se un numero è calcolato con m *cifre esatte, cominciando dalla cifra significativa* p *delle più alte unità, l'errore relativo è minore di* $\frac{1}{p.10^{m-1}}$. Così nel nostro esempio l'errore relativo di a è certo inferiore ad $\frac{1}{2.10^3} = \frac{1}{2000}$: se invece il numero a fosse $= 0{,}00366$ e si potesse contare sull'esattezza dell'ultima cifra decimale, l'errore relativo sarebbe minore di $\frac{1}{3.10^2}$, cioè minore di $\frac{1}{300}$.

La cognizione dell'errore relativo è più importante di quella dell'errore assoluto perchè solo il primo determina veramente il grado di approssimazione ottenuto: per esempio se abbiamo commesso l'errore di un centigrammo nel pesare due corpi, i cui pesi veri siano $1^{kil.}$ ed $1^{gr.}$ diremo d'aver ottenuto molto maggiòr esattezza nella prima pesata che nella seconda; infatti nel primo caso la frazione di cui abbiamo sbagliato (errore relativo) è $\frac{0{,}01^{gr.}}{1000^{gr.}} = 0{,}00001$, mentre nel secondo è $\frac{0{,}01^{gr.}}{1^{gr.}} = 0{,}01$. Per questa ragione un certo errore assoluto, che può essere trascurabile in un caso, può diventare incompatibile in un altro, e la sua influenza viene appunto determinata dall'errore relativo che gli corrisponde.

Intorno agli errori risultanti nelle operazioni più semplici su numeri approssimati si possono dare le regole seguenti:

In una somma gli errori assoluti dei singoli termini si sommano algebricamente: quindi se questi termini sono affetti da errori assoluti di diverso ordine giova ridurli tutti al medesimo ordine, abbreviando così il calcolo. Per esempio ove abbiansi a sommare i numeri 0,42; 3,2479 e 1,003 tutti approssimati fino ad un'unità dell'ultima loro cifra, basterà sommare $0,42 + 3,25 + 1,00$ perchè tenendo conto di tutti i decimali si arriverebbe solo ad un'approssimazione illusoria.

L'errore assoluto (con segno + o —) *della differenza di due numeri approssimati è eguale alla differenza o alla somma degli errori assoluti dei due numeri, secondo che questi errori hanno il medesimo segno o il segno opposto.*

L'errore assoluto di un prodotto di m *fattori approssimati si può ritenere sensibilmente eguale alla somma dei prodotti che si ottengono moltiplicando l'errore commesso sopra ciascun fattore pel prodotto degli altri* m — 1 *fattori.*

L'errore assoluto di un quoziente è assai prossimamente eguale alla differenza dei prodotti del divisore per l'errore del dividendo, e del dividendo per l'errore del divisore, divisa pel quadrato del divisore.

L'errore relativo di una somma è minore del massimo degli errori relativi dei termini che la compongono.

L'errore relativo di un prodotto o di un quoziente è molto prossimamente eguale alla somma degli errori relativi dei fattori del prodotto o alla differenza degli errori relativi dei termini del quoziente.

Per le potenze valgono teoremi analoghi a quelli dei prodotti (*).

Questi facili teoremi servono ad istruire il calcolatore sull'esattezza delle sue operazioni e gli indicano il numero delle cifre di cui può tener conto utilmente: per tal modo i calcoli riescono più spediti, ed a questo scopo giovano pure le cosidette *operazioni abbreviate*, le cui regole vengono esposte in tutti i moderni trattati d'aritmetica.

3. **Abbreviazione dei calcoli su quantità molto piccole.** — Le operazioni si possono ridurre brevissime quando nel calcolo si trovino delle frazioni assai piccole in confronto dell'unità, e tali che il quadrato di una di esse, od il prodotto di due, si possa del tutto

---

(*) La verità di queste proposizioni è quasi evidente; tuttavia ne sarà data in seguito una dimostrazione generale. Maggiori particolari sull'importante teoria delle approssimazioni decimali si troveranno nel capo XX della traduzione italiana del trattato d'aritmetica di Bertrand fatta dal prof. G. Novi (Firenze, Le Monnier 1862) od anche nel cap. VIII dell'opera *Calculs pratiques* di Babinet e Housel (Paris, Mallet-Bachelier 1857).

trascurare. Di questa natura sono in generale quelle quantità che nei calcoli di fisica si introducono nei termini di *correzione*, e giova tener presenti le poche regole, che seguono, e sono di tutta evidenza per chi è iniziato nella teoria delle serie. Se α, β, γ . . . sono frazioni tanto piccole che α^2, β^2, . . . α^3, . . . $\alpha\beta$, . . . siano affatto trascurabili, si ha:

$$(1+\alpha)^n = 1 + n\alpha$$

[1]
$$(1 \pm \alpha)\ (1 \pm \beta)\ (1 \pm \gamma)\ \ldots = 1 \pm \alpha \pm \beta \pm \gamma \pm \ldots$$

$$\frac{(1 \pm \alpha)\ (1 \pm \beta) \ldots .}{(1 \pm \delta)\ (1 \pm \epsilon) \ldots .} = 1 \pm \alpha \pm \beta \pm \ldots \mp \delta \mp \epsilon \mp \ldots$$

Da queste seguono come casi particolari ed assai frequenti nella pratica:

$$(1+\alpha)^2 = 1 + 2\alpha \qquad (1-\alpha)^2 = 1 - 2\alpha$$

$$(1+\alpha)^3 = 1 + 3\alpha \qquad (1-\alpha)^3 = 1 - 3\alpha$$

$$\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{1}{2}\alpha \qquad \sqrt{1-\alpha} = 1 - \frac{1}{2}\alpha$$

[2]
$$\sqrt[3]{1+\alpha} = 1 + \frac{1}{3}\alpha \qquad \sqrt[3]{1-\alpha} = 1 - \frac{1}{3}\alpha$$

$$\frac{1}{1+\alpha} = 1 - \alpha \qquad \frac{1}{1-\alpha} = 1 + \alpha$$

$$\frac{1}{(1+\alpha)^2} = 1 - 2\alpha \qquad \frac{1}{(1-\alpha)^2} = 1 + 2\alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} = 1 - \frac{1}{2}\alpha \qquad \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} = 1 + \frac{1}{2}\alpha$$

Le forme che si presentano nei calcoli ordinarii delle correzioni non coincidono sempre colle superiori; ma (quando si possa) giova ridurle ad esse. Così per esempio se si deve calcolare $\sqrt{\frac{l+\alpha}{l+\beta}}$, dove α e β siano quantità molto piccole in confronto di l, si potrà scrivere:

[3]
$$\sqrt{\frac{l+\alpha}{l+\beta}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\alpha}{l}}{1+\frac{\beta}{l}}} = \sqrt{1+\frac{\alpha}{l}-\frac{\beta}{l}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\alpha-\beta}{l}.$$

Se invece fosse proposto $\sqrt{p_1 \cdot p_2}$, in cui p_1 e p_2 fossero quantità assai poco differenti fra loro, si potrà procedere a questo modo:

$$[4] \qquad \sqrt{p_1 \cdot p_2} = \sqrt{p_1\left[p_1 + (p_2 - p_1)\right]} = \sqrt{p_1^2\left(1 + \frac{p_2 - p_1}{p_1}\right)} =$$

$$= p_1 + \frac{1}{2}(p_2 - p_1) = \frac{p_1 + p_2}{2}.$$

Possono ancora giovare le seguenti formole trigonometriche approssimate:

$$\text{sen}\,(x \pm \alpha) = \text{sen}\,x \pm \alpha \cos x$$

$$[5] \qquad \cos(x \pm \alpha) = \cos x \mp \alpha\,\text{sen}\,x$$

$$\text{tang}\,(x \pm \alpha) = \text{tang}\,x \pm \frac{\alpha}{\cos^2 x}$$

dove α indica un angolo assai piccolo misurato in frazione dell'angolo 57°,3 (circa), a cui corrisponde un arco eguale al raggio.

4. **Relazione fra gli errori della quantità dipendente e delle indipendenti.** — Le regole che abbiamo esposto fin qui, e che riguardano gli errori e le correzioni, non sono che casi particolari di una teoria semplice e generale che ora esporremo. Supponiamo che il valore X della quantità che vogliamo calcolare dipenda per mezzo della relazione $X = f(x)$ dal valore x della quantità che si deve misurare. Il valore di x dedotto dall'osservazione è in generale affetto da un errore che indichiamo con Δx: perciò l'errore ΔX della X è dato, pel teorema di Taylor, dalla

$$\Delta X = f(x + \Delta x) - f(x) = f'(x)\,\Delta x + f''(x)\,\frac{\Delta x^2}{2} + \ldots$$

ma essendo Δx quantità tanto piccola da poterne trascurare le potenze superiori alla prima, avremo con bastante approssimazione

$$[6] \qquad \Delta X = f'(x)\,\Delta x.$$

Così pure se X dipendesse da due quantità x ed x_1 affette dagli errori rispettivi Δx e Δx_1, l'errore del risultato sarebbe:

$$[7] \qquad \Delta X = \left(\frac{dX}{dx}\right)\Delta x + \left(\frac{dX}{dx_1}\right)\Delta x_1.$$

A dir vero per calcolare ΔX coll'una o l'altra di queste formole converrebbe conoscere preventivamente i valori esatti di x e di x_1, che appunto ci sono ignoti; ma è facile riconoscere che trattandosi di calcoli d'approssimazione si può benissimo sostituire ad x e x_1 dei valori approssimati quali ci sono offerti dai risultati sperimentali: anzi molte volte nel calcolare l'errore ΔX (e quindi la correzione che è eguale e di segno opposto a ΔX) potremo adoperare in luogo dei numeri x, x_1, . . . esprimenti le quantità osservate, degli altri numeri abbastanza prossimi, ma più semplici, e tali che rendano più spedito il calcolo. Per la medesima ragione potremo scegliere la forma più semplice della funzione $f(x)$, abbandonando i termini di correzione che vi fossero e che non porterebbero sensibile differenza nel valore di ΔX.

La [7] poi ci mostra che quando una quantità X dipende da più quantità osservate x, x_1, . . . fra loro indipendenti, l'errore complessivo ΔX è eguale alla somma degli errori parziali $\left(\frac{dX}{dx}\right)\Delta x$, $\left(\frac{dX}{dx_1}\right)\Delta x_1$, . . . i quali si possono calcolare separatamente supponendo ogni volta erronea *una sola* quantità, e ritenendo le altre come esatte. — Dalla [6] si ricava che l'errore ΔX del risultato cresce proporzionalmente all'errore Δx della quantità osservata e che in generale cangia di segno con esso.

5. **Approssimazioni successive.** — Fin qui abbiamo supposto che nei termini di correzione entrino solo quantità note, ma bene spesso avviene che essi dipendano in un modo qualunque dalla quantità che trattasi appunto di calcolare, ed allora non si può a primo tratto determinare la correzione. In tal caso si può stabilire l'equazione fra le quantità note e l'incognita, comprendendovi i termini di correzione, e risolverla completamente rispetto all'incognita stessa: ma questo processo, che è il più diretto, riesce di solito assai lungo e qualche volta impraticabile; ed è in generale più vantaggioso ricorrere al metodo delle *approssimazioni successive*. Esso consiste nel calcolare un primo valore dell'incognita senza badare ai termini di correzione, poi nel sostituirlo in essi onde ricavarne un altro più approssimato, che di nuovo si sostituisce nei termini di correzione e dà un terzo valore ancor più approssimato ecc., finchè la differenza fra due valori successivi diventa trascurabile. L'ultimo valore calcolato è allora quello che si può ritenere esatto. — È quasi inutile avvertire che si possono risparmiare alcune di queste sostituzioni quando già si conosca un valore approssimato dell'incognita.

Onde offrire un esempio del metodo supporremo di voler calcolare il coefficiente di dilatazione termica di un gas nel modo che sarà

esposto al § 182. Si è allora condotti a calcolare α dall'equazione

$$\alpha = \frac{(H_1 + h_1)(1 + kT') - (H_0 + h_0) + \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1 + \alpha t_0}\right)}{T\left\{H_0 + h_0 - \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1 + \alpha t_0}\right)\right\}}$$

dove tutte le lettere, eccetto α, esprimono quantità note ed hanno un significato che qui non importa indicare: notiamo solo che $\frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1 + \alpha t_0}\right)$ costituisce un termine di correzione. — Si potrebbe ordinare l'equazione rispetto ad α: essa allora diventerebbe del terzo grado e si risolverebbe coi soliti metodi: ma è più opportuno calcolare dapprima

$$\alpha_1 = \frac{(H_1 + h_1)(1 + kT') - (H_0 + h_0)}{T(H_0 + h_0)}$$

e sostituirlo nel termine di correzione, indi calcolare un nuovo valore α_2, e col mezzo di questo un terzo valore α_3, che probabilmente differirà tanto poco da α_2 da potersi ritenere come esatto. Nel caso della formola considerata potranno anche bastare due sole sostituzioni, quando si cominci dal porre nel termine di correzione $\alpha = 0{,}0037$ che è un valore abbastanza approssimato del coefficiente di dilatazione di tutti i gas.

Sunto della teoria degli errori.

6. **Errori di osservazione.** — Le misure sono sempre affette da errori: la diligenza e l'abilità dell'osservatore potranno renderli assai piccoli e molte volte trascurabili, ma non riusciranno mai a toglierli del tutto. Questi errori sono di due specie: *costanti* (o regolari) e *accidentali* (o irregolari e inevitabili). I primi si riproducono ogni qualvolta si ripete l'osservazione e sono sempre gli stessi finchè le circostanze dell'osservazione rimangono identiche: — una serie di misure affette da tali errori si deve in generale rigettare e perciò deve esser cura del fisico di allontanare tutte quelle cause che possono produrli o di procedere in guisa che gli errori vengano ad elidersi. L'origine loro sta principalmente nell'inesattezza degli strumenti di misura o delle costanti che si introducono nei calcoli; ed infatti è evidente che, quand'anche ponessimo ogni diligenza nella misura, non potremo avere la lunghezza o il peso o la temperatura vera d'un corpo se le scale divise o i pesi o i termometri che adoperiamo non sono esatti.

Gli errori accidentali (i soli di cui ora ci occuperemo) dipendono invece da una moltitudine di cause che si tenterebbe invano di specificare; si presentano indifferentemente col segno + o col segno —, e la loro influenza sul risultato non è soggetta ad alcuna legge costante. L'osservatore più abile non può evitarli, e per diminuire la loro influenza deve ricorrere alla ripetizione delle osservazioni. Supponiamo che si sia misurata n volte una medesima quantità B e se ne siano ottenuti i valori $b_1, b_2, b_3, \ldots b_n$: indicando allora con Δ_1, Δ_2, Δ_3, $\ldots$ Δ_n le differenze tra ciascuna delle quantità $b_1, b_2, \ldots b_n$ e il valore B, che in generale ci è ignoto, cioè ponendo

$$b_1 - B = \Delta_1, \quad b_2 - B = \Delta_2, \quad \ldots \ldots \quad b_n - B = \Delta_n$$

$\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$ saranno gli errori veri, ma in generale incogniti, delle osservazioni. Però egli è certo che avendo impiegato ogni cura nell'escludere affatto gli errori costanti e nell'evitare gli accidentali, gli errori più grandi saranno in minor numero ed i più piccoli saranno più frequenti, e ciò indipendentemente dal loro segno. Dunque la maggiore o minore probabilità (*) che nella serie di misure siasi commesso un dato errore Δ dipenderà dalla grandezza di questo errore e non dal suo segno: questa probabilità si potrà indicare con $\varphi(\Delta)$ e φ deve esprimere tale funzione che sia $\varphi(\Delta) = \varphi(-\Delta)$, cioè φ deve contenere solo potenze pari di Δ, sicchè

$$\varphi(\Delta) = \chi(\Delta^2).$$

Se ora si costruisce una curva colle ascisse Δ e le ordinate $\varphi(\Delta)$, essa esprimerà con ogni sua ordinata la probabilità di un errore eguale all'ascissa corrispondente, sarà simmetrica rispetto all'asse delle ordinate e si avvicinerà rapidamente a quello delle ascisse, perchè le probabilità di commettere grossi errori sono assai piccole: — evidentemente è nulla la probabilità di un errore assai grande, e quindi l'asse delle ascisse finisce ad essere tangente ai due rami della curva. La probabilità che l'errore cada fra Δ e $\Delta + d\Delta$ è eguale alla somma delle probabilità di tutti gli errori compresi fra questi limiti, quindi è eguale all'insieme delle ordinate comprese tra $\varphi(\Delta)$ e

---

(*) La probabilità di un evento è misurata dal rapporto fra il numero dei casi favorevoli all'evento stesso ed il numero totale dei casi. Quindi la certezza è rappresentata dall'unità. — La probabilità di un avvenimento composto, risultante dal concorso di più avvenimenti indipendenti, è eguale al prodotto delle probabilità di questi ultimi.

$\varphi(\Delta + d\Delta)$, cioè all'area $\varphi(\Delta)\, d\Delta$. Perciò la probabilità che l'errore cada fra i limiti $-\alpha$ e $+\alpha$ è

[8] $$\Pi = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \varphi(\Delta)\, d\Delta$$

e siccome è certo che l'errore cade fra $-\infty$ e $+\infty$, e la certezza viene rappresentata dall'unità, così deve essere

[9] $$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\Delta)\, d\Delta.$$

7. **Forma della funzione** φ. — Resta ora a determinare la forma della funzione φ, e poichè essa rimane sempre la stessa, ci basterà determinarla nel seguente caso particolare.

Se miriamo a colpire il centro di un bersaglio e se per questo centro siano condotte due rette fra loro perpendicolari, che assumiamo come assi delle x e delle y, la probabilità che il proiettile colpisca il bersaglio ad una distanza dall'asse delle y compresa fra x ed $x + dx$ è $\chi(x^2)\, dx$, e la probabilità che lo colpisca ad una distanza dall'asse delle x compresa fra y ed $y + dy$ è analogamente $\chi(y^2)\, dy$. Ora questi due avvenimenti non hanno alcuna dipendenza fra loro e quindi la probabilità che il proiettile colpisca l'elemento $dx\, dy = ds$, le cui coordinate siano x ed y, è il prodotto delle probabilità degli avvenimenti indipendenti, cioè:

$$\chi(x^2) \cdot \chi(y^2)\, dx \cdot dy = \chi(x^2) \cdot \chi(y^2)\, ds.$$

Se poi immaginiamo che, senza spostare l'origine, si cangi il sistema delle coordinate, pur mantenendole ortogonali, questa medesima probabilità sarà anche espressa da

$$\chi(x_1^2) \cdot \chi(y_1^2)\, ds$$

purchè la distanza dell'elemento, che si considera, dal centro del bersaglio sia rimasta la stessa, cioè sia

$$x_1^2 + y_1^2 = x^2 + y^2.$$

In tal caso avremo dunque

$$\chi(x^2) \cdot \chi(y^2) = \chi(x_1^2) \cdot \chi(y_1^2).$$

Affinchè questa condizione sia soddisfatta nell'ipotesi $x_1^2 + y_1^2 = x^2 + y^2$, deve essere

$$\chi(x^2) = c e^{k x^2}$$

dove c e k sono costanti qualunque, ed e denota la base del sistema dei logaritmi naturali. La forma della funzione ignota è dunque trovata e solo restano a determinare le costanti c e k: quanto a k noteremo che deve essere negativa, perchè, mirando al centro, la probabilità di colpire il bersaglio ad una data distanza dal centro si fa sempre minore al crescere di questa distanza; — porremo dunque $k = -h^2$ ed h esprimerà anche il *grado di precisione* con cui si eseguiscono i tiri. — Per determinare c ricorreremo di nuovo alla formola

$$\chi(x^2) \cdot \chi(y^2)\, ds = c^2 e^{-h^2(x^2+y^2)}\, ds$$

che esprime la probabilità di colpire l'elemento $ds = dx\,dy$ posto alla distanza $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ dal centro. Esprimendo anche l'elemento ds dell'area per le coordinate polari, la formola anteriore diventa

$$c^2 e^{-h^2 r^2} r\, du\, dr$$

ove u denota l'angolo d'anomalia od azimut. Perciò la probabilità di colpire nello spazio compreso fra i due circoli concentrici di raggi r ed $r + dr$ sarà:

$$c^2 e^{-h^2 r^2} r\, dr \int_0^{2\pi} du = 2\pi c^2 e^{-h^2 r^2} r\, dr$$

e siccome è certo che il proiettile colpirà in qualche punto del bersaglio (quando questo si supponga esteso indefinitamente), — e la certezza è rappresentata dall'unità, dovrà essere

$$1 = \pi c^2 \int_0^\infty e^{-h^2 r^2} 2 r\, dr = -\frac{\pi c^2}{h^2} \int_0^\infty e^{-h^2 r^2} d(-h^2 r^2) = \frac{\pi c^2}{h^2}$$

quindi

$$c = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$$

e perciò

$$\chi(x^2) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}.$$

Per passare dal caso particolare a quello più generale considerato dapprima basterà porre Δ in luogo di x nell'ultima formola ottenuta ed avremo:

[10] $$\varphi(\Delta) = \chi(\Delta^2) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}.$$

Gli errori si possono riguardare come eventi indipendenti, e quindi la probabilità che in una serie di osservazioni egualmente pregevoli si presentino gli errori $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \ldots \Delta_n$ è

$$P = \varphi(\Delta_1) \cdot \varphi(\Delta_2) \cdot \varphi(\Delta_3) \cdot \ldots \cdot \varphi(\Delta_n)$$

cioè per la [10]

[11] $$P = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 \Sigma \Delta^2}.$$

Questa eguaglianza ci mostra che la probabilità P è massima quando la somma dei quadrati degli errori è minima.

8. **Medio aritmetico, errore del medio ed error medio.** — Il valor vero della quantità B, e perciò anche gli errori $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$ ci sono in generale incogniti; ma però quando si sia misurata n volte e sempre con egual diligenza la medesima quantità B, ottenendone i valori $b_1, b_2, \ldots b_n$, è probabile che alcuni di questi sieno errati in più, altri in meno, e il più probabile valore di B è certamente il medio aritmetico delle misure ottenute, cioè:

$$M = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n}{n}$$

ovvero, adoperando il segno Σb per denotare la somma di tutte le quantità contrassegnate dalla medesima lettera e da indice diverso

[12] $$M = \frac{\Sigma b}{n}.$$

Quando poi si fosse ottenuto il medio aritmetico M di n valori e si volesse tener conto anche di un altro valore b_{n+1}, il nuovo medio è dato dalla formola

[13] $$M_1 = \frac{Mn + b_{n+1}}{n+1} = M + \frac{b_{n+1} - M}{n+1}.$$

Se ora indichiamo colla cifra δ fornita d'un indice conveniente la differenza fra ciascuna delle quantità $b_1, b_2, \ldots b_n$ ed il loro medio M, cioè poniamo:

$$b_1 - M = \delta_1, \; b_2 - M = \delta_2, \; \ldots \; b_n - M = \delta_n$$

abbiamo anche

[14] $$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \ldots + \delta_n = 0.$$

Denotando con ΔM l'*errore del medio*, sarà:

$$\Delta M = M - B$$

e sommando le note equazioni

$$b_1 - B = \Delta_1, \; b_2 - B = \Delta_2, \; \ldots \; b_n - B = \Delta_n$$

e poi dividendo per n otteniamo:

$$\frac{1}{n}\Sigma b - B = M - B = \frac{1}{n}\Sigma\Delta$$

ovvero:

$$\Delta M = \frac{\Sigma\Delta}{n}.$$

Facendo il quadrato di ciascun membro di questa equazione ed osservando che la somma dei doppi prodotti $\pm 2\Delta_1\Delta_2 \pm 2\Delta_1\Delta_3 \pm \ldots$ può riuscire indifferentemente positiva o negativa, e che quindi nell'ipotesi più probabile si deve ritenere $= 0$, si ricava:

[15] $$(\Delta M)^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots + \Delta_n^2}{n^2} = \frac{\Sigma\Delta^2}{n^2}.$$

Ora evidentemente

$$\Delta_1 = \delta_1 + \Delta M, \quad \Delta_2 = \delta_2 + \Delta M, \; \ldots \; \Delta_n = \delta_n + \Delta M$$

e sommando i quadrati di queste equazioni e ricordando che

$$\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_n = 0$$

si ottiene:

[16] $$\Sigma\Delta^2 = \Sigma\delta^2 + n(\Delta M)^2.$$

Indichiamo ora con μ l'*errore medio* di una misura, cioè un errore

tale che il suo quadrato sia medio aritmetico fra i quadrati degli errori $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$, ponendo:

[17] $$\mu = \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n}}$$

ed analogamente

[18] $$\nu = \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2}{n}}.$$

Allora le [15] e [16] ci offrono:

$$\Delta M = \frac{\mu}{\sqrt{n}}, \quad \mu^2 = \nu^2 + (\Delta M)^2$$

e quindi:

$$\mu^2 = \nu^2 + \frac{\mu^2}{n}$$

da cui:

[19] $$\mu = \nu \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2}{n-1}}$$

e

[20] $$\Delta M = \frac{\mu}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2}{n(n-1)}}.$$

9. **Errore probabile — Modulo di precisione.** — La probabilità che l'errore cada fra $+\alpha$ e $-\alpha$ è [form. 8 e 10]:

$$\Pi = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \varphi(\Delta)\, d\Delta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-h^2\Delta^2} h\, d\Delta$$

ovvero, ponendo $h\Delta = t$

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\alpha h}^{\alpha h} e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\alpha h} e^{-t^2} dt.$$

I valori di questo integrale pei diversi valori dell'argomento αh furono da Encke esposti in una tavola (*), ed eccone un saggio:

(*) Berlin. Jahrb. pel 1834.

αh	Π	αh	Π	αh	Π
0,0	0,0000	0,7	0,6778	1,4	0,9523
0,1	0,1125	0,8	7421	1,5	9661
0,2	2227	0,9	7969	1,6	9763
0,3	3286	1,0	8427	1,7	9838
0,4	4284	1,1	8802	1,8	9891
0,5	5205	1,2	9103	1,9	9928
0,6	6039	1,3	9340	2,0	9953

Questa tavola si applica direttamente nel caso che h (di cui determineremo fra poco il valore) sia $= 1$: essa ad esempio c'insegna che la probabilità che l'errore non superi $\pm 0{,}1$ è espressa da 0,112, ossia che su 1000 osservazioni è probabile che 112 dei 1000 errori commessi stiano fra $+0{,}1$ e $-0{,}1$; ovvero che si può scommettere 112 contro 888 che l'errore di una osservazione ancora da farsi sia inferiore a 0,1, ecc. Per usare la tavola nel caso che h non sia eguale ad 1 conviene sostituire ai numeri 0,1, 0,2 . . . le quantità $\frac{0{,}1}{h}$, $\frac{0{,}2}{h}$ . . .

Fra i valori dell'argomento αh è importante quello a cui corrisponde la probabilità $\frac{1}{2}$, e dalla tavola di Encke si trova coll'interpolazione che esso è

$$\rho = 0{,}476936.$$

Il valore di $\alpha = \frac{\alpha h}{h}$ a cui compete la probabilità $\frac{1}{2}$, ossia quell'errore (che dicesi *errore probabile*), prima e dopo del quale sono distribuiti in egual numero tutti gli errori delle osservazioni senza aver riguardo al loro segno, ovvero quel valore di α per cui è egualmente probabile che un errore qualunque gli rimanga inferiore o che lo oltrepassi, è dunque:

[21] $$E = \frac{\rho}{h} = \frac{0{,}476936}{h}.$$

Ci resta ancora a determinare h, e perciò ricorreremo alla formola

$$P = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 \Sigma \Delta^2}$$

che per la [17] si può scrivere a questo modo:

$$P = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 n \mu^2}.$$

Come abbiamo già notato, P deve esser massimo, cioè:

$$\frac{dP}{dh} = n P \left(\frac{1}{h} - 2h\mu^2\right) = 0.$$

Questa equazione ci da:

[22] $$h = \frac{1}{\sqrt{2}\mu}$$

e quindi:

[23] $$E = 0{,}476936\sqrt{2}\,.\,\mu = 0{,}674486\,\mu = \frac{2}{3}\mu \text{ circa.}$$

Analogamente l'errore probabile del medio è:

[24] $$E_1 = 0{,}674486\,\Delta M.$$

La quantità h, che è in ragione inversa di μ, riceve il nome di *misura* o *modulo di precisione (mensura praecisionis* di Gauss).

Encke (*) ha calcolato un'altra tavola analoga alla precedente, ma assumendo come unità l'errore probabile e quindi introducendo il rapporto di un errore qualunque α all'errore E: anche di questa diamo un saggio:

$\frac{\alpha}{E}$	Π	$\frac{\alpha}{E}$	Π	$\frac{\alpha}{E}$	Π	$\frac{\alpha}{E}$	Π	$\frac{\alpha}{E}$	Π
0,0	0,0000	1,0	0,5000	2,0	0,8227	3,0	0,9570	4,0	0,9930
0,1	0538	1	5419	1	8434	1	9635	1	9943
2	1073	2	5817	2	8622	2	9691	2	9954
3	1604	3	6194	3	8792	3	9740	3	9963
4	2127	4	6550	4	8945	4	9782	4	9970
5	2641	5	6883	5	9083	5	9818	5	9976
6	3143	6	7195	6	9205	6	9848	6	9981
7	3632	7	7485	7	9314	7	9874	7	9985
8	4105	8	7753	8	9411	8	9896	8	9988
9	4562	9	8000	9	9495	9	9915	9	9991
1,0	5000	2,0	8227	3,0	9570	4,0	9930	5,0	9993

(*) Loc. cit.

Questa tavola è indipendente dalla precisione delle osservazioni e mostra che su 1000 errori è probabile che 264 siano compresi fra $0{,}0E$ e $0{,}5E$; 500 siano inferiori ad E, ossia 236 compresi fra $0{,}5E$ ed E, ecc. (*).

10. **Esempio d'applicazione.** — Un facile esempio chiarirà la teoria. In un lavoro, pubblicato nel 1798, Cavendish dà i ventinove numeri che seguono e che sono i risultati di altrettante esperienze dirette a determinare la densità media della terra.

	δ	δ²		δ	δ²		δ	δ²
5,50	— 0,02	0,0004	5,57	— 0,09	0,0081	5,42	+ 0,06	0,0036
5,61	— 0,13	169	5,53	— 0,05	25	5,47	+ 0,01	1
5,88	— 0,40	1600	5,62	— 0,14	196	5,63	— 0,15	225
5,07	+ 0,41	1681	5,29	+ 0,19	361	5,34	+ 0,14	196
5,26	+ 0,22	484	5,44	+ 0,04	16	5,46	+ 0,02	4
5,55	— 0,07	49	5,34	+ 0,14	196	5,30	+ 0,18	324
5,36	+ 0,12	144	5,79	— 0,31	961	5,75	— 0,27	729
5,29	+ 0,19	361	5,10	+ 0,38	1444	5,68	— 0,20	400
5,58	— 0,10	100	5,27	+ 0,21	441	5,85	— 0,37	0,1369
5,65	— 0,17	0,0289	5,39	+ 0,09	0,0081			
		0,4881			0,3802			0,3284

(*) Onde facilitare il calcolo delle formole di questo paragrafo e di altre che troveremo in seguito abbiamo inserito alla fine del volume la tav. III che dà i quadrati dei numeri dall'*1* al *1000*.

Più speditamente, ma con minore esattezza, si potrebbero calcolare gli errori medii e probabili anche per mezzo delle seguenti relazioni:

Errore medio $= \mu = \pm 1{,}2533 \dfrac{\Sigma\delta}{n}$

» del medio $= \Delta M = \pm 1{,}2533 \dfrac{\Sigma\delta}{n\sqrt{n}}$

» probabile delle osservazioni $= E = \pm 0{,}8453 \dfrac{\Sigma\delta}{\sqrt{n(n-1)}}$

» » del medio $= E_1 = \pm 0{,}8453 \dfrac{\Sigma\delta}{n\sqrt{n-1}}$

Il valore medio è:

$$M = 5{,}48$$

$$\Sigma\delta^2 = 1{,}1967.$$

Quindi si trova:

Errore medio di una osservazione isolata:

$$\mu = \sqrt{\frac{1{,}1967}{28}} = \pm 0{,}207.$$

Errore del medio:

$$\Delta M = \sqrt{\frac{1{,}1967}{29 \cdot 28}} = \pm 0{,}0384.$$

Errore probabile di una osservazione isolata:

$$E = 0{,}6745\,\mu = \pm 0{,}139.$$

Errore probabile del risultato:

$$E_1 = 0{,}6745\,\Delta M = \pm 0{,}0259.$$

Precisione di una osservazione isolata:

$$h = \frac{1}{\mu\sqrt{2}} = 3{,}42.$$

Precisione del risultato:

$$H = \frac{1}{\Delta M \cdot \sqrt{2}} = 18{,}419\ (*).$$

Reich nel 1837 ha ripreso le esperienze di Cavendish e quale medio

---

dove $\Sigma\delta$ è la somma delle prime potenze degli errori, ritenuti tutti col segno positivo.

Per la dimostrazione di queste formole rimandiamo il lettore alle opere che trattano estesamente della teoria degli errori.

(*) Adoperando le prime potenze degli errori e le formole poste in calce alla pagina precedente si ottiene:

Errore medio di una osservazione	$= \pm 0{,}21$
» del medio	$= \pm 0{,}0391$
» probabile d'una osservazione isolata . . .	$= \pm 0{,}144$
» » del risultato	$= \pm 0{,}0268$

di cinquantasette determinazioni ha trovato il numero 5,44 che si accorda con quello di Cavendish entro il limite degli errori suaccennati.

11. **Pregio delle osservazioni — Errori costanti.** — Per compiere questo breve sunto della teoria degli errori converrebbe ancora trattare dei *pesi* delle osservazioni ossia del modo di porre a calcolo il diverso grado di fiducia che meritano le singole osservazioni. Ma per questo argomento ci rimettiamo ai trattati più estesi (*). In generale quello che abbiamo esposto è bastevole in pratica, perchè di solito le misure di cui disponiamo hanno tutte egual pregio, o se alcuna ha pregio diverso dalle altre è molto difficile stabilire numericamente il loro rispettivo grado di fiducia. In quest'ultimo caso è meglio rigettare affatto quelle misure che assai probabilmente sono affette da grossi errori, e ritenere soltanto quelle sulla cui bontà non può cader dubbio. Ma anche in queste esclusioni convien procedere con cautela, e convien badare di non essere troppo corrivi su questo punto pel solo fatto che i risultati di più misure differiscono fra loro. L'abitudine e l'abuso di queste transazioni è tanto più pericoloso in quanto che lo sperimentatore è istintivamente inclinato a far andare d'accordo le sue osservazioni, e che, come osserva Hagen, anche l'ipotesi più assurda potrebbe invocare in suo appoggio l'osservazione, quando si escludano quei risultati che la contraddicono. Per evitare ogni pericolo d'abuso convien giudicare della bontà d'ogni osservazione prima di accingersi ad alcun calcolo e notare questo giudizio sul registro delle osservazioni, perchè avviene assai di frequente che una misura la quale, avanti d'essere sottoposta a calcolo, non era

---

(*) Gauss, *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae.* Gottingae 1821-26. Tradotto in francese da Bertrand, Parigi 1855.

Encke, *Ueber die Methode der kleinsten Quadrate.* Berlin, Jahr. 1834-36.

Sawitsch, *Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf die Berechnung der Beobachtungen und geodätischen Messungen, oder die Methode der kleinsten Quadrate.* Tradotto in tedesco dal russo. Mitau 1863.

Hansen, *Von der Methode der kleinsten Quadrate im Allgemeinen und in ihrer Anwendung auf die Geodäsie.* Leipzig 1867, ed anche vol. VIII delle *Abhandl. der sächs. Gesells.*

Liagre, *Calcul des probabilités et théorie des erreurs.* Bruxelles 1852.

Ritter, *Manuel de l'application de la méthode des moindres carrés au calcul des observations.* Paris 1858.

Faà de Bruno, *Traité élémentaire du calcul des erreurs.* Paris 1869.

Boole, *Trans. R. S. E.* 1857.

Airy, *On the algebraical and numerical theory of errors of observations and the combination of observations.* Cambridge 1861.

per nulla sospetta, si trova poi discordare notevolmente dalle altre: allora siamo tentati a rigettarla, ma ciò possiamo fare solo nel caso che il registro delle osservazioni ci dichiari incerta la misura in questione.

Ciò che si è detto fin qui vale per gli *errori accidentali:* i *costanti* sono ancor più dannosi perchè non si compensano a vicenda, nè di solito si può giudicare della loro grandezza. Agli errori costanti devono attribuirsi le differenze che spesso si trovano fra i risultati medii di più serie di osservazioni, quantunque in ogni singola serie le osservazioni vadano assai bene d'accordo fra loro. Conviene allora variare le esperienze onde scoprire l'origine degli errori, ed esaminare e rettificare gli strumenti. Di queste operazioni ci occuperemo specialmente nelle altre parti di questo libro; ed ivi pure avremo occasione di offrire alcune norme per determinare fino a qual punto sia utile spingere l'esattezza nell'osservazione e nei calcoli per conciliare la conveniente precisione dei risultati colla maggiore economia di tempo, per decidere quali determinazioni devano esser fatte con maggior diligenza, quale sia l'ordine da tenere nelle successive operazioni e quali infine siano le condizioni più vantaggiose dell'esperienza.

Delle formole d'interpolazione.

12. **Interpolazione.** — Indichiamo con $\varphi(x)$ una funzione della x, la cui forma ci è ignota, ma di cui conosciamo alcuni valori $\varphi(a)$, $\varphi(b)$, $\varphi(c)$, . . . corrispondenti ad $x = a, b, c, \ldots$ e proponiamoci di calcolare con questi dati uno o più valori della φ corrispondenti a valori qualunque della x. Onde risolvere almeno approssimativamente questo problema, il quale, finchè non sia fissata la forma della funzione φ, è in generale indeterminato, si ricorre alle cosidette formole d'interpolazione, di cui ora daremo un saggio. — Anzitutto avvertiremo che siccome le formole d'interpolazione non rappresentano realmente la legge fisica del fenomeno, ma solo ne ritraggono l'andamento entro ai limiti dei dati sperimentali introdotti nel loro calcolo, è sempre pericoloso estendere la loro applicazione oltre ai limiti stessi: — ed infatti si trova assai di frequente che due diverse formole d'interpolazione, le quali si accordano abbastanza bene entro ai limiti dei valori che servirono a calcolarle, divergono fra loro notevolmente tosto che si oltrepassi questi medesimi limiti.

La più semplice formola d'interpolazione è quella che si deduce dal supporre fra loro proporzionali gli incrementi della funzione e della variabile indipendente: questa formola si riduce ad una proporzione

e si può applicare ogni qual volta sia abbastanza conforme al vero l'ipotesi che le serve di base.

Per esempio dalle tavole di Regnault (Vedi in fine del volume, tavola XXXI) risulta che le temperature d'ebollizione dell'acqua corrispondenti alle pressioni di 760^{mm} e $762^{mm},72$ sono 100°C. e 100°,1; se dunque vogliamo la temperatura d'ebollizione per la pressione $761^{mm},1$, porremo:

$$0°,1 : 2^{mm},72 = x : 1^{mm},1$$

da cui:

$$x = 0°,04$$

e quindi:

$$t = 100°,04.$$

Per risolvere più generalmente il problema dell'interpolazione sia $y = \varphi(x)$ la funzione ignota, e siano conosciuti i valori $\varphi(a)$, $\varphi(b)$, $\varphi(c)$, $\varphi(d)$, . . . corrispondenti ad alcuni valori a, b, c, d, . . . della x. Con questi dati calcoliamo le cosidette funzioni *interpolari prime*

$$\varphi_1(a, b) = \frac{\varphi(b) - \varphi(a)}{b - a} = \frac{\varphi(a) - \varphi(b)}{a - b};$$

$$\varphi_1(a, c) = \frac{\varphi(c) - \varphi(a)}{c - a}; \quad \varphi_1(b, c) = \frac{\varphi(c) - \varphi(b)}{c - b}, \text{ ecc.} \qquad [\alpha]$$

e quindi le *interpolari seconde*, *terze*, ecc.

$$\varphi_2(a, b, c) = \frac{\varphi_1(b, c) - \varphi_1(a, b)}{c - a}; \quad \varphi_2(a, c, d) = \frac{\varphi_1(c, d) - \varphi_1(a, c)}{d - a}; \ldots$$

$$\varphi_3(a, b, c, d) = \frac{\varphi_2(b, c, d) - \varphi_2(a, b, c)}{d - a}; \ldots \qquad [\alpha]$$

$$\varphi_4(a, b, c, d, e) = \frac{\varphi_3(b, c, d, e) - \varphi_3(a, b, c, d)}{e - a}; \ldots$$

. . . . . .

È facile riconoscere che

$$\varphi_2(a, b, c) = \frac{\varphi(a)(b - c) + \varphi(b)(c - a) + \varphi(c)(a - b)}{(a - b)(a - c)(b - c)};$$

$$\varphi_3(a, b, c, d) =$$

$$\frac{\varphi(a)(b-c)(b-d)(c-d) - \varphi(b)(c-a)(c-d)(a-d) + \varphi(c)(d-a)(d-b)(a-b) - \varphi(d)(a-b)(a-c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)}$$

e che quindi ogni funzione interpolare è *simmetrica* rispetto alle quantità $a, b, c, \ldots$ che contiene, cioè:

$$\varphi_3(a, b, c, d) = \varphi_3(b, a, c, d) = \varphi_3(b, a, d, c) = \ldots$$

Perciò, introducendo anche la x, dalle [α] si deduce:

$$\varphi(x) = \varphi(a) + (x - a)\,\varphi_1(a, x);$$

$$\varphi_1(a, x) = \varphi_1(a, b) + (x - b)\,\varphi_2(a, b, x);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

e quindi:

$$\varphi(x) = \varphi(a) + (x - a)\ \varphi_1(a, b) + (x - a)(x - b)\ \varphi_2(a, b, c) +$$

$$+ (x - a)(x - b)(x - c)\ \varphi_3(a, b, c, d) +$$

$$+ (x - a)(x - b)(x - c)(x - d)\ \varphi_4(a, b, c, d, x).$$

Questo sviluppo, che esprime un'identità, potrà spingersi fino ad un termine qualunque; ma se, come avviene di solito, le successive interpolari vanno diminuendo fino a ridursi assai piccole, potremo trascurare l'ultimo termine dello sviluppo, contenente una interpolare incognita, ed avremo con bastante approssimazione

$$\varphi(x) = \varphi(a) + (x - a)\,\varphi_1(a, b) + (x - a)(x - b)\,\varphi_2(a, b, c) + \ldots$$

$$+ (x - a)(x - b)(x - c)\ldots(x - h)\,\varphi_n(a, b, c, \ldots h, k)$$

[25]

$$= \varphi(a) + (x - a)\Big[\varphi_1(a, b) + (x - b)\Big\{\varphi_2(a, b, c) +$$

$$+ (x - c)\Big(\varphi_3(a, b, c, d) + \ldots\Big)\Big\}\Big].$$

Questa formola si presta opportunamente all'interpolazione.

13. **Formole d'interpolazione di Lagrange e di Newton.** — Svolgendo i prodotti accennati nel secondo membro della [25] si può anche esprimere la funzione ignota $\varphi(x)$ per mezzo di un polinomio in x, il quale con un'approssimazione più o meno grande, a seconda dei termini di cui si tien conto, rappresenta la legge empi-

rica del fenomeno. Riguardata invece sotto l'aspetto geometrico, la equazione approssimata

$$y = \varphi(x) = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1} x + A_n$$

rappresenta la curva empirica del fenomeno (§ 23) considerata come una parabola d'ordine n. — Nella [25] si possono anche esprimere le varie funzioni interpolari per mezzo delle quantità note $\varphi(a)$, $\varphi(b)$, $\varphi(c)$, . . . ed allora operando alcune riduzioni si giunge alla formola d'interpolazione dovuta a Lagrange, che è la seguente:

$$\varphi(x) = \varphi(a)\frac{(x-b)(x-c)\ldots(x-k)}{(a-b)(a-c)\ldots(a-k)} + \varphi(b)\frac{(x-a)(x-c)\ldots(x-k)}{(b-a)(b-c)\ldots(b-k)} +$$

[26]
$$+ \varphi(c)\frac{(x-a)(x-b)(x-d)\ldots(x-k)}{(c-a)(c-b)(c-d)\ldots(c-k)} +$$

$$+ \ldots + \varphi(h)\frac{(x-a)(x-b)\ldots(x-h)}{(k-a)(k-b)\ldots(k-h)}.$$

Nel caso molto frequente in pratica che si tenga conto soltanto di tre valori di $\varphi(x)$, la [26] è abbastanza semplice, cioè:

$$\varphi(x) = \varphi(a)\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \varphi(b)\frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} +$$

[27]
$$+ \varphi(c)\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}.$$

Che se in questa si sviluppano le moltiplicazioni indicate e si ordina rispetto ad x, si ottiene la nuova forma:

$$\varphi(x) = \frac{\varphi(a)(b-c) + \varphi(b)(c-a) + \varphi(c)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} x^2 -$$

[28]
$$- \frac{\varphi(a)(b^2-c^2) + \varphi(b)(c^2-a^2) + \varphi(c)(a^2-b^2)}{(a-b)(a-c)(b-c)} x +$$

$$+ \frac{\varphi(a)(b-c)bc + \varphi(b)(c-a)ca + \varphi(c)(a-b)ab}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

i cui coefficienti sono formati con legge molto semplice e che si presta al calcolo meglio della [27] ove si tratti di trovare molti valori di $\varphi(x)$ compresi tra $\varphi(a)$ e $\varphi(c)$ o quando si voglia esprimere analiticamente l'andamento di un fenomeno.

Finalmente se le quantità a, b, c, . . . h, k procedono con incremento costante, e se diciamo δ la costante differenza fra b ed a, c e b, ecc. le funzioni interpolari si esprimono assai facilmente per le differenze Δ fra le quantità $\varphi(b)$ e $\varphi(a)$, $\varphi(c)$ e $\varphi(b)$, . . . e per le differenze di queste differenze, ossia differenze seconde Δ^2, ecc., giacchè

$$\varphi_1(a, b) = \frac{\varphi(b) - \varphi(a)}{b - a} = \frac{\Delta\varphi(a)}{\delta}\ ;\ \varphi_1(b, c) = \frac{\Delta\varphi(b)}{\delta}\ ;\ \ldots$$

$$\varphi_2(a, b, c) = \frac{\Delta\varphi(a) - \Delta\varphi(b)}{1.2\delta^2} = \frac{\Delta^2\varphi(a)}{1.2.\delta^2}\ ;\ \text{ecc.}$$

e quindi la [25] ci offre la seguente formola d'interpolazione del Newton

$$\varphi(x) = \varphi(a) + \frac{x-a}{\delta}\,.\,\Delta\varphi(a) + \frac{(x-a)(x-a-\delta)}{1.2.\delta^2}\,.\,\Delta^2\varphi(a) +$$

$$+ \frac{(x-a)(x-a-\delta)(x-a-2\delta)}{1.2.3\delta^3}\,\Delta^3\varphi(a) + \ldots$$

[29]

$$= \varphi(a) + \frac{x-a}{\delta}\left[\Delta\varphi(a) + \frac{x-a-\delta}{2\delta}\left\{\Delta^2\varphi(a) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{x-a-2\delta}{3\delta}\left(\Delta^3\varphi(a) + \frac{x-a-3\delta}{4\delta}\left(\Delta^4\varphi(a) + \ldots\right)\right)\right\}\right].$$

14. **Esempi d'applicazione.** — Da un pregevole lavoro del professore Fr. Rossetti *Sul maximum di densità e sulla dilatazione dell'acqua distillata, dell'acqua dell'Adriatico e di alcune soluzioni saline* (*) si ricava che il volume dell'acqua distillata alle temperature indicate nella prima colonna del quadro che segue è dato dai numeri della seconda colonna, posto eguale ad 1 il volume a 4°C.

		Diff.	φ_1	Diff.	φ_2	Diff.	φ_3	Diff.	φ_4
7°	1,000066								
		(50)	50,0						
8	1,000116			(22,0)	7,33				
		(144)	72,0			(— 0,58)	— 0,116		
10	1,000260			(27,0)	6,75			(+ 0,033)	0,0047
		(198)	99,0			(— 0,50)	— 0,083		
12	1,000458			(25,0)	6,25				
		(248)	124,0						
14	1,000706								

(*) Mem. II, *Atti dell'Istit. Ven. di scienze, lettere ed arti*, vol. XIII, ser. III, 1868.

Da questi numeri si ottengono le interpolari come è indicato nel quadro stesso, e posto che si voglia cercare il volume dell'acqua a 9° basterà calcolare la quantità [form. 25]

$$1{,}000066 + 2\left[50{,}0 + 1\left\{7{,}33 - 1\left(-0{,}116 - 3 \times 0{,}0047\right)\right\}\right].$$

Si può disporre il calcolo nella maniera qui sotto indicata, la quale facilita le operazioni specialmente nel caso che simile calcolo si dovesse ripetere per molti numeri

0,0047	— 0,116	+ 7,33	+ 50,0	+ 1,000066
— 3	— 1	+ 1	+ 2	
0,0047	— 0,130	+ 7,20	+ 57,2	+ 1,000180

Si trova dunque che a 9° il volume dell'acqua è espresso da 1,000180, e questo valore differisce appena di 4 milionesimi da quello trovato dal prof. Rossetti costruendo la curva empirica del fenomeno e misurandone le ordinate. In simil guisa si calcolerebbero i volumi dell'acqua per altre temperature comprese fra 7° e 14° quand'anche il numero esprimente i gradi non fosse intero.

Come applicazione della formola di Lagrange ci proporremo di cercare per qual valore di x l'integrale $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{-x^2} e^{-x^2}\,dx$ assuma il valore 0,50 (vedi pag. 13). Spogliando la tavola di Encke si trovano i seguenti numeri fra i quali è compreso il valore cercato di x.

$$a = 0{,}4937452 \qquad \varphi(a) = 0{,}47$$

$$b = 0{,}5027498 \qquad \varphi(b) = 0{,}48$$

$$c = 0{,}5116683 \qquad \varphi(c) = 0{,}49$$

dai quali si ricava:

$$x - a = 0{,}0062548 \qquad a - b = -0{,}0090046$$

$$x - b = -0{,}0027498 \qquad a - c = -0{,}0179231$$

$$x - c = -0{,}0116683 \qquad b - c = -0{,}0089185$$

ed eseguendo il calcolo, si trova:

$$\varphi(x) = 0{,}0934392 + 0{,}4362204 - 0{,}0527237 = 0{,}4769359$$

che è il numero riportato al § 9.

Finalmente per offrire un esempio d'applicazione anche della formola di Newton calcoleremo il valore di Π (§ 9) per $x = 0{,}52$ deducendolo dalla tavola della pagina 15. Formeremo anzitutto il quadro seguente:

Dati		Δ	Δ^2	Δ^3
0,5	0,5205			
		834		
0,6	. 6039		— 95	
		739		— 1
0,7	. 6778		— 96	
		643		
0,8	. 7421			

Nel nostro caso è $x = 0{,}52$, $\alpha = 0{,}50$, $\delta = 0{,}1$: le cifre che nel numero cercato seguono la virgola sono dunque date da

$$5205 + 0{,}2\left[834 - \frac{0{,}8}{2}\left\{-95 - \frac{1{,}8}{3} \times -1\right\}\right] = 5379.$$

Perciò a 0,52 corrisponde il valore 0,5379 che si può ritenere abbastanza esatto; — ed invero la tavola di Encke dà 0,5378987.

Determinazione delle costanti empiriche.

15. **Costanti empiriche.** — Come abbiamo veduto nei paragrafi precedenti, accade assai spesso che una quantità si esprima esattamente o con bastevole precisione per mezzo d'una serie limitata a pochi termini e procedente secondo le potenze ascendenti di una o più altre quantità, da cui quella dipende. Così la lunghezza l_t di una barra a $t°$ è data dalla formola approssimata

$$l_t = l_0 + l_0 \alpha t$$

dove l_0 è la lunghezza a 0° ed α una costante: — la dilatazione di un liquido può venire entro certi limiti rappresentata dalla formola

$$\delta_t = \alpha t + \beta t^2, \text{ ecc.}$$

Per applicare queste ed altre formole consimili basta conoscere i valori delle *costanti empiriche* α, β, . . . pei singoli corpi, ed a questo scopo si devono fare delle osservazioni, le quali ci procurino alcuni valori della quantità dipendente corrispondenti a valori noti della quantità indipendente. È poi chiaro che quanto maggiore è il

numero di queste determinazioni e tanto maggiore sarà anche l'esattezza, con cui potremo calcolare le costanti ignote: ma a questo scopo conviene utilizzare nel miglior modo possibile tutte le determinazioni fatte, ed è appunto di ciò che ora vogliamo occuparci.

16. **Metodi delle equazioni di condizione e di Boscovich.** — Un primo metodo per determinare le costanti empiriche, il quale a dir vero non è il migliore, ma che in pratica può molte volte bastare, è quello chiamato delle *equazioni di condizione*. Supponiamo a cagion d'esempio che le incognite (costanti empiriche) siano tre e che siano stati determinati sei valori della quantità dipendente in corrispondenza d'altrettanti valori diversi della indipendente: denotiamo per brevità con (1), (2), (3), . . . (6) le sei equazioni ottenute e combiniamole in modo da ottenere tante equazioni quanti sono le incognite da determinare: formeremo allora le tre equazioni:

$$(1)+(2)=0\,;\quad (3)+(4)=0\,;\quad (5)+(6)=0$$

ovvero le

$$(1)+(4)+(6)=0\,;\quad (2)+(3)+(5)=0,\quad (3)+(4)=0$$

oppure un'altra combinazione qualunque delle equazioni disponibili, dalla quale coi metodi ordinarii si dedurranno i valori delle incognite. È chiaro che nel modo di aggruppare le equazioni vi ha un certo arbitrio, e se ne approfitta per ottenere il maggior vantaggio possibile introducendo più volte le osservazioni che meritano maggior fiducia o quelle che si riferiscono a punti di speciale importanza.

Nel caso che si abbia una sola incognita x ed n equazioni, nelle quali i coefficienti di x si ritengano tutti del medesimo segno,

$$a_1 x = b_1\,;\ a_2 x = b_2\,;\ \ldots .\ a_n x = b_n$$

si otterrà:

$$(a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n)\,x = b_1+b_2+b_3+\ldots+b_n$$

e quindi:

$$x = \frac{b_1+b_2+b_3+\ldots+b_n}{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n}\,.$$

Il valore di x così calcolato è certo intermedio fra il più piccolo ed il più grande dei singoli valori di x dedotti dalle n equazioni proposte, ma in generale non coincide col medio aritmetico, che sarebbe:

$$x_1 = \frac{1}{n}\left(\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\frac{b_3}{a_3}+\ldots+\frac{b_n}{a_n}\right).$$

Esso però ha sopra quest'ultimo il vantaggio d'esser dedotto con calcolo molto più breve e per tal ragione viene qualche volta adoperato in pratica.

Chiariremo la teoria generale con un esempio. Trattasi di determinare il modo con cui varia la sezione d'un cannello termometrico al variare della distanza da un'estremità, e si ammette che la legge di tale variazione sia espressa con bastante esattezza dalla equazione

$$s = a + bD + cD^2$$

dove s è la sezione, D la distanza variabile di essa dall'origine, ed a, b, c sono coefficienti da determinare. Al § 120 sono descritte le operazioni opportune a quest'uopo; e dalla tabella che va annessa all'esempio, e da considerazioni che ivi sono lungamente esposte, si deducono i seguenti nove valori di D ed s:

D	s	D	s	D	s
16,60	3,049	86,35	3,021	164,90	2,959
43,55	3,039	107,60	3,012	196,65	2,932
66,85	3,039	131,75	2,985	226,10	2,907

Avremo dunque le nove equazioni:

(1) $3{,}049 = a + 16{,}60\,b + 275{,}56\,c$

(2) $3{,}039 = a + 43{,}55\,b + 1896{,}60\,c$

(3) $3{,}039 = a + 66{,}85\,b + 4468{,}92\,c$

(4) $3{,}021 = a + 86{,}35\,b + 7456{,}32\,c$

(5) $3{,}012 = a + 107{,}60\,b + 11577{,}76\,c$

(6) $2{,}985 = a + 131{,}75\,b + 17358{,}06\,c$

(7) $2{,}959 = a + 164{,}90\,b + 27192{,}01\,c$

(8) $2{,}932 = a + 196{,}65\,b + 38671{,}22\,c$

(9) $2{,}907 = a + 226{,}10\,b + 51121{,}21\,c.$

Potremmo aggruppare in qualunque modo queste nove equazioni onde ridurle a quelle tre che son necessarie per determinare le incognite a, b, c: ma sceglieremo di sommare le (1) (2) (3), le (4) (5) (6) e le (7) (8) (9) come quelle che meno differiscono fra loro. Avremo quindi le tre equazioni:

$$9{,}127 = 3\,a + 127{,}00\,b + 6641{,}08\,c$$

$$9{,}018 = 3\,a + 325{,}70\,b + 36392{,}14\,c$$

$$8{,}798 = 3\,a + 587{,}65\,b + 116984{,}44\,c$$

le quali risolte coi soliti metodi di eliminazione danno:

$$a = 3{,}058$$

$$b = -\,0{,}000272$$

$$c = -\,0{,}0000018443$$

e quindi

$$s = 3{,}058 - 0{,}000272\,D - 0{,}0000018443\,D^2.$$

Volendo riconoscere se questa equazione esprime con sufficiente esattezza l'andamento della sezione del cannello nel tratto a cui si estese la calibrazione, calcoleremo i valori di s corrispondenti ai valori di D che furono introdotti nelle (1) (2) . . . (9). Fatto questo calcolo si trova che questi valori sono ordinatamente

3,053; 3,043; 3,032; 3,021; 3,007; 2,990; 2,963; 2,933; 2,902

e paragonandoli a quelli scritti di sopra si trovano differenze tanto piccole da poterle ritenere comprese entro ai limiti degli errori d'osservazione (*).

Accenneremo ancora ad un metodo attribuito a Boscovich, che in qualche caso può tornare opportuno. Abbiansi n equazioni di primo grado a due incognite x, y:

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$

$$a_2 x + b_2 y = c_2$$

. . . . . .

$$a_n x + b_n y = c_n.$$

(*) I dati di questo esempio furono tolti da una memoria di Kopp, *Pogg. Ann.* Bd. LXXII. Però la formola finale differisce alquanto da quella offerta da Kopp, e ciò in causa di un piccolo errore aritmetico sfuggito all'illustre fisico tedesco.

Se cangiando il segno ad alcune di esse e moltiplicandole anche per opportuni fattori facciamo in modo che tutti i coefficienti della x siano del medesimo segno e che nella somma

$$Ax + By = C$$

delle n equazioni il coefficiente B della y sia piccolissimo in confronto del coefficiente della x, potremo trascurare il termine By e ritenere

$$x = \frac{C}{A}.$$

In simil guisa determineremo l'altra incognita y. — Come ben si vede questo metodo si presta opportunamente nel caso che le equazioni siano in buon numero e che i segni dei loro coefficienti siano convenientemente alternati. Si potrebbe usare lo stesso artifizio anche quando le incognite fossero più di due, ma la sua riuscita diventa più difficile.

17. **Applicazione del metodo dei minimi quadrati.** — Molto migliore dei precedenti è il metodo che ora esporremo e che si fonda sulla teoria dei minimi quadrati. Per trattare un caso abbastanza generale senza tuttavia essere condotti a soverchia prolissità di calcolo, supponiamo che la nostra funzione sia di primo grado, contenga solo tre incognite, che per noi sono le costanti da determinare, e sia

$$V = \alpha + ax + by + cz.$$

Dall'osservazione avremo ottenuto alcuni valori V_1, V_2, V_3, . . . corrispondenti a determinati valori di α, a, b, c, sicchè potremo scrivere:

$$\begin{aligned} V_1 &= \alpha_1 + a_1 x + b_1 y + c_1 z \\ V_2 &= \alpha_2 + a_2 x + b_2 y + c_2 z \\ V_3 &= \alpha_3 + a_3 x + b_3 y + c_3 z \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \qquad [A]$$

Usando tre qualunque di queste equazioni potremmo assai facilmente determinare le tre incognite x, y, z; ma siccome le quantità V_1, V_2, . . . α_1, α_2, . . . a_1, a_2, . . . b_1, b_2, . . . c_1, c_2, . . . sono (almeno alcune) dedotte dall'osservazione e quindi affette da errori, così anche i valori di x, y, z sarebbero erronei, e se provas-

simo a sostituirli in ciascuna di quelle equazioni, che non furono adoperate alla loro determinazione, troveremmo che nessuna riesce soddisfatta. Se quindi adottiamo uno di questi sistemi di valori, od un altro poco differente e calcoliamo i primi membri delle [A], troveremo dei valori $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots$ alquanto differenti da $V_1, V_2, V_3, \ldots$ cioè:

$$Q_1 = \alpha_1 + a_1 x + b_1 y + c_1 z$$

$$Q_2 = \alpha_2 + a_2 x + b_2 y + c_2 z$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

dove x, y, z hanno i valori particolari dedotti nel modo indicato. Ponendo:

$$Q_1 - V_1 = \Delta_1\,;\ Q_2 - V_2 = \Delta_2\,,\ \text{ecc.}$$

$$\alpha_1 - V_1 = n_1\,;\ \alpha_2 - V_2 = n_2\,,\ \text{ecc. (valori noti)}$$

avremo:

$$\Delta_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 z + n_1$$

$$\Delta_2 = a_2 x + b_2 y + c_2 z + n_2 \qquad [B]$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta_m = a_m x + b_m y + c_m z + n_m$$

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \ldots \Delta_m$ variano colla differente ipotesi che si è fatta sui valori di x, y, z; e per la teoria degli errori [§ 7, form. 11] l'ipotesi più vantaggiosa è quella che rende minima la somma dei quadrati di $\Delta_1, \Delta_2 \ldots$. Dobbiamo dunque determinare x, y, z in modo che $\Sigma\Delta^2$ sia minimo, e siccome $\Delta_1, \Delta_2 \ldots$. dipendono da x, y, z, per la teoria dei massimi e minimi conviene che sia

$$\left(\frac{d\,\Sigma\Delta^2}{dx}\right) = 0\,;\quad \left(\frac{d\,\Sigma\Delta^2}{dy}\right) = 0\,;\quad \left(\frac{d\,\Sigma\Delta^2}{dz}\right) = 0$$

cioè:

$$\Delta_1\left(\frac{d\,\Delta_1}{dx}\right) + \Delta_2\left(\frac{d\,\Delta_2}{dx}\right) + \ldots + \Delta_m\left(\frac{d\,\Delta_m}{dx}\right) = 0$$

$$\Delta_1\left(\frac{d\,\Delta_1}{dy}\right) + \Delta_2\left(\frac{d\,\Delta_2}{dy}\right) + \ldots + \Delta_m\left(\frac{d\,\Delta_m}{dy}\right) = 0 \qquad [C]$$

$$\Delta_1\left(\frac{d\,\Delta_1}{dz}\right) + \Delta_2\left(\frac{d\,\Delta_2}{dz}\right) + \ldots + \Delta_m\left(\frac{d\,\Delta_m}{dz}\right) = 0$$

Ora per le [B]

$$\left(\frac{d\,\Delta_1}{d\,x}\right) = a_1\,; \qquad \left(\frac{d\,\Delta_2}{d\,x}\right) = a_2\,; \ \ldots$$

$$\left(\frac{d\,\Delta_1}{d\,y}\right) = b_1\,; \qquad \left(\frac{d\,\Delta_2}{d\,y}\right) = b_2\,; \ \ldots$$

$$\left(\frac{d\,\Delta_1}{d\,z}\right) = c_1\,; \qquad \left(\frac{d\,\Delta_2}{d\,z}\right) = c_2\,; \ \ldots$$

dunque le [C] diventano

$$a_1\Delta_1 + a_2\Delta_2 + \ldots + a_m\Delta_m = 0$$

$$b_1\Delta_1 + b_2\Delta_2 + \ldots + b_m\Delta_m = 0$$

$$c_1\Delta_1 + c_2\Delta_2 + \ldots + c_m\Delta_m = 0.$$

Sostituendo in queste equazioni i valori di Δ_1, Δ_2, . . . Δ_m dati dalle [B] ed usando la seguente notazione di Gauss, che è molto breve e chiara,

$$a_1 a_1 + a_2 a_2 + \ldots + a_m a_m = [a\,a]$$

$30]_1$ $$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m = [a\,b]$$

$$a_1 c_1 + a_2 c_2 + \ldots + a_m c_m = [a\,c],\ \text{ecc.}$$

si ottiene:

$$[a\,a]\,x + [a\,b]\,y + [a\,c]\,z + [a\,n] = 0$$

$[31]_1$ $$[a\,b]\,x + [b\,b]\,y + [b\,c]\,z + [b\,n] = 0$$

$$[a\,c]\,x + [b\,c]\,y + [c\,c]\,z + [c\,n] = 0.$$

Queste equazioni sono in numero eguale a quello delle incognite (nel nostro caso tre) e servono a calcolarne i valori più probabili. Per risolverle comincieremo dal ricavare x dalla prima delle $[31]_1$, nella quale si trova moltiplicata per $[a\,a]$, e sostituirla nelle altre: ponendo con Gauss

$$[b\,b] - \frac{[a\,b]}{[a\,a]}\,[a\,b] = [b\,b\,.\,1]\,;\ [b\,c] - \frac{[a\,b]}{[a\,a]}\,[a\,c] = [b\,c\,.\,1]$$

$[30]_2$ $$[b\,n] - \frac{[a\,b]}{[a\,a]}\,[a\,n] = [b\,n\,.\,1]$$

$$[c\,c] - \frac{[a\,c]}{[a\,a]}\,[a\,c] = [c\,c\,.\,1]\,;\ [c\,n] - \frac{[a\,c]}{[a\,a]}\,[a\,n] = [c\,n\,.\,1]$$

si trova

$$[bb \,.\, 1]\, y + [bc \,.\, 1]\, z + [bn \,.\, 1] = 0$$

$[31]_2$

$$[bc \,.\, 1]\, y + [cc \,.\, 1]\, z + [cn \,.\, 1] = 0.$$

Procedendo a ricavare y dalla prima di queste equazioni (nella quale esso è moltiplicato per $[bb \,.\, 1]$), sostituendolo nell'altra e ponendo per brevità

$$[cc \,.\, 1] - \frac{[bc \,.\, 1]}{[bb \,.\, 1]} [bc \,.\, 1] = [cc \,.\, 2]$$

$[30]_3$

$$[cn \,.\, 1] - \frac{[bc \,.\, 1]}{[bb \,.\, 1]} [bn \,.\, 1] = [cn \,.\, 2]$$

si ottiene:

$[31]_3$ $$[cc \,.\, 2]\, z + [cn \,.\, 2] = 0$$

dalla quale immediatamente si calcola z; poi dalle $[31]_2$ e $[31]_1$ si determinano successivamente y ed x.

18. **Norme pratiche per l'esecuzione del calcolo.** — Giova osservare che la prima delle equazioni fondamentali o normali $[31]_1$ si ottiene moltiplicando ciascuna delle equazioni proposte [B] pel rispettivo coefficiente della x e poi sommando i prodotti dei secondi membri ed eguagliando la somma a zero: così la seconda delle $[31]_1$ si forma moltiplicando ciascuna delle [B] pel rispettivo coefficiente di y e poi eguagliando a zero la somma dei prodotti dei secondi membri; e così via. Importa anche notare che nelle $[31]_1$, $[31]_2$, . . . tutti i coefficienti (tranne quelli di forma quadratica $[aa]$, $[bb]$, . . . $[aa \,.\, 1]$, ...) si presentano due volte, cosicchè è diminuita la fatica del calcolo. Con tutto ciò esso è sempre alquanto prolisso e diventa assai laborioso quando si tratti di molte incognite. Per non commettere errori e procedere speditamente giovano le poche regole che seguono. Nel calcolo e nella risoluzione delle equazioni normali bastano d'ordinario le tavole logaritmiche a cinque decimali, e solo quando i numeri siano composti di molte cifre od il calcolo assai lungo si devono adoperare sei decimali. È utile poi dare alle equazioni normali tal forma che i coefficienti delle varie quantità cercate x, y, z non siano troppo differenti fra loro: a tal fine, se per esempio i coefficienti b_1, b_2, ... della y sono assai piccoli in confronto di quelli delle altre incognite, si moltiplicano i primi per un medesimo numero k, tale che li ravvicini agli altri. In pari tempo per non alterare le equazioni si divide y per k, cosicchè l'incognita è allora $\frac{y}{k}$: in tal modo ai termini $b_1 y$, $b_2 y$, . . .

si sostituiscono i termini equivalenti $kb_1 \cdot \frac{y}{k}$, $kb_2 \cdot \frac{y}{k}$ . . . . Se invece i coefficienti b_1, b_2, ... fossero troppo grandi in confronto degli altri, ai termini $b_1 y$, $b_2 y$, . . . si sostituiranno gli equivalenti $\frac{b_1}{k} \cdot ky$, $\frac{b_1}{k} \cdot ky$ . . . Alla fine del calcolo si trovano così determinati i valori più probabili di $\frac{y}{k}$ (nel primo caso) o di ky (nel secondo), e quindi, conoscendo il valore di k, resta determinato anche y.

Per non incorrere in facili errori è buona consuetudine quella di contrassegnare con un n scritto a destra i logaritmi dei numeri negativi: allora nella somma dei logaritmi un numero pari di n si distrugge, ed un numero dispari lascia l'n nel risultato.

In generale conviene evitare i calcoli di memoria: meglio è scrivere tutte le operazioni ed è poi sempre necessario di ordinare, dividere il lavoro e prepararlo in modo che i calcoli numerici diventino quasi un affare meccanico. Quindi prima di tutto devesi ordire il lavoro, cioè scrivere alle distanze opportune e coll'ordine che è più conveniente tutti i numeri dati od il simbolo algebrico di quelli ignoti, indicando con segni opportuni le operazioni che poi si devono eseguire; — di maniera che il calcolo si riduca semplicemente a coprire di cifre i posti lasciati vuoti. Il tempo che si spende in questo lavoro preparatorio si guadagna poi nel corso del calcolo, e ad ogni modo vi ha minor probabilità di errori. Eguali vantaggi si ottengono esaurendo volta per volta ciascuna operazione: così scritti tutti i numeri di cui si devono prendere i logaritmi, si aprono le tavole e si scrivono i logaritmi di tutti questi numeri; poi si eseguiscono tutte le operazioni indicate ed infine si cercano tutti i numeri corrispondenti.

L'ordine è soprattutto indispensabile nella formazione dei coefficienti sommatorii $[aa]$, $[bb]$, $[ab]$, . . ., ed ecco il modo più facile consigliato da Encke.

Spogliando il registro delle osservazioni si comincia col riempire il quadro seguente:

Valori di n	$\lg n_1$	$\lg n_2$	$\lg n_3$	$\lg n_4$	. . .
Coefficienti di x . . .	$\lg a_1$	$\lg a_2$	$\lg a_3$	$\lg a_4$	. . .
» » y . . .	$\lg b_1$	$\lg b_2$	$\lg b_3$	$\lg b_4$	. . .
» » z . . .	$\lg c_1$	$\lg c_2$	$\lg c_3$	$\lg c_4$	. . .
. . . . .					
Somma dei coeff. s . .	$\lg s_1$	$\lg s_2$	$\lg s_3$	$\lg s_4$	. . .

Poi sull'orlo superiore d'un foglio di carta si trascrivono i valori di $\lg n_1$, $\lg n_2$, $\lg n_3$, . . . in modo che possano corrispondere alle colonne del quadro scritte qui sopra: collocando allora l'orlo del foglio al di sotto della seconda fila della tabella superiore, in modo che $\lg n_1$ si trovi sotto $\lg a_1$, $\lg n_2$ sotto $\lg a_2$, ecc. e sommando questi valori si ottengono in un'altra fila

$$\lg a_1 n_1, \lg a_2 n_2, \lg a_3 n_3 \ldots .$$

Facendo quindi scorrere il foglio al di sotto della terza fila del quadro e sommando $\lg n_1$ con $\lg b_1$, $\lg n_2$ con $\lg b_2$, ecc. si hanno i valori di

$$\lg n_1 b_1, \lg n_2 b_2, \lg n_3 b_3, \ldots .$$

Si continua a questo modo fino al completo esaurimento di tutte le file del quadro. — Si prende poi un altro foglio e sull'orlo superiore si trascrivono i logaritmi di a_1, a_2, a_3, . . . poi lo si colloca sotto la seconda fila del quadro contenente i logaritmi delle medesime quantità e si procede a trovare $\lg a_1 a_1$, $\lg a_2 a_2$, ... Allo stesso modo si ottengono $\lg a_1 b_1$, $\lg a_2 b_2$ . . . ; poi su un quarto foglio $\lg b_1 b_1$, . . . $\lg b_1 c_1$; e su un quinto $\lg c_1 c_1$ . . .

Passando quindi dai logaritmi ai numeri e sommando fra loro quelli che corrispondono ad una medesima posizione del foglio mobile si ottengono le quantità

$$[an], [bn], [cn] \ldots [aa], [ab] \ldots [cc].$$

Giunti a questo punto del calcolo è utile verificare se si è operato bene: a tal uopo si calcolino le seguenti quantità (o le analoghe se le incognite fossero più di tre)

$$a_1 + b_1 + c_1 = s_1$$

$$a_2 + b_2 + c_2 = s_2$$

. . . . . .

e i logaritmi di queste somme si scrivano al basso nell'ultima fila del quadro precedente: poi si operi su di essi come se fossero i logaritmi dei coefficienti d'una quarta incognita calcolando

$$s_1 n_1 = a_1 n_1 + b_1 n_1 + c_1 n_1$$

$$s_2 n_2 = a_2 n_2 + b_2 n_2 + c_2 n_2, \text{ ecc.}$$

Non è difficile riconoscere che allora deve essere

$$[sn] = [an] + [bn] + [cn]$$

$$[as] = [aa] + [ab] + [ac]$$

$$[bs] = [ab] + [bb] + [bc]$$

$$[cs] = [ac] + [bc] + [cc].$$

Con questo mezzo si verificano le somme ottenute dapprima, ma convien notare che piccole differenze nelle ultime cifre possono dipendere, anzichè da errori di calcolo, dall'aver adoperato numeri soltanto approssimati.

Per formare i coefficienti

$$[bb \,.\, 1] = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]}\,[ab]$$

$$[bc \,.\, 1] = [bc] - \frac{[ab]}{[aa]}\,[ac], \text{ ecc.}$$

Si scrivono in una linea orizzontale i valori di $[aa]$, $[ab]$, $[ac]$, . . . $[as]$, $[an]$ e al dissotto i loro logaritmi: indi si calcola $\lg \frac{[ab]}{[aa]}$ e lo si somma successivamente ai logaritmi di $[ab]$, $[ac]$, ... $[as]$, $[an]$ (cioè a tutti i logaritmi della seconda fila, escluso quello del denominatore della frazione) ed i numeri corrispondenti ai logaritmi così ottenuti si collocano ordinatamente sotto $[bb]$, $[bc]$, . . . $[bs]$, $[bn]$, che si scrivono in apposita fila, cioè:

$$\frac{[ab]}{[aa]}\,[ab] \text{ sotto } [bb]$$

$$\frac{[ab]}{[aa]}\,[ac] \quad » \quad [bc], \text{ ecc.}$$

Infine si sottraggono i numeri in colonna e si hanno le quantità:

$$[bb \,.\, 1],\ [bc \,.\, 1],\ \ldots\ [bs \,.\, 1],\ [bn \,.\, 1]$$

delle quali si prendono i logaritmi e questi si scrivono al di sotto. Analogamente si schierano le quantità:

$$[cc],\ \ldots .\ [cs],\ [cn]$$

e sotto ad esse ordinatamente i prodotti

$$\frac{[ac]}{[aa]}[ac] \quad . \quad . \quad . \quad \frac{[ac]}{[aa]}[as], \quad \frac{[ac]}{[aa]}[an],$$

indi sottraendo l'ultima fila dalla precedente si ottengono:

$$[cc \,.\, 1], \quad . \quad . \quad . \quad [cs \,.\, 1], \quad [cn \,.\, 1]$$

e così di seguito. Anche qui le quantità contenenti s servono di prova al calcolo, perchè (nel caso di tre incognite)

$$[as] = [aa] + [ab] + [ac]$$

$$[bs] = [ab] + [bb] + [bc] \quad \text{e}$$

$$[bs \,.\, 1] = [bs] - \frac{[ab]}{[aa]}[as] = [bb] - \frac{[ab]}{[aa]}[ab] + [bc] - \frac{[ab]}{[aa]}[ac]$$

$$= [bb \,.\, 1] + [bc \,.\, 1], \text{ ecc.}$$

Sempre collo stesso metodo si procede fino al termine del calcolo, nè occorre insistere davvantaggio per vedere come si procederebbe nel caso che le incognite fossero più di tre.

Fatto il calcolo è utile cosa sostituire nelle [B] i valori trovati di x, y, z, . . . e determinare in tal modo Δ_1, Δ_2, ... e la somma dei quadrati di questi errori, cioè $\Sigma\Delta^2$. L'errore medio delle osservazioni è allora dato da

[32] $$\mu = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{m-k}}$$

dove m è il numero delle osservazioni e k quello delle incognite. Senza distenderci in una dimostrazione rigorosa di questa formola ci basterà notare che se Δ_1, Δ_2, Δ_3, . . . fossero gli *errori veri*, l'error medio sarebbe espresso da $\mu = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{m}}$; ma siccome non conosciamo i valori veri delle incognite, e per calcolarli dovremmo ad ogni modo impiegare k delle m equazioni proposte, così soltanto fra le $m - k$ rimanenti si può manifestare contraddizione e solo su questo numero si devono ripartire gli errori: quindi

$$(m - k)\,\mu^2 = \Sigma\Delta^2$$

e

$$= \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{m - k}}.$$

19. **Esempio numerico.** — Onde illustrare con un facile esempio questa teoria ci proporremo di calcolare un'espressione della forma

$$k = x + y\,t + z\,t^2$$

la quale dia con bastevole approssimazione il *coefficiente d'assorbimento* (k) dell'acqua per l'azoto puro in funzione della temperatura (t). Bunsen ottenne con esperienze dirette i cinque coefficienti che sono esposti nella seconda colonna della tavola seguente e che corrispondono alle temperature notate nella prima.

Temperatura t	Coefficiente k dato dall'esperienza	Coefficiente calcolato	Errori Δ	Δ^2
4°	0,01843	0,01844	+ 0,00001	0,0000000001
6,2	1751	1746	— 5	25
12,6	1520	1528	+ 8	64
17,7	1436	1428	— 8	64
23,7	1392	1393	+ 1	1
				$\Sigma \Delta^2 = 0,0000000155$

Le equazioni [A] sarebbero

$$0,01843 = x + 4,0\,y + (4,0)^2\,z$$

$$0,01751 = x + 6,2\,y + (6,2)^2\,z$$

$$0,01520 = x + 12,6\,y + (12,6)^2\,z$$

$$0,01436 = x + 17,7\,y + (17,7)^2\,z$$

$$0,01392 = x + 23,7\,y + (23,7)^2\,z.$$

Quindi le [B] sono:

$$\Delta_1 = x + 4{,}0\,y + (4{,}0)^2\,z - 0{,}01843$$

$$\Delta_2 = x + 6{,}2\,y + (6{,}2)^2\,z - 0{,}01751$$

$$\Delta_3 = x + 12{,}6\,y + (12{,}6)^2\,z - 0{,}01520$$

$$\Delta_4 = x + 17{,}7\,y + (17{,}7)^2\,z - 0{,}01436$$

$$\Delta_5 = x + 23{,}7\,y + (23{,}7)^2\,z - 0{,}01392.$$

e si forma il quadro seguente:

	INDICI					Logaritmi delle quantità corrispondenti agli indici				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
n	−0,01843	−0,01751	−0,01520	−0,01436	−0,01392	8,26553n	8,24329n	8,18184n	8,15715n	8,14364n
a	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
b	4,0	6,2	12,6	17,7	23,7	0,60206	0,79239	1,10037	1,24797	1,37475
$c=b^2$	16,0	38,44	158,76	313,29	561,69	1,20412	1,58478	2,20074	2,49595	2,74950
s	21,0	45,6	172,4	332	586,4	1,32222	1,65896	2,23654	2,52114	2,76819

Sul secondo foglio si troveranno i numeri:

lg n	8,26553 n	8,24329 n	8,18184	8,15715 n	8,14364 n
lg an	8,26553 n	8,24329 n	8,18184 n	8,15715 n	8,14364 n
lg bn	8,86759 n	9,03568 n	9,28221 n	9,40512 n	9,51839 n
lg cn	9,46965 n	9,82807 n	0,38258 n	0,65310 n	0,89314 n
lg sn	9,58775 n	9,90225 n	0,41838 n	0,67829 n	0,91183 n

an	bn	cn	sn	
— 0,01843	— 0,07372	— 0,2949	— 0,3870	
1751	0,10856	0,6731	0,7985	Prova
1520	0,19152	2,4131	2,6205	$[an] = -0,0794$
1436	0,25417	4,4988	4,7675	$[bn] = -0,9579$
1392	0,32991	7,8188	8,1626	$[cn] = -15,6987$

$[an] = -0,07942$, $[bn] = -0,95788$, $[cn] = -15,6987$, $[sn] = -16,7361$, $-16,7360$

Sul terzo foglio:

lg a	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
lg aa	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
lg ab	0,60206	0,79239	1,10037	1,24797	1,37475
lg ac	1,20412	1,58478	2,20074	2,49595	2,74950
lg as	1,32222	1,65896	2,23654	2,52114	2,76819

ab	ac	as	
4,0	16,00	21,0	
6,2	38,44	45,6	Prova
12,6	158,76	172,4	$[aa] = 5,0$
17,7	313,29	332,0	$[ab] = 64,2$
23,7	561,69	586,4	$[ac] = 1088,2$

$[aa] = 5,0$ $[ab] = 64,2$ $[ac] = 1088,18$ $[as] = 1157,4$ 1157,4

Sul quarto foglio:

lg b	0,60206	0,79239	1,10037	1,24797	1,37475
lg bb	1,20412	1,58478	2,20074	2,49594	2,74950
lg bc	1,80618	2,37717	3,30111	3,74392	4,12425
lg bs	1,92428	2,45135	3,33691	3,76911	4,14294

bb	bc	bs	
16,00	64,0	84,0	
38,44	238,3	282,7	Prova
158,76	2000,4	2172,3	$[ab] =$ 64,2
313,29	5545,2	5876,4	$[bb] =$ 1088,2
561,69	13312,2	13897,6	$[bc] =$ 21160,1
$[bb] = 1088,18$	$[bc] = 21160,1$	$[bs] = 22313,0$	22312,5

Sul quinto foglio:

lg c	1,20412	1,58478	2,20074	2,49595	2,74950
lg cc	2,40824	3,16956	4,40148	4,99190	5,49900
lg cs	2,52634	3,24374	4,43728	5,01709	5,51769

cc	cs	
256	336	
1478	1753	Prova
25205	27370	$[ac] =$ 1088
98153	104013	$[bc] =$ 21160
315500	329374	$[cc] = 440592$
$[cc] = 440592$	$[cs] = 462846$	462840

Procedendo poi si trova:

$$[bb\,.\,1] = 263{,}8 \qquad [bc\,.\,1] = 7187{,}7 \qquad [bn\,.\,1] = 0{,}06189 \qquad [bs\,.\,1] = 7452$$

Prova $[bb\,.\,1] = 263{,}8$

$[bc\,.\,1] = 7187{,}7$

7451,5

$$[cc\,.\,1] = 203762, \qquad [cn\,.\,1] = 1{,}587, \qquad [cs\,.\,1] = 210956$$

Prova $[bc\,.\,1] = 7187{,}7$

$[cc\,.\,1] = 203762,$

210950

$$z = 0{,}000012470, \qquad y = -\,0{,}0005743, \qquad x = 0{,}020540.$$

Quindi la formola:

$$k = 0{,}020540 - 0{,}0005743\,t + 0{,}000012470\,t^2$$

colla quale furono calcolati i valori della terza colonna della prima tabella. La somma dei quadrati degli errori è = 0,0000000155 e quindi l'errore medio

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{0{,}0000000155}{5-3}} = \pm\,0{,}0000877\ (*).$$

20. **Formola di Degen.** — Crediamo opportuno di dar luogo ad una formola di Degen (**), fin qui trascurata, la quale ha per iscopo di abbreviare in un caso abbastanza generale il calcolo di una equazione parabolica, cui si applica il metodo dei minimi quadrati. — Dicendo η la quantità che si vuol determinare, ξ la indipendente ed

(*) Bunsen (*Gasometrische Methoden*. Braunschweig. Vieweg, 1857) ha invece proposto la formola:

$$k = 0{,}020346 - 0{,}00053887\,t + 0{,}000011156\,t^2$$

che è calcolata per interpolazione: la somma dei quadrati degli errori è per questa formola = 0,0000000501.

(**) *Mém. prés. à l'acad. imp. des sciences de St-Pétersbourg par divers Savants*, T. I, 1831, p. 13.

x, y, z delle costanti tuttora ignote, supponiamo che la legge del fenomeno sia abbastanza bene rappresentata dalla formola

$$\eta = x + y\xi + z\xi^2$$

e che si conoscano gli m valori di η corrispondenti a $\xi = 1, 2, 3, \ldots (m-1), m$. Queste ipotesi facilmente si soddisfano nel caso molto frequente che siasi costruita la *curva empirica* rappresentante il fenomeno (§ 23), e che l'andamento di essa possa paragonarsi a quello d'una parabola Apolloniana, almeno per quel tratto cui si vuole applicare la formola. — Ora dicansi $n_1, n_2, n_3, \ldots n_m$ gli m valori di η indicati di sopra, e pongasi per brevità:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_m = A$$

$$n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots + mn_m = B$$

$$n_1 + 4n_2 + 9n_3 + \ldots + m^2 n_m = C$$

allora applicando al nostro caso le formole $[30]_1$, troveremo:

$$[aa] = m, \quad [ab] = \frac{m(m+1)}{2}; \quad [ac] = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$$

$$[bb] = [ac] = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}; \quad [bc] = \frac{m^2(m+1)^2}{4} = [ab]^2$$

$$[cc] = \frac{m(m+1)(2m+1)(3m^2+3m-1)}{30} = \frac{3m^2+3m-1}{5}[ac]$$

$$[an] = -A; \quad [bn] = -B; \quad [cn] = -C$$

dalle quali si ricava:

$$[bb\,.\,1] = \frac{m(m+1)(m-1)}{12}; \quad [bc\,.\,1] = \frac{m(m+1)^2(m-1)}{12};$$

$$[bn\,.\,1] = \frac{m+1}{2}A - B$$

$$[cc\,.\,1] = \frac{m(m+1)(2m+1)(m-1)(8m+11)}{180};$$

$$[cn\,.\,1] = \frac{(m+1)(2m+1)}{6}A - C$$

$$[cc\,.\,2] = \frac{(m+2)\,(m+1)\,m\,(m-1)\,(m-2)}{180}$$

$$[cn\,.\,2] = -\frac{(m+1)\,(m+2)}{6}\,A + (m+1)\,B - C$$

e finalmente:

$$x = \frac{6}{m\,(m-1)\,(m-2)}\left[\left(3\,\frac{m\,(m+1)}{2}+1\right)A - 3\,(2m+1)\,B + 5\,C\right]$$

$$y = \frac{6}{m\,(m-1)\,(m-2)}\left[-3\,(2m+1)\,A + \right.$$

[33]

$$\left. + \frac{2\,(2m+1)\,(8m+11)}{(m+1)\,(m+2)}\,B - \frac{30}{m+2}\,C\right]$$

$$z = \frac{30}{m\,(m-1)\,(m-2)}\left[A - \frac{6}{m+2}\,B + \frac{6}{(m+1)\,(m+2)}\,C\right]$$

che offrono direttamente i valori delle incognite.

Molte volte può richiedersi il valor medio delle quantità η, che corrisponde all'ordinata costante d'una retta parallela all'asse delle ascisse, tale che l'area limitata da questo asse, dalle ordinate estreme n_1 ed n_m e dalla retta indicata equivalga all'area compresa fra il medesimo asse, le stesse ordinate e la parabola:

$$\eta = x + y\,\xi + z\,\xi^2.$$

Detto M il medio cercato sarà:

$$M = \frac{\int_1^m \eta\,d\xi}{m-1} = \left\{x\,(m-1) + \frac{y\,(m^2-1)}{2} + \frac{z\,(m^3-1)}{3}\right\} : (m-1) =$$

$$= x + \frac{1}{2}\,(m+1)\,y + \frac{(m^2+m+1)}{3}\,z$$

e per le [33]

[34] $$M = \frac{(m+1)\,(m+2)\,(m-7)\,A + 30\,(m+1)\,B - 30\,C}{(m+2)\,(m+1)\,m\,(m-2)}.$$

Quantunque il calcolo delle formole [33], [34] sia molto semplice, pure a maggiore comodità offriamo i valori dei coefficienti x, y, z e di M da $m = 3$ fino ad $m = 12$:

$m = 3$	$x = 19\,A - 21\,B + 5\,C$	$z = 5\,A - 6\,B + \frac{3}{2}\,C$
	$y = -\,(21\,A - \frac{49}{2}\,B + 6\,C)$	$M = (-\,8\,A + 12\,B - 3\,C) : 6$
$m = 4$	$x = (31\,A - 27\,B + 5\,C) : 4$	$z = (5\,A - 5\,B + C) : 4$
	$y = -\,(135\,A - 129\,B + 25\,C) : 20$	$M = (-\,3\,A + 5\,B - C) : 8$
$m = 5$	$x = (46\,A - 33\,B + 5\,C) : 10$	$z = (7\,A - 6\,B + C) : 14$
	$y = -\,(231\,A - 187\,B + 30\,C) : 70$	$M = (-\,14\,A + 30\,B - 5\,C) : 105$
$m = 6$	$x = (64\,A - 39\,B + 5\,C) : 20$	$z = (28\,A - 21\,B + 3\,C) : 112$
	$y = -\,(1092\,A - 767\,B + 105\,C) : 560$	$M = (-\,28\,A + 105\,B - 15\,C) : 672$
$m = 7$	$x = (17\,A - 9\,B + C) : 7$	$z = (36\,A - 24\,B + 3\,C) : 252$
	$y = -\,(324\,A - 201\,B + 24\,C) : 252$	$M = (8\,B - C) : 84$
$m = 8$	$x = (109\,A - 51\,B + 5\,C) : 56$	$z = (15\,A - 9\,B + C) : 168$
	$y = -\,(153\,A - 85\,B + 9\,C) : 168$	$M = (3\,A + 9\,B - C) : 144$
$m = 9$	$x = (136\,A - 57\,B + 5\,C) : 84$	$z = (55\,A - 30\,B + 3\,C) : 924$
	$y = -\,(3135\,A - 1577\,B + 150\,C) : 4620$	$M = (22\,A + 30\,B - 3\,C) : 693$
$m = 10$	$x = (166\,A - 63\,B + 5\,C) : 120$	$z = (22\,A - 11\,B + C) : 528$
	$y = -\,(1386\,A - 637\,B + 55\,C) : 2640$	$M = (66\,A + 55\,B - 5\,C) : 1760$
$m = 11$	$x = (199\,A - 69\,B + 5\,C) : 165$	$z = (26\,A - 12\,B + C) : 858$
	$y = -\,(1794\,A - 759\,B + 60\,C) : 4290$	$M = (104\,A + 60\,B - 5\,C) : 2574$
$m = 12$	$x = (47\,A - 15\,B + C) : 44$	$z = (91\,A - 39\,B + 3\,C) : 4004$
	$y = -\,(1365\,A - 535\,B + 39\,C) : 4004$	$M = (91\,A + 39\,B - 3\,C) : 2184$

Finchè m è abbastanza piccolo si può risparmiare con vantaggio il calcolo delle quantità ausiliarie A, B, C approfittando delle formole seguenti, nelle quali A, B, C sono espresse per n_1, n_2, n_3, . . .

$m=3$	$x = 3n_1 - 3n_2 + n_3$ $y = -(5n_1 - 8n_2 + 3n_3) : 2$	$z = (n_1 - 2n_2 + n_3) : 2$ $M = (n_1 + 4n_2 + n_3) : 6$
$m=4$	$x = [9n_1 - (3n_2 + 5n_3) + 3n_4] : 4$ $y = -[31n_1 - (23n_2 + 27n_3) + 19n_4] : 20$	$z = [n_1 - (n_2 + n_3) + n_4] : 4$ $M = (n_1 + 3n_2 + 3n_3 + n_4) : 8$
$m=5$	$x = [9n_1 - (4n_3 + 3n_4) + 3n_5] : 5$ $y = -[74n_1 - (23n_2 + 60n_3 + 37n_4) + 46n_5] : 70$	$z = [2n_1 - (n_2 + 2n_3 + n_4) + 2n_5] : 14$ $M = [11n_1 + 26n_2 + 31n_3 + 26n_4 + 11n_5] : 105$
$m=6$	$x = [15n_1 + 3n_2 - (4n_3 + 6n_4 + 3n_5) + 5n_6] : 10$ $y = -[215n_1 - (11n_2 + 132n_3 + 148n_4 + 59n_5) + 135n_6] : 280$ $z = [5n_1 - (n_2 + 4n_3 + 4n_4 + n_5) + 5n_6] : 56$ $M = [31n_1 + 61n_2 + 76n_3 + 76n_4 + 61n_5 + 31n_6] : 336$	
$m=7$	$x = 9[n_1 + 3n_2 - (n_3 + 3n_4 + 3n_5 + n_6) + 3n_7] : 7$ $y = -[49n_1 + 6n_2 - (21n_3 + 32n_4 + 27n_5 + 6n_6) + 31n_7] : 84$ $z = [5n_1 - (3n_3 + 4n_4 + 3n_5) + 5n_7] : 84$ $M = [7n_1 + 12n_2 + 15n_3 + 16n_4 + 15n_5 + 12n_6 + 7n_7] : 84$	
$m=8$	$x = [63n_1 + 27n_2 + n_3 - (15n_4 + 21n_5 + 17n_6 + 3n_7) + 21n_8] : 56$ $y = -[77n_1 + 19n_2 - (21n_3 + 43n_4 + 47n_5 + 33n_6 + n_7) + 49n_8] : 168$ $z = [7n_1 + n_2 - (3n_3 + 5n_4 + 5n_5 + 3n_6) + n_7 + 8n_8] : 168$ $M = [11n_1 + 17n_2 + 21n_3 + 23n_4 + 23n_5 + 21n_6 + 17n_7 + 11n_8] : 144$	

Anche assumendo una formola parabolica con un maggior numero di costanti si arriverebbe a risultati analoghi, ma non crediamo di dover insistere su questo argomento. Faremo piuttosto alcune osservazioni sui risultati ottenuti da Degen, onde estendere l'uso della formola ad una curva parabolica del terz'ordine senza nulla togliere alla facile applicazione di essa. Sia dunque:

$$\eta_1 = u + x\xi + y\xi^2 + z\xi^3$$

l'equazione approssimata della curva empirica, la quale in tal modo può anche presentare qualche punto singolare.

Se trasportiamo l'origine delle coordinate in un punto della curva, la sua equazione assume la forma

$$\frac{\eta}{\xi} = x + y\xi + z\xi^2$$

e se siano misurate le ordinate $\eta = n_1, n_2, n_3, \ldots n_m$ corrispondenti ai punti di ascisse 1, 2, 3, ... m contate dall'origine posta sulla curva, i valori di x, y, z saranno dati dalle stesse formole [33], sol che in luogo di n_p si ponga $\frac{n_p}{p}$, cioè alle quantità A, B, C si diano i seguenti valori:

$$A_1 = n_1 + \frac{n_2}{2} + \frac{n_3}{3} + \ldots + \frac{n_m}{m}$$

$$B_1 = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_m = A$$

$$C_1 = n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots + m n_m = B.$$

A dir vero il numero delle costanti determinate empiricamente rimane ancora eguale a tre, perchè alla quarta (che sarebbe u) si dà un particolare valore; ma questo valore si può sempre determinare con bastante esattezza, massimamente avendo cura di fare più d'una osservazione intorno al punto che si vuol prendere per origine delle coordinate. Introducendo pertanto tre costanti invece di quattro si semplificano considerevolmente i calcoli, pur lasciando alla parabola molta libertà di adattarsi alla curva empirica.

In simil guisa si può rappresentare una parabola del second'ordine mediante due sole costanti y, z, riducendone l'equazione alla forma

$$\frac{\eta}{\xi} = y + z\xi.$$

Allora y e z sono espresse da

$$y = \frac{2}{m(m-1)}\left[(2m+1)A_1 - 3B_1\right]$$

$$z = \frac{12}{(m+1)m(m-1)}\left[B_1 - \frac{m+1}{2}A_1\right]$$

dove i valori di A_1 e B_1 sono quelli stessi anteriormente indicati.

21. **Esempio**. — A chiarire la teoria offriremo un esempio assai semplice. — In una serie di esperienze del prof. Rossetti dirette a determinare le temperature del massimo di densità delle soluzioni alcooliche, si trovarono i numeri scritti nelle due prime colonne del quadro seguente. Con questi dati si costruì una curva, contando sull'asse delle ascisse le parti n d'alcool contenute in 100 di soluzione, e su quello delle ordinate le temperature del massimo di densità. Presa quindi l'origine nel punto corrispondente a 0 d'alcool e 0° di temperatura, si misurarono le ordinate delle ascisse n=2, 4, 6, . . . 14 e si ottennero i numeri che figurano nella terza e quarta colonna del seguente quadro:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Parti in peso d'alcool assoluto in 100 di soluzione	Temperatura del massimo di densità	n	η	Formola di II grado		$\eta - 4°,12$	Formola di III grado	
				η	Δ		η	Δ
0	4,12	2	4,08	3,85	+ 0,23	— 0,04	4,12	— 0,04
5,85	3,17	4	3,95	3,92	+ 0,03	— 0,17	3,82	+ 0,13
7,80	1,82	6	3,11	3,26	— 0,15	— 1,01	3,08	+ 0,03
9,75	— 0,19	8	1,73	1,87	— 0,14	— 2,39	1,77	— 0,04
14,625	— 8,48	10	— 0,36	— 0,28	— 0,08	— 4,48	— 0,22	— 0,14
		12	— 3,18	— 3,14	— 0,04	— 7,30	— 3,03	— 0,15
		14	— 6,60	— 6,76	+ 0,16	— 10,72	— 6,78	+ 0,18
					$\Sigma\Delta^2 = 0,1295$			$\Sigma\Delta^2 = 0,0955$

Se ora si vuol calcolare la formola parabolica

$$\eta = x + y\xi + z\xi^2$$

basta porre $\xi = \frac{n}{2}$ onde le ξ prendano i valori 1, 2, 3, . . . 7, e ritenere per le ordinate i numeri della quarta colonna.

Si trova allora:

$$A = 2{,}73\,, \quad B = -38{,}5\,, \quad C = -371{,}73$$

e sostituendo questi valori nelle formole esposte di sopra corrispondenti ad $m = 7$, si ottiene tosto:

$$x = 3{,}03\,, \quad y = 1{,}185\,; \quad z = -0{,}369$$

e quindi:

$$\eta = 3{,}03 + 1{,}185\,\xi - 0{,}369\,\xi^2$$

$$= 3{,}03 + 1{,}185\,\frac{n}{2} - 0{,}369\,\frac{n^2}{4}$$

$$= 3{,}03 + 0{,}593\,n - 0{,}0922\,n^2.$$

I valori di η calcolati per mezzo di questa formola son contenuti nella quinta colonna del quadro, e nella sesta si trovano le differenze tra i valori dedotti dalla curva ed i calcolati: la somma dei quadrati di queste differenze (ossia degli errori) è $= 0{,}1295$.

Volendo invece adoperare la forma

$$\eta = x\xi + y\xi^2 + z\xi^3$$

conviene cangiar l'origine facendo in modo che per ξ, ossia per $n = 0$, sia $\eta = 0$: bisogna dunque sottrarre 4,12 a tutte le ordinate e per tal modo si ottengono i numeri scritti nella settima colonna. La somma di questi numeri dà $B_1 = -26{,}11$; dividendoli poi rispettivamente pei numeri 1, 2, 3, . . . 7 e sommando i risultati si ottiene $A_1 = -4{,}703$; infine moltiplicandoli pei medesimi numeri per cui prima si erano divisi e sommando i prodotti si ha $C_1 = -154{,}21$. Sostituendo i valori di A_1, B_1, C_1 in luogo di A, B, C nelle formole relative ad $m = 7$ (pag. 44), si trova:

$$x = 0{,}119\,, \quad y = -0{,}0925\,; \quad z = -0{,}0210$$

perciò:

$$\eta = t^\circ - 4^\circ{,}12 = 0{,}119\,\xi - 0{,}0925\,\xi^2 - 0{,}0210\,\xi^3$$

$$t = 4^\circ{,}12 + 0{,}060\,n - 0{,}0231\,n^2 - 0{,}00262\,n^3.$$

Con questa formola si calcolarono i numeri della colonna ottava: le differenze fra le ordinate della curva ed i valori dedotti dal calcolo sono registrate nell'ultima colonna; la somma dei loro quadrati è 0,0955, cioè notevolmente minore della somma dei quadrati degli errori ottenuti mediante la formola parabolica di secondo ordine. Tuttavia, appunto perchè la curva può sensibilmente confondersi con una parabola Apolloniana, il rapporto fra le somme dei quadrati degli errori ottenuti nei due casi differisce dall'unità assai meno di quello che si riscontri in altre ricerche.

Si potrebbe anche ritenere due sole costanti e calcolare la formola

$$\eta = y\xi + z\xi^2$$

ma in tal caso gli errori riuscirebbero troppo forti (*).

22. **Determinazione delle costanti empiriche nel caso di una funzione qualunque.** — Nei paragrafi precedenti abbiamo determinato i valori più probabili delle costanti empiriche nel caso che le relazioni da cui esse sono legate siano di primo grado. Però anche il caso generale in cui queste funzioni non siano più lineari, si riconduce al precedente con una soluzione indiretta. Supponiamo per brevità che le costanti incognite ξ, η, ζ siano in numero di tre e diciamo O_1, O_2, O_3, O_4, ... i valori della funzione dedotti immediatamente dalle osservazioni: questi sono affetti da errori $\pm\Delta_1$, Δ_2, . . . sicchè i loro valori veri sarebbero:

$$V_1 = O_1 + \Delta_1, \quad V_2 = O_2 + \Delta_2, \ldots$$

La relazione che lega le quantità osservate (O_1, O_2, O_2, ...) alle cercate ξ, η, ζ deve essere nota e sia in generale espressa da

$$V = F(\xi, \eta, \zeta, k, l, \ldots) \qquad [A]$$

dove k, l, ... sono dati coefficienti numerici che in generale sa-

---

(*) Il prof. Rossetti ha calcolato la formola

$$t = 4°,15 + 0,295\, n - 0,076\, n^2$$

tenendo conto di tutte le osservazioni ed adoperando l'ordinario processo dei minimi quadrati. Per $n > 5$ questa formola si adatta assai bene: la somma dei quadrati degli errori è per essa = 0,1923.

ranno diversi pei differenti valori di V_1, V_2, ... Scegliendo tre delle equazioni offerte dall'osservazione, per esempio:

$$O_1 = F(\xi, \eta, \zeta, k_1, l_1, \ldots)$$

$$O_2 = F(\xi, \eta, \zeta, k_2, l_2, \ldots)$$

$$O_3 = F(\xi, \eta, \zeta, k_3, l_3, \ldots)$$

si determina coi soliti metodi algebrici un sistema ξ_0, η_0, ζ_0, che le soddisfi. Abbiamo allora tre valori approssimati delle nostre incognite, sicchè dette x, y, z le correzioni da fare ad essi, saranno:

$$\xi = \xi_0 + x, \quad \eta = \eta_0 + y, \quad \zeta = \zeta_0 + z$$

i valori cercati. Le vere incognite diventano quindi x, y, z e le supponiamo abbastanza piccole per poterne trascurare le potenze superiori alla prima.

Se nella [A] sostituiamo $\xi_0 + x$ a ξ, $\eta_0 + y$ a η, $\zeta_0 + z$ a ζ e sviluppiamo col teorema di Taylor, otteniamo:

$$V = O + \Delta = F(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, k, l, \ldots) + \left(\frac{dF}{d\xi_0}\right) x +$$

$$+ \left(\frac{dF}{d\eta_0}\right) y + \left(\frac{dF}{d\zeta_0}\right) z + \text{quantità trascurabili.} \qquad [B]$$

Le quantità O_1, O_2, . . . sono date dall'osservazione, le $F(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, k_1, l_1, \ldots)$, $F(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, k_2, l_2, \ldots)$ . . . si deducono dalla [A] ponendo in essa i valori approssimati ξ_0, η_0, ζ_0 e le differenti costanti k_1, l_1, . . . k_2, l_2, . . . ; infine $\left(\frac{dF}{d\xi_0}\right)$, $\left(\frac{dF}{d\eta_0}\right)$ . . . . sono le singole derivate parziali della F, quando in esse si pongano i valori ξ_0, η_0, ζ_0 e poi i diversi sistemi delle costanti k_1, l_1, . . . , k_2, l_2, . . . Posto dunque:

$$F(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, k_1, l_1, \ldots) - O_1 = n_1,$$

$$F(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, k_2, l_2, \ldots) - O_2 = n_2, \ldots$$

e detti a_1, a_2, a_3, . . . b_1, b_2, b_3, . . . c_1, c_2, . . . i valori delle derivate parziali per $\xi = \xi_0$, $\eta = \eta_0$, $\zeta = \zeta_0$ e $k = k_1$, $l = l_1$, . . . ,

$k = k_2$, $l = l_2$, . . . dalla [B] si deduce il seguente sistema di equazioni :

$$\Delta_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 z + n_1$$

$$\Delta_2 = a_2 x + b_2 y + c_2 z + n_2$$

$$\Delta_3 = a_3 x + b_3 y + c_3 z + n_3$$

. . . . . .

in tutto simili alle [B] del § 17. Da queste si ricavano allora col solito metodo i valori più probabili delle correzioni x, y, z.

Per dedurre i valori approssimati ξ_0, η_0, ζ_0 si impiegheranno quelle equazioni che a ciò sembrano più convenienti, e per non essere costretti a rifare il calcolo si cercherà di determinarli con bastante approssimazione perchè le loro correzioni x, y, z siano veramente tanto piccole da poterne trascurare i quadrati.

Un esempio di applicazione di questo calcolo si troverà più innanzi a proposito del metodo di Gauss per la misura dei momenti d'inerzia e di rotazione d'una calamita.

Curve e formole empiriche.

23. **Delle curve empiriche.** — Uno dei metodi più usati e più opportuni per rappresentare la legge di un fenomeno è quello delle *curve empiriche*, cioè di curve che col loro andamento esprimono la relazione esistente fra due quantità dipendenti l'una dall'altra. Così per esempio si possono rappresentare colle ascisse i tempi di una giornata e colle ordinate le altezze barometriche corrispondenti, e costruire delle curve che mostrano la dipendenza della pressione dall'ora del giorno. In questo caso ed in alcuni altri le curve possono venire segnate in modo continuo da un apparecchio fotografico, ma in generale sono solo determinati alcuni punti per mezzo di coordinate dedotte dalle tavole delle osservazioni, e poi la curva è tracciata a mano libera in maniera che si scosti il meno possibile dai punti già segnati, e che mantenga quell'andamento regolare e continuo che si osserva in quasi tutti i fenomeni della natura. Il tracciamento di questa curva è dunque cosa delicata, perchè ove i punti determinati siano discosti l'uno dall'altro, non vi ha più una sola curva che soddisfi a tutte le condizioni, e si può esser certi che ogni disegnatore traccierà una linea notevolmente diversa. Perciò è necessario che i punti dedotti dai dati dell'esperienza siano molti e fra loro molto

vicini, e, quando ciò avvenga, la curva oltre che rendere sensibile l'andamento del fenomeno assai meglio di una tavola di valori numerici, ha anche il vantaggio di correggere in gran parte gli errori delle osservazioni, determinando un andamento regolare.

Quando siasi intravveduta la legge del fenomeno e si voglia soltanto verificarla con una costruzione grafica, possono, nei singoli casi, giovare speciali artifizii. Così ad esempio se si abbia motivo di ritenere che la funzione rappresentante il fenomeno sia della forma

$$y = a + bx^2$$

cioè contenga solo il quadrato della quantità indipendente, si potrà porre fin da principio $x^2 = x_1$, e, se la supposizione è vera, la linea che si avvicina il più possibile ai punti così determinati sarà una retta

$$y = a + bx_1.$$

Più frequente è il caso che si tratti della forma

$$y = \frac{k}{x}$$

essendo k una costante: la curva rappresentante il fenomeno sarebbe allora un'iperbola riferita agli assintoti, ma la legge si verifica più facilmente ove pongasi:

$$\frac{1}{x} = x_1.$$

Infatti allora $y = kx_1$ rappresenta una retta, e la riga ci fa subito avvertiti se l'ipotesi fatta è giusta od erronea.

Per quanto poi riguarda il tracciamento pratico delle curve torna utile e comodo l'uso di apposite carte quadrigliate che senza difficoltà si possono avere in commercio. I singoli punti si segnano ordinariamente colle intersezioni di due rette brevi, sottili, parallele rispettivamente ai due assi e che quindi formano una piccola croce: la curva si traccia poi in tutta la sua lunghezza con lapis tenero, e si corregge procurando che l'andamento sia regolare e si scosti il meno possibile dalla serie dei punti già determinati: da ultimo si disegna la curva definitiva con lapis più duro e con tratto sottile, ovvero con inchiostro di China.

Giova pure osservare che è opportuno scegliere una *scala* grande, purchè i punti non riescano soverchiamente discosti, e che in molti casi, per guadagnar spazio, si può far passare l'asse orizzontale delle

ascisse per l'estremità superiore dell'ordinata più piccola e portare come ordinate soltanto le differenze fra le altre e questa ordinata minima.

24. **Metodo dello Schiaparelli dei valori perequati**. — In molti casi, e specialmente in meteorologia, avviene che la curva presenti una forma capricciosa e troppo complicata per poterne dedurre l'andamento generale del fenomeno: a togliere questo inconveniente, causato da errori di osservazione e da accidentali perturbazioni, si è introdotto l'uso di raccogliere per gruppi i valori osservati e gli argomenti corrispondenti in alcune poche medie, alle quali si dà il nome di *valori* e di *argomenti normali*. Con tal metodo si diminuisce a piacere l'influenza degli errori accidentali, ma è chiaro che si introducono degli errori certi ogniqualvolta il tratto di linea che comprende le ordinate di un medesimo gruppo non si confonda sensibilmente con una retta: infatti solo per questa linea la media delle ordinate equivale sempre all'ordinata mediana. Questo processo dunque si può applicare con buon esito solo quando si deducano i valori normali da porzioni di linea di curvatura così poco sentita, che il confonderle con una retta non porti sensibile errore. Un altro inconveniente di questo metodo è che i punti i quali servono a determinare la curva definitiva scemano assai di numero, cosicchè il suo tracciamento diventa più incerto. Ma a ciò si può ovviare col mezzo proposto da Schiaparelli, e che egli spiega col seguente esempio (*). Per dimostrare le variazioni annuali della temperatura in un dato clima si suole generalmente fare le medie dei mesi: si ottengono così dodici temperature, che espresse graficamente danno una curva. Non vi ha dubbio che nei dodici valori medii le casualità delle osservazioni si troveranno assai bene compensate dopo molti anni, e che ad essi si potrà attribuire una grande esattezza. Ma non è egualmente certo che tutte le particolarità della variazione annua della temperatura possano rendersi manifeste in una curva, per tracciare la quale si danno solo dodici punti. Se esistono nel progresso annuo delle variazioni di due, tre o quattro settimane esse rimarranno occulte. Ma se invece di fare le sole medie dei mesi si calcolino le medie scalari dal 1° gennaio al 1° febbraio, dal 2 gennaio al 2 febbraio, dal 3 gennaio al 3 febbraio, e così via, si otterranno 365 medie, ciascuna delle quali risultando da 31 giorni, altrettanto peso avrà quanto una delle

---

(*) *Nuovo Cimento*, T. XXV, 1867, p. 238. Oltre a quello che abbiamo estratto da questa pregevole memoria, lo studioso vi troverà altre applicazioni importanti della *perequazione*, nelle quali non possiamo estenderci per non oltrepassare i limiti del nostro lavoro.

dodici precedenti; il loro numero e la continua successione non lascieranno alcun dubbio sul vero progresso delle temperature, e le irregolarità residue saranno di nessun conto. I vantaggi di questo metodo, chiamato dei *valori perequati,* sono:

1° Di diminuire quasi a piacimento gli effetti degli errori accidentali delle osservazioni, raccogliendo in medie un numero sufficiente di ordinate successive;

2° Di dare un numero di punti assai grande e di rendere quindi possibile il tracciamento a mano libera della curva con tanta sicurezza da escludere ogni sensibile errore ed ogni traccia di discontinuità.

Il lavoro poi di queste medie è in pratica bastantemente spedito, perchè se a_1, a_2, a_3, . . . a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, . . . sono i valori osservati, e si aggruppano ad n, ad n ponendo

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$

$$S_{n+1} = a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n+1}$$

$$S_{n+2} = a_3 + a_4 + a_5 + \ldots + a_{n+2}, \text{ ecc.}$$

è chiaro che ogni somma si può dedurre dalla precedente calcolando le facili formole

$$S_{n+1} = S_n + (a_{n+1} - a_1)$$

$$S_{n+2} = S_{n+1} + (a_{n+2} - a_2), \text{ ecc.}$$

Solo di quando in quando converrà eseguire direttamente qualche somma per accertarsi di non aver commesso errori nei calcoli precedenti. È poi manifesto che questo metodo si può applicare direttamente e con sicurezza solo quando i valori a_1, a_2, a_3, . . . corrispondano a valori della quantità indipendente (per solito il tempo), che variino in progressione aritmetica, cioè con costante differenza, e che il tratto di curva compresa fra due ordinate a_{k+1} ed a_{k+n} si possa sensibilmente confondere con una retta. Perciò quando l'andamento della curva fosse molto irregolare, la porzione che se ne può usare per formare le medie sarebbe assai breve, nè in tal caso sarebbe più lecito di ritenere che gli errori o variazioni accidentali vengano ad elidersi. Per rimediare anche a questo difetto e permettere una maggiore larghezza nel numero dei valori introdotti nella perequazione, Schiaparelli insegna il seguente procedimento. Si indichi con y l'ordinata corrente della curva che rappresenta fedel-

mente il fenomeno, cioè della curva scevra dagli errori di osservazione, e per agevolezza il numero delle ordinate raccolte in una media si prenda impari ed eguale a $2n+1$. Sia poi y_0 l'ordinata di mezzo, cioè quella che corrisponde all'argomento medio, e le ordinate che la precedono e la susseguono si distinguano con indici negativi e positivi nel seguente ordine:

$$y_{-n},\ y_{-(n-1)},\ y_{-(n-2)} \cdot \cdot \cdot \cdot y_{-1},\ y_0,\ y_1,\ y_2,\ \cdot \cdot \cdot y_{n-1},\ y_n.$$

Dicendo Y la media dei valori osservati, per la teoria del medio aritmetico essa non discorda sensibilmente dalla media dei valori corretti $y_{-n}, \ldots y_0, \ldots y_n$, sicchè:

$$(2n+1)\ Y = y_0 + y_1 + y_{-1} + y_2 + y_{-2} + \cdot \cdot \cdot + y_n + y_{-n} \quad [A]$$

Ora sia $y = f(x)$ l'equazione incognita della curva ed h l'intervallo costante fra due ordinate consecutive. Pel teorema di Taylor, avremo:

$$y_{\pm 1} = f(x \pm h) = y_0 \pm 1 \cdot \frac{h}{1}\frac{df}{dx} + 1^2 \cdot \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2f}{dx^2} \pm$$

$$\pm 1^3 \cdot \frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^3f}{dx^3} + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$y_{\pm 2} = f(x \pm 2h) = y_0 \pm 2 \cdot \frac{h}{1}\frac{df}{dx} + 2^2 \cdot \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2f}{dx^2} \pm$$

$$\pm 2^3 \cdot \frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^3f}{dx^3} + \cdot \cdot \cdot \cdot \quad [B]$$

. . . . . .

$$y_{\pm n} = f(x \pm nh) = y_0 \pm n \cdot \frac{h}{1}\frac{df}{dx} + n^2 \cdot \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2f}{dx^2} \pm$$

$$\pm n^3 \cdot \frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^3f}{dx^3} + \cdot \cdot \cdot$$

le quali espressioni sostituite nella [A], danno:

$$(2n+1)\ Y = (2n+1)\ y_0 + 2\frac{h^2}{1.2}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdot \cdot \cdot + n^2)\frac{d^2f}{dx^2} +$$

$$+ 2\frac{h^4}{1.2.3.4}(1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdot \cdot \cdot + n^4)\frac{d^4f}{dx^4} + \cdot \cdot \cdot \quad [C]$$

Ora in pratica si può ritenere senza tema di errore sensibile che la porzione di curva compresa fra le ordinate estreme y_{-n} ed y_n coincida con un arco di parabola del secondo o terz'ordine, cioè possa venir rappresentata dall'equazione

$$y = f(x) = A + Bx + Cx^2 + Gx^3.$$

Ne segue:

$$\frac{d^4 f}{dx^4} = 0, \quad \frac{d^6 f}{dx^6} = 0, \ldots .$$

sicchè la [C] si riduce a contenere solo $\frac{d^2 f}{dx^2}$; ma avendosi dall'ultima delle [B]

$$y_n + y_{-n} = 2y_0 + 2n^2 \frac{h^2}{1.2} \frac{d^2 f}{dx^2}$$

e sapendo che

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1.2.3}$$

dalla [C] si ricava facilmente

$$y_0 = Y + \frac{n+1}{3n}\left(y_0 - \frac{y_n + y_{-n}}{2}\right).$$

Trattandosi di un termine di correzione assai piccolo, alle ordinate incognite y_0, y_n, y_{-n} della curva vera potremo sostituire le ordinate conosciute Y_0, Y_n, Y_{-n} della curva data dalla perequazione, la quale si può riguardare come sensibilmente parallela alla curva vera nel tratto che si considera; dunque finalmente otterremo:

[35] $$y_0 = Y + \frac{n+1}{3n}\left(Y_0 - \frac{Y_n + Y_{-n}}{2}\right)$$

la quale ci dà il modo di correggere il valore dell'ordinata Y dedotta colla perequazione onde passare all'ordinata della curva esprimente con maggiore esattezza il fenomeno. — In pratica sono per lo più sufficienti le correzioni fin qui introdotte; ma in ogni caso sarebbe possibile proceder oltre nelle correzioni, come si può vedere nella pregevole memoria dello Schiaparelli già citata, ed alla quale rimandiamo il lettore.

25. **Delle formole empiriche.** — Le leggi fisiche si riducono in generale a relazioni matematiche fra alcune quantità variabili:

l'andamento di ciascun fenomeno è dunque rappresentabile, almeno idealmente, per mezzo di un'espressione matematica. Però nello stato attuale della scienza le leggi elementari di molti fenomeni ci sono ignote, ed allora, in mancanza di meglio, il fisico ricorre alle *formole empiriche*, cioè a formole che rappresentino con sufficiente approssimazione le leggi del fenomeno. Già la formola d'interpolazione di Lagrange (§ 13) si presta in molti casi vantaggiosamente, ed in ispecialità ove trattisi di esprimere la legge empirica di un fenomeno per valori delle variabili compresi entro limiti ristretti e definiti. Ma essa ha l'inconveniente di non correggere o diminuire gli errori delle osservazioni sulle quali si appoggia, e di porne a calcolo solo un numero assai piccolo, cioè uguale al numero dei termini di cui è composta: se dunque i dati delle osservazioni sono molti la maggior parte viene abbandonata. Ben è vero che a questo inconveniente si rimedia applicando il metodo dei *minimi quadrati* od altro dei metodi esposti; ma allora il calcolo diventa prolisso e laborioso, nè sempre vi ha tornaconto di ricorrere a questo spediente. — Oltre a questi due procedimenti, l'uno dei quali è spesso insufficiente e l'altro soverchiamente faticoso, ve nè ha un terzo che si applica con vantaggio specialmente nel caso in cui i dati dell'osservazione siano in gran numero. Esso consiste nel tracciare la curva empirica del fenomeno con quelle norme che abbiamo indicate nei paragrafi precedenti, nel misurare le coordinate di alcuni punti di questa curva e calcolare quindi con esse una formola empirica, che può essere quella di Lagrange od un'altra qualunque. Questo metodo ha il vantaggio di correggere abbastanza bene gli errori delle osservazioni, di essere spedito, e d'offrir modo di scegliere ed introdurre nel calcolo le coordinate di quei punti in vicinanza dei quali la curva presenta qualche singolarità. Ove poi si volesse spingere la precisione al suo massimo grado si potrebbe sempre desumere dalla curva i valori di un numero di coordinate alquanto maggiore di quello delle costanti introdotte nella formola empirica e calcolare quest'ultima col metodo dei minimi quadrati, ovvero applicare la formola di Degen.

Circa alla scelta della forma analitica più opportuna a rappresentare il fenomeno si presentano due casi, cioè:

1° O questa forma è data dalla teoria, e basta determinare i coefficienti o *parametri* che vi sono contenuti;

2° O la legge del fenomeno è affatto ignota, ed allora si tentano varie espressioni analitiche finchè si giunga ad una che si adatti abbastanza bene al caso in questione.

Un esempio assai semplice del primo caso si ha nella formola che si applica al psicrometro, ed in molte che si deducono dalla teoria dinamica del calore, dalle teorie elettriche e magnetiche, ecc. Ma assai più frequente è il secondo caso, e la forma che si tenta per la prima

è quella già adottata per la formola di Lagrange. Se però essa non si presta ad esprimere fedelmente la legge empirica del fenomeno si provano le altre forme algebriche introducendo anche esponenti negativi o frazionarii. Così ad esempio il prof. Rossetti nelle sue ricerche sulla dilatazione dell'acqua distillata fra — 5° e 100° ha trovato che le formole, le quali meglio corrisposero, sono (*):

$$\text{I} \quad V_t = 1 + 0{,}00000837991\,(t-4)^2 - 0{,}000000378702\,(t-4)^{2{,}6} + \\ + 0{,}0000000224329\,(t-4)^3$$

$$\text{II} \quad V_t = 1 + 0{,}0000080875\,(t-4)^2 - 0{,}00000029123\,(t-4)^{2{,}6} + \\ + 0{,}0000000045778\,(t-4)^{3{,}2}$$

dove t indica la temperatura in gradi centesimali e V_t il volume corrispondente, posto $= 1$ il volume a $+ 4°$ C. — Per la scelta degli esponenti non si possono offrire norme generali: un attento esame della curva empirica, il criterio del calcolatore, e più di tutto la sua pazienza nei tentativi possono guidare ad una formola abbastanza soddisfacente. I coefficienti si calcolano come al solito risolvendo delle equazioni di primo grado: — infine nell'applicazione delle formole ad esponente frazionario convien fare attenzione al segno dei singoli termini: così i termini col segno — delle formole superiori si mantengono negativi finchè $t - 4$ è positivo e diventano positivi quando $t < 4$, perchè l'esponente 2,6 equivale a $\frac{26}{10}$ cioè a $\frac{13}{5}$; invece l'ultimo termine della II si mantiene sempre positivo perchè 3,2 è $= \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$.

Quando neppure l'introduzione di esponenti negativi o frazionarii conduca a buoni risultati si ricorre a forme trascendenti e fra le innumerevoli funzioni di questo genere una delle più comode e delle più elementari è l'esponenziale; si assume cioè:

$$y = a + b\gamma^x + c\delta^x + \ldots$$

dove a, b, c, . . . γ, δ, . . . sono costanti da determinare. Volendo ritenere solo cinque costanti si comincia dal dividere in quattro parti

(*) Memoria seconda, *Atti del R. Istituto Ven.*, serie III, vol. XIII.

eguali la differenza fra le ascisse estreme della curva empirica, e si misurano le ordinate :

y_0 corrispondente ad $x = 0$

y_1 » $x = x_1$

y_2 » $x = 2x_1$

y_3 » $x = 3x_1$

y_4 » $x = 4x_1$.

Posto allora

$$\gamma^{x_1} = \alpha \quad \text{e} \quad \delta^{x_1} = \beta \qquad [A]$$

si hanno le cinque equazioni :

$$\begin{aligned} y_0 &= a + b + c \\ y_1 &= a + b\alpha + c\beta \\ y_2 &= a + b\alpha^2 + c\beta^2 \\ y_3 &= a + b\alpha^3 + c\beta^3 \\ y_4 &= a + b\alpha^4 + c\beta^4 \end{aligned} \qquad [B]$$

dalle quali con facili operazioni si deducono le seguenti :

$$\begin{aligned} y_1 - y_0 &= \Delta y_0 = b\,(\alpha - 1) + c\,(\beta - 1) \\ y_2 - y_1 &= \Delta y_1 = b\alpha\,(\alpha - 1) + c\beta\,(\beta - 1) \\ y_3 - y_2 &= \Delta y_2 = b\alpha^2\,(\alpha - 1) + c\beta^2\,(\beta - 1) \\ y_4 - y_3 &= \Delta y_3 = b\alpha^3\,(\alpha - 1) + c\beta^3\,(\beta - 1). \end{aligned} \qquad [C]$$

$$\begin{aligned} \Delta y_1 - \alpha \Delta y_0 &= c\,(\beta - 1)\,(\beta - \alpha) \\ \Delta y_2 - \alpha \Delta y_1 &= c\beta\,(\beta - 1)\,(\beta - \alpha) = \beta\,(\Delta y_1 - \alpha \Delta y_0) \\ \Delta y_3 - \alpha \Delta y_2 &= c\beta^2\,(\beta - 1)\,(\beta - \alpha) = \beta\,(\Delta y_2 - \alpha \Delta y_1). \end{aligned} \qquad [D]$$

Dalle due ultime si ricava:

$$\alpha + \beta = \frac{\Delta y_3 \Delta y_0 - \Delta y_2 \Delta y_1}{\Delta y_2 \Delta y_0 - (\Delta y_1)^2} = A$$

$$\alpha\beta = \frac{\Delta y_3 \Delta y_1 - (\Delta y_2)^2}{\Delta y_2 \Delta y_0 - (\Delta y_1)^2} = B$$

e quindi α e β sono le radici dell'equazione

$$z^2 - Az + B = 0.$$

Dalle [A] poi si deduce:

$$\gamma = \sqrt[x_1]{\alpha}, \quad \delta = \sqrt[x_1]{\beta}.$$

Finalmente dalle [D], [C] e [B] si ottengono i seguenti valori di a, b, c:

$$c = \frac{\Delta y_1 - \alpha \Delta y_0}{(\beta - \alpha)(\beta - 1)}$$

$$b = \frac{\Delta y_1 - \beta \Delta y_0}{(\alpha - \beta)(\alpha - 1)}$$

$$a = y_0 - b - c \quad (*).$$

Intorno alle formole empiriche giova ancora avvertire che, siccome esse non danno la legge *vera* del fenomeno, è spesso un fallace pregiudizio quello di voler rappresentare con una sola espressione analitica *tutto* l'andamento di un fenomeno: quando a ciò non si riesca che a scapito dell'esattezza è meglio calcolare due o più formole, ciascuna delle quali si adatti bene ad una porzione della curva che rappresenta tutto il fenomeno. Quest'avvertenza è specialmente necessaria quando il fenomeno offra in certi punti una qualche discontinuità, come avviene di frequente in meteorologia.

Rappresentazione dei fenomeni periodici.

26. **Formola di Bessel.** — Daremo termine alla parte generale di questo lavoro esponendo una formola dovuta a Bessel (**) e che serve a rappresentare nel miglior modo un fenomeno *periodico*, cioè

(*) Regnault, *Mém. de l'Acad. de France*, vol. XXI, 1847, p. 582.
(**) Bessel, *Schum. Astr. Nachr.*, vol. VI, N. 136 (1828).

un fenomeno che nel corso di successivi *cicli* o *periodi* si riproduce collo stesso ordine e con egual legge e misura. Il periodo è per lo più formato da un certo tempo (giorno, mese, anno, . . .) e ciò avviene per molti fenomeni meteorologici, ad esempio per la temperatura dell'aria, per le variazioni magnetiche e barometriche (le quali hanno periodi giornalieri ed annui), la quantità di pioggia, la direzione e forza del vento, ecc. (che prese in grandi medie hanno periodi annuali). Ma vi possono essere fenomeni periodici anche indipendentemente dal tempo: così per esempio si può rintracciare la legge con cui variano l'altezza barometrica, o la temperatura, o lo stato igrometrico dell'aria, ecc., al variare della direzione del vento: in tal caso la fase del periodo sarebbe costituita dall'angolo che la direzione del vento fa con una retta fissa, angolo che può variare da 0° ad una circonferenza.

Sia p l'*estensione* del periodo (un giorno, un anno, . . . 360° . . .) al termine del quale il fenomeno y si riproduce, e sia x la variabile (tempo, angolo, . . .) da cui y dipende: y è dunque tale quantità che riprende lo stesso valore quando x venga ad assumere valori che differiscono di p, $2p$, $3p$, . . . Questa proprietà si verifica nella forma

$$y = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{x}{p}\,2\pi\right) + b_1 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{p}\,2\pi\right) + a_2 \cos\left(\frac{2x}{p}\,2\pi\right) + \qquad [A]$$

$$+ b_2 \operatorname{sen}\left(\frac{2x}{p}\,2\pi\right) + a_3 \cos\left(\frac{3x}{p}\,2\pi\right) + b_3 \operatorname{sen}\left(\frac{3x}{p}\,2\pi\right) + \ldots$$

dove a_0, a_1, a_2, . . . b_1, b_2, . . . indicano delle costanti: l'andamento di un fenomeno periodico y potrà dunque rappresentarsi per mezzo della formola [A], prendendo in essa quel numero di termini che è necessario per ottenere bastevole concordanza fra i valori di y osservati ed i calcolati. Le costanti a_0, a_1, a_2, . . . b_1, b_2, . . . si determinano approfittando dei dati dell'osservazione, e qui si possono presentare due casi, cioè:

1° Il numero delle equazioni (numero delle osservazioni) è eguale a quello delle incognite a_0, a_1, b_1 . . .

2° Il numero delle equazioni è maggiore di quello delle incognite.

Nel primo caso il problema è pienamente determinato e conduce ad una *formola d'interpolazione;* le costanti a_0, a_1, b_1, . . . si ricavano al solito modo risolvendo delle equazioni di primo grado, ma convien osservare che i valori determinati in tal guisa sono certo affetti da errori in causa degli errori d'osservazione. — Nel secondo caso si ricorre al metodo dei minimi quadrati onde trovare i valori più probabili delle costanti ignote: noi però considereremo solo il caso più semplice e più comune, che i valori osservati di y corri-

spondano ad eguali intervalli di tempo, ossia, in generale, a valori di x in progressione aritmetica. Ciò avviene per esempio se in un giorno le osservazioni meteorologiche vengano fatte di ora in ora, o di due in due ore, ecc. Sia n il numero delle osservazioni fatte nel corso d'un periodo: essendo allora $p = n$, i valori di x a cui corrispondono i valori osservati $y_0, y_1, y_2, \ldots y_{n-1}$ di y, sono:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \ldots x_{n-1} = n - 1.$$

Ponendo quindi $\frac{2\pi}{n} = z$ abbiamo le n equazioni seguenti:

$$y_0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$$

$$y_1 = a_0 + a_1 \cos z + b_1 \operatorname{sen} z + a_2 \cos 2z + b_2 \operatorname{sen} 2z + \\ + a_3 \cos 3z + b_3 \operatorname{sen} 3z + \ldots \qquad [B]$$

$$y_2 = a_0 + a_1 \cos 2z + b_1 \operatorname{sen} 2z + a_2 \cos 4z + b_2 \operatorname{sen} 4z + \\ + a_3 \cos 6z + b_3 \operatorname{sen} 6z + \ldots$$

$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$y_{n-1} = a_0 + a_1 \cos (n-1) z + b_1 \operatorname{sen} (n-1) z + a_2 \cos 2 (n-1) z + \\ + b_2 \operatorname{sen} 2 (n-1) z + a_3 \cos 3 (n-1) z + b_3 \operatorname{sen} 3 (n-1) z + \ldots$$

In generale nella pratica è sufficiente determinare 5, 7 o al più 9 costanti, sicchè i secondi membri di queste equazioni si completeranno ritenendo od aggiungendo soltanto quel numero di termini che nei singoli casi sono necessarii. Per risolvere col mezzo dei minimi quadrati e rispetto ad $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$ le equazioni [B] si deve dapprima moltiplicare ciascuna di esse pel rispettivo coefficiente di a_0 (§ 18), e fare la somma di questi prodotti; poi moltiplicarle tutte pel coefficiente di a_1, e sommare; e così procedere con tutti i coefficienti delle incognite. In tali somme si presentano quantità della forma

$$\operatorname{sen} \mu + \operatorname{sen} 2\mu + \operatorname{sen} 3\mu + \ldots + \operatorname{sen} (n-1)\mu = \sum_{k=0}^{k=n-1} \operatorname{sen} k\mu$$

$$1 + \cos \mu + \cos 2\mu + \cos 3\mu + \ldots + \cos (n-1)\mu = \sum_{k=0}^{k=n-1} \cos k\mu$$

$$\operatorname{sen}^2 \mu + \operatorname{sen}^2 2\mu + \operatorname{sen}^2 3\mu + \ldots + \operatorname{sen}^2 (n-1)\mu = \sum_{k=0}^{k=n-1} \operatorname{sen}^2 k\mu$$

$$1 + \cos^2 \mu + \cos^2 2\mu + \cos^2 3\mu + \ldots + \cos^2 (n-1)\mu = \sum_{k=0}^{k=n-1} \cos^2 k\mu$$

dove $n\mu$ è un multiplo di 360°: ora è noto dalla trigonometria che le due prime di queste quantità sono nulle e le altre due eguali ad $\frac{n}{2}$, perciò le incognite sono determinate dalle espressioni semplicissime:

$$y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} = n a_0$$

$$y_0 + y_1 \cos z + y_2 \cos 2z + \ldots + y_{n-1} \cos (n-1) z = \frac{n}{2} a_1$$

$$y_1 \operatorname{sen} z + y_2 \operatorname{sen} 2z + \ldots + y_{n-1} \operatorname{sen} (n-1) z = \frac{n}{2} b_1$$

. . . . . .

donde segue

$$a_0 = \frac{1}{n} \left[y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} \right]$$

$$a_1 = \frac{2}{n} \left[y_0 + y_1 \cos z + y_2 \cos 2z + y_3 \cos 3z + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + y_{n-1} \cos (n-1) z \right]$$

$$b_1 = \frac{2}{n} \left[y_1 \operatorname{sen} z + y_2 \operatorname{sen} 2z + y_3 \operatorname{sen} 3z + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + y_{n-1} \operatorname{sen} (n-1) z \right]$$

$$a_2 = \frac{2}{n} \left[y_0 + y_1 \cos 2z + y_2 \cos 4z + y_3 \cos 6z + \ldots \right.$$
[36] $$\left. \ldots + y_{n-1} \cos 2 (n-1) z \right]$$

$$b_2 = \frac{2}{n} \left[y_1 \operatorname{sen} 2z + y_2 \operatorname{sen} 4z + y_3 \operatorname{sen} 6z + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + y_{n-1} \operatorname{sen} 2 (n-1) z \right]$$

. . . . . .

$$a_k = \frac{2}{n} \left[y_0 + y_1 \cos kz + y_2 \cos 2kz + y_3 \cos 3kz + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + y_{n-1} \cos k (n-1) z \right]$$

$$b_k = \frac{2}{n} \left[y_1 \operatorname{sen} kz + y_2 \operatorname{sen} 2kz + y_3 \operatorname{sen} 3kz + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + y_{n-1} \operatorname{sen} k (n-1) z \right].$$

Calcolate le costanti a_0, a_1, b_1, . . . che valgono per l'espressione

[37] $y = a_0 + a_1 \cos xz + b_1 \operatorname{sen} xz + a_2 \cos 2xz + b_2 \operatorname{sen} 2xz + \ldots$

si può a questa dare una forma più comoda pel calcolo assumendo

$$u_k \operatorname{sen} U_k = a_k \quad \text{ed} \quad u_k \cos U_k = b_k$$

da cui risulta:

$$\operatorname{tg} U_k = \frac{a_k}{b_k} \qquad \text{e}$$

[38]$_1$

$$u_k = \frac{a_k}{\operatorname{sen} U_k} = \frac{b_k}{\cos U_k}$$

attribuendo a k i valori 1, 2, 3, . . . e calcolando i corrispondenti valori di u_1, u_2, . . . U_1, U_2, . . . si giunge facilmente all'espressione:

[38]$_2$

$$y = a_0 + u_1 \operatorname{sen}(U_1 + xz) + u_2 \operatorname{sen}(U_2 + 2xz) + \\ + u_3 \operatorname{sen}(U_3 + 3xz) + \ldots$$

È quasi superfluo notare che il quadrante in cui cade ogni angolo U_k deve esser tale che $\frac{a_k}{\operatorname{sen} U_k}$ e $\frac{b_k}{\cos U_k}$ siano del medesimo segno: si potrebbero anche ritenere positive tutte le costanti u_1, u_2, u_3, . . . determinando opportunamente i valori U_1, U_2, U_3 . . .

27. **Formole più frequentemente adoperate.** — I periodi che si presentano più di frequente sono quelli che corrispondono ai numeri delle ore di un giorno, dei mesi dell'anno e delle principali direzioni del vento, cioè ad $n = 24$, 12 ed 8. Indicando allora brevemente colle cifre 0, I, II, III, . . . i valori di y_0, y_1, y_2, y_3, . . . ed avendo riguardo alle mutue relazioni fra le funzioni trigonometriche di diversi angoli si trova facilmente che:

1° per $n = 24$ è $\frac{2\pi}{n} = z = 15°$ e quindi

$$24\, a_0 = 0 + \text{I} + \text{II} + \text{III} + \ldots + \text{XXIII}$$

$$12\, a_1 = [\text{I} + \text{XXIII} - \text{XI} - \text{XIII}] \cos 15° + [\text{II} + \text{XXII} - \text{X} - \text{XIV}] \cos 30° + \\ + [\text{III} + \text{XXI} - \text{IX} - \text{XV}] \cos 45° + [\text{IV} + \text{XX} - \text{VIII} - \text{XVI}] \cos 60° + \\ + [\text{V} + \text{XIX} - \text{VII} - \text{XVII}] \cos 75° + 0 - \text{XII}$$

$$12\,b_1 = [\text{I} + \text{XI} - \text{XIII} - \text{XXIII}] \operatorname{sen} 15° + [\text{II} + \text{X} - \text{XIV} - \text{XXII}] \operatorname{sen} 30° +$$
$$+ [\text{III} + \text{IX} - \text{XV} - \text{XXI}] \operatorname{sen} 45° + [\text{IV} + \text{VIII} - \text{XVI} - \text{XX}] \operatorname{sen} 60° +$$
$$+ [\text{V} + \text{VII} - \text{XVII} - \text{XIX}] \operatorname{sen} 75° + \text{VI} - \text{XVIII}$$

$$12\,a_2 = [\text{I} + \text{XI} + \text{XIII} + \text{XXIII} - \text{V} - \text{VII} - \text{XVII} - \text{XIX}] \cos 30° +$$
$$+ [\text{II} + \text{X} + \text{XIV} + \text{XXII} - \text{IV} - \text{VIII} - \text{XVI} - \text{XX}] \cos 60° +$$
$$+ 0 + \text{XII} - \text{VI} - \text{XVIII}$$

$$12\,b_2 = [\text{I} + \text{V} + \text{XIII} + \text{XVII} - \text{VII} - \text{XI} - \text{XIX} - \text{XXIII}] \operatorname{sen} 30° +$$
$$+ [\text{II} + \text{IV} + \text{XIV} + \text{XVI} - \text{VIII} - \text{X} - \text{XX} - \text{XXII}] \operatorname{sen} 60° +$$
$$+ \text{III} + \text{XV} - \text{IX} - \text{XXI}$$

$$12\,a_3 = [\text{I} + \text{VII} + \text{IX} + \text{XV} + \text{XVII} + \text{XXIII} - \text{III} - \text{V} - \text{XI} - \text{XIII} -$$
$$- \text{XIX} - \text{XXI}] \cos 45° + 0 + \text{VIII} + \text{XVI} - \text{IV} - \text{XII} - \text{XX}$$

$$12\,b_3 = [\text{I} + \text{III} + \text{IX} + \text{XI} + \text{XVII} + \text{XIX} - \text{V} - \text{VII} - \text{XIII} - \text{XV} -$$
$$- \text{XXI} - \text{XXIII}] \operatorname{sen} 45° + \text{II} + \text{X} + \text{XVIII} - \text{VI} - \text{XIV} - \text{XXII}$$

. . . . . .

2°. per $n = 12$, è $z = 30°$, e perciò:

$$12\,a_0 = 0 + \text{I} + \text{II} + \text{III} + \ldots + \text{XI}$$

$$6\,a_1 = [\text{I} + \text{XI} - \text{V} - \text{VII}] \cos 30° + [\text{II} + \text{X} - \text{IV} - \text{VIII}] \cos 60° + 0 - \text{VI}$$

$$6\,b_1 = [\text{I} + \text{V} - \text{VII} - \text{XI}] \operatorname{sen} 30° + [\text{II} + \text{IV} - \text{VIII} - \text{X}] \operatorname{sen} 60° + \text{III} - \text{IX}$$

$$6\,a_2 = [\text{I} + \text{V} + \text{VII} + \text{XI} - \text{II} - \text{IV} - \text{VIII} - \text{X}] \cos 60° + 0 + \text{VI} - \text{III} - \text{IX}$$

$$6\,b_2 = [\text{I} + \text{II} + \text{VII} + \text{VIII} - \text{IV} - \text{V} - \text{X} - \text{XI}] \operatorname{sen} 60°$$

$$6\,a_3 = 0 + \text{IV} + \text{VIII} - \text{II} - \text{VI} - \text{X}$$

$$6\,b_3 = \text{I} + \text{V} + \text{IX} - \text{III} - \text{VII} - \text{XI}$$

. . . . . .

3°. per $n = 8$ è $z = 45°$, e

$$8\,a_0 = 0 + \text{I} + \text{II} + \ldots + \text{VII}$$

$$4\,a_1 = 0 - \text{IV} + [\text{I} + \text{VII} - \text{III} - \text{V}] \cos 45°$$

$$4\,b_1 = \text{II} - \text{VI} + [\text{I} + \text{III} - \text{V} - \text{VII}] \operatorname{sen} 45°$$

$$4\,a_2 = 0 + \text{IV} - \text{II} - \text{VI}$$

$$4\,b_2 = \text{I} + \text{V} - \text{III} - \text{VII}$$

$$4\,a_3 = 0 - \text{IV} + [\text{III} + \text{V} - \text{I} - \text{VII}] \cos 45°$$

$$4\,b_3 = \text{VI} - \text{II} + [\text{I} + \text{III} - \text{V} - \text{VII}] \operatorname{sen} 45°$$

. . . . . .

28. **Valori massimi, minimi e medii.** — Dalla [38]$_2$ si possono facilmente ricavare i valori di x a cui corrispondono valori massimi o minimi della y, e questa ricerca può avere in pratica qualche importanza. Affinchè y sia massimo o minimo conviene che $\frac{dy}{dx}$ sia $= 0$, cioè:

[39]
$$u_1 \cos(U_1 + xz) + 2u_2 \cos(U_2 + 2xz) + \\ + 3u_3 \cos(U_3 + 3xz) + \ldots = 0.$$

Quest'equazione si può risolvere per tentativi ed approssimazioni successive; e innanzi tutto, quando si abbia sott'occhio il registro delle osservazioni, si può subito stabilire due limiti fra i quali cade un valore di x a cui corrisponde un massimo od un minimo di y. Siano x_1 ed x_2 questi valori della x, e, sostituendoli nella [39], il primo membro di essa prenda rispettivamente i valori e_1 ed e_2: si ammette allora per prima approssimazione che l'incremento della funzione sia proporzionale all'incremento della variabile, cioè che

$$e_1 : x_1 - x = e_2 : x_2 - x$$

da cui

$$x = \frac{e_1 x_2 - e_2 x_1}{e_1 - e_2} = x_1 + \frac{e_1 (x_2 - x_1)}{e_1 - e_2}.$$

Se il valore trovato per x non è ancora abbastanza esatto lo si

prende in luogo di x_1 o di x_2 e con esso e col rimanente x_2 od x_1 si procede, per mezzo della stessa formola, a calcolare un valore più approssimato di x. Così si continua finchè si arriva a tal valore di x che, sostituito nella [39], la soddisfi abbastanza bene: ponendo infine il medesimo valore nella $[38]_2$ si ottiene un massimo od un minimo di y. Se non si avesse la tavola delle osservazioni da cui fu dedotta la formola, si procederebbe allo stesso modo tentando dapprima due valori di x fra i quali potesse presumibilmente cadere un massimo o un minimo: in tal caso però onde essere certi che al valore trovato di x corrisponde effettivamente un massimo od un minimo, conviene che i due ultimi valori x_p ed x_{p+1}, fra i quali sta compresa la x e che han servito a calcolarne il valore definitivo, diano due risultati e_p ed e_{p+1} di segno diverso.

Può anche interessare di conoscere i valori di x (per lo più dei tempi) pei quali il fenomeno raggiunge il suo valor medio. A questo scopo basta osservare che il valor medio di y è prossimamente espresso da a_0, perchè si è trovato che

$$a_0 = \frac{y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}}{n},$$

dunque il valore cercato di x è dato dall'equazione

$$a_0 = a_0 + u_1 \operatorname{sen}(U_1 + xz) + u_2 \operatorname{sen}(U_2 + 2xz) + \ldots$$

cioè dalla

$$[40]\quad u_1 \operatorname{sen}(U_1 + xz) + u_2 \operatorname{sen}(U_2 + 2xz) + u_3 \operatorname{sen}(U_3 + 3xz) + \ldots = 0$$

la quale si risolve per tentativi nella maniera già indicata per i valori massimi e minimi.

Nell'assegnare il tempo determinato da un dato valore di x conviene avere un'avvertenza, che si renderà chiara con un esempio. Volendo seguire l'andamento della temperatura nel corso di un anno si formano d'ordinario le medie mensili e con queste si calcola una formola empirica: ma la prima delle medie che servirono al calcolo, e che si deve riprodurre dalla formola ponendo $x = 0$, non corrisponde già al principio del periodo, bensì alla media della parte di periodo che forma la prima unità di tempo, cioè al 15 gennaio. Quindi i tempi dati dalla formola devono essere contati dal 15 gennaio, e volendo avere la *data* vera a cui corrisponde un certo valore di y conviene aggiungere quindici giorni alla *data* offerta dalla formola. È poi anche evidente che dalla formola già calcolata e che abbisogna

di questa correzione si può dedurne un'altra, la quale dia il valore di x già corretto. Così nell'esempio assunto, supponendo che i coefficienti u_1, u_2, ... siano positivi, basta diminuire gli angoli U_1, U_2, U_3, . . . di 15°, 30°, 45°, ... ed il periodo è condotto a cominciare col primo gennaio. È pur manifesto che questa correzione non si deve fare tutte quelle volte che la tavola da cui si desume la formola non presenti i valori medii delle singole porzioni del periodo.

29. **Numero delle costanti da ritenere nella formola — Caso in cui manchi qualche osservazione.** — La formola [37] rappresenta il fenomeno tanto più fedelmente quanto maggiore è il numero dei termini da cui è costituita. Pure per la semplicità dei calcoli giova limitare questo numero, e si ritiene d'aver raggiunto un'esattezza sufficiente quando la somma dei quadrati delle differenze fra i valori calcolati colla formola e quelli dati dall'osservazione sia tanto piccola, che ognuna di queste differenze si possa considerare come un errore inevitabile di osservazione o come effetto di perturbazioni accidentali. Indichiamo con e_0, e_1, e_2, . . ., e_{n-1} le differenze (errori) fra i valori dati dal calcolo e quelli dati dall'osservazione corrispondentemente ai tempi 0, 1, 2, . . ., $n-1$, e poniamo al solito:

$$[ee] = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + \ldots + e^2_{n-1}$$

$$[yy] = y_0^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y^2_{n-1}.$$

Essendo

$$y_0 = a_0 + a_1 \qquad + a_2 \qquad + \ldots$$

$$y_1 = a_0 + a_1 \cos z + b_1 \operatorname{sen} z + a_2 \cos 2z + b_2 \operatorname{sen} 2z + \ldots$$

$$y_2 = a_0 + a_1 \cos 2z + b_1 \operatorname{sen} 2z + a_2 \cos 4z + b_2 \operatorname{sen} 4z + \ldots$$

. . . . . .

gli errori sono:

$$e_0 = -y_0 + a_0 + a_1 \qquad + a_2 \qquad + \ldots$$

$$e_1 = -y_1 + a_0 + a_1 \cos z + b_1 \operatorname{sen} z + a_2 \cos 2z + b_2 \operatorname{sen} 2z + \ldots$$

$$e_2 = -y_2 + a_0 + a_1 \cos 2z + b_1 \operatorname{sen} 2z + a_2 \cos 4z + b_2 \operatorname{sen} 4z + \ldots$$

. . . . . .

e quindi:

$$e_0^2 = y_0^2 + a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + \ldots - 2a_0 y_0 - 2a_1 y_0 - 2a_2 y_0 - \ldots$$

$$e_1^2 = y_1^2 + a_0^2 + a_1^2 \cos^2 z + b_1^2 \operatorname{sen}^2 z + \ldots -$$
$$- 2a_0 y_1 - 2a_1 y_1 \cos z - 2b_1 y_1 \operatorname{sen} z - \ldots$$

$$e_2^2 = y_2^2 + a_0^2 + a_1^2 \cos^2 2z + b_1^2 \operatorname{sen}^2 2z + \ldots -$$
$$- 2a_0 y_2 - 2a_1 y_2 \cos 2z - 2b_1 y_2 \operatorname{sen} 2z - \ldots$$

. . . . . .

Sommando si ottiene:

$$[ee] = [yy] + n a_0^2 + a_1^2 (1 + \cos^2 z + \cos^2 2z + \ldots) +$$
$$+ b_1^2 (\operatorname{sen}^2 z + \operatorname{sen}^2 2z + \ldots) + a_2^2 (1 + \cos^2 2z + \cos^2 4z + \ldots) +$$
$$+ b_2^2 (\operatorname{sen}^2 2z + \operatorname{sen}^2 4z + \ldots) + \ldots - 2a_0 (y_0 + y_1 + y_2 + \ldots) -$$
$$- 2a_1 (y_0 + y_1 \cos z + y_2 \cos 2z + \ldots) -$$
$$- 2b_1 (y_1 \operatorname{sen} z + y_2 \operatorname{sen} 2z + \ldots) - \ldots\ldots$$

Ricordando ora che

$$\sum_{k=0}^{k=n-1} \operatorname{sen}^2 k\mu = \sum_{k=0}^{k=n-1} \cos^2 k\mu = \frac{n}{2}$$

quando $n\mu$ sia un multiplo di 360°, e guardando alle [36] si ottiene:

$$[ee] = [yy] + n a_0^2 + \frac{n a_1^2}{2} + \frac{n b_1^2}{2} + \ldots - 2n a_0^2 - n a_1^2 - n b_1^2 - \ldots$$

[41]

$$= [yy] - \frac{n}{2} \left\{ 2a_0^2 + a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + \ldots \right\}.$$

Questa formola offre direttamente la somma dei quadrati degli errori ed ha il vantaggio che, calcolando successivamente nuove costanti a_2, b_2, a_3, b_3, . . . si può vedere tosto l'influenza che esse hanno sull'esattezza della formola; sicchè giunti ad un valore di $[ee]$ molto piccolo e a delle costanti a_k e b_k tali che diminuiscano assai

poco il valore di [*ee*], si può sospendere il calcolo e tener conto solo delle costanti a_0, a_1, b_1, ... a_{k-1}, b_{k-1}.

Non è raro il caso che nella tavola dei valori da cui si vuol desumere la formola, manchi qualcuno di essi: denotiamo con y_h ed y_k i valori mancanti, che supponiamo in numero di due, e per brevità indichiamo con Σy_c, $\Sigma y_c \cos cz$, $\Sigma y_c \operatorname{sen} cz$, $\Sigma y_c \cos 2cz$, ... le somme degli altri valori conosciuti di y moltiplicati per l'unità o per i seni o coseni degli angoli corrispondenti. Le [36] si possono dunque scrivere così:

$$a_0 = \frac{1}{n}\left(\Sigma y_c + y_h + y_k\right)$$

$$a_1 = \frac{2}{n}\left(\Sigma y_c \cos cz + y_h \cos hz + y_k \cos kz\right)$$

$$b_1 = \frac{2}{n}\left(\Sigma y_c \operatorname{sen} cz + y_h \operatorname{sen} hz + y_k \operatorname{sen} kz\right)$$

$$a_2 = \frac{2}{n}\left(\Sigma y_c \cos 2cz + y_h \cos 2hz + y_k \cos 2kz\right)$$

. . . . . .

Ora per le [B]

$$y_h = a_0 + a_1 \cos hz + b_1 \operatorname{sen} hz + a_2 \cos 2hz + b_2 \operatorname{sen} 2hz + \ldots .$$

$$y_k = a_0 + a_1 \cos kz + b_1 \operatorname{sen} kz + a_2 \cos 2kz + b_2 \operatorname{sen} 2kz + \ldots .$$

Sicchè ponendo in queste equazioni i valori di a_0, a_1, b_1, . . . offerti dalle superiori e ricavando poi i valori numerici di y_h ed y_k si avranno tutti gli elementi per calcolare come al solito le costanti a_0, a_1, b_1, ...

30. **Esempio d'applicazione.** — Per illustrare con un esempio questa teoria ci proponiamo di trovare la formola, la quale esprime il periodo diurno della temperatura per Bruxelles, dedotto dalle medie delle osservazioni fatte di due in due ore per tre anni. I dati del calcolo si trovano registrati nella seguente tabella:

Ora	1841	1842	1843	Media dei tre anni	Temperat. calcolata	Differenze e	e^2
Mezzan.	7°,8	7°,9	7°,9	(0) = 7°,86	7°,94	+ 0°,08	0,0064
2 ant.	7,3	7,4	7,5	I = 7,40	7,35	— 0,05	25
4 »	7,0	7,1	7,2	II = 7,10	7,05	— 0,05	25
6 »	7,4	7,5	7,5	III = 7,46	7,39	— 0,07	49
8 »	8,6	8,9	8,7	IV = 8,72	8,77	+ 0,05	25
10 »	10,4	10,8	10,7	V = 10,62	10,57	— 0,04	16
12 mer.	11,6	12,2	12,0	VI = 11,92	11,96	+ 0,04	16
2 pom.	12,1	12,8	12,5	VII = 12,46	12,52	+ 0,06	36
4 »	11,9	12,4	12,3	VIII = 12,20	12,16	— 0,04	16
6 »	10,8	11,4	11,2	IX = 11,07	10,97	— 0,10	100
8 »	9,2	9,6	9,5	X = 9,42	9,42	0,00	00
10 »	8,4	8,7	8,6	XI = 8,57	8,56	— 0,01	1
				Medio 9°,567			$[ee] = 0{,}0373$

In questo caso

$$n = \frac{24^h}{2^h} = 12$$

e quindi

$$z = 30°.$$

Seguendo lo schema della pagina 65, si trova:

$a_0 = 9°,567$

$a_1 = -2°,07$ $\quad b_1 = -1°,69$

$a_2 = 0°,383$ $\quad b_2 = 0°,264$

$a_3 = 0°,057$ $\quad b_3 = 0°,10.$

Quindi la temperatura t è data dalla

I. $t^\circ = 9^\circ,567 - 2,07 \cos x \,.\, 30^\circ - 1,69 \operatorname{sen} x \,.\, 30^\circ + 0,383 \cos x \,.\, 60^\circ +$

$+ 0,264 \operatorname{sen} x \,.\, 60^\circ + 0,057 \cos x \,.\, 90^\circ + 0,10 \operatorname{sen} x \,.\, 90^\circ.$

Da questa formola poi per mezzo delle $[38]_1$ si riçava l'altra

II. $t^\circ = 9^\circ,567 - 2^\circ,672 \operatorname{sen} (50^\circ 46' + x \,.\, 30^\circ) +$

$+ 0^\circ,4651 \operatorname{sen} (55^\circ 25' + x \,.\, 60^\circ) + 0^\circ,1151 \operatorname{sen} (29^\circ 40' + x \,.\, 90^\circ)$

ovvero anche

III. $t^\circ = 9^\circ,567 + 2^\circ,672 \operatorname{sen} (230^\circ 46' + x \,.\, 30^\circ) +$

$+ 0^\circ,4651 \operatorname{sen} (55^\circ 25' + x \,.\, 60^\circ) + 0^\circ,1151 \operatorname{sen} (29^\circ 40' + x \,.\, 90^\circ),$

colla quale furono calcolati i valori scritti nella sesta colonna della tavola precedente. L'accordo fra i valori osservati ed i calcolati è abbastanza soddisfacente, e la somma dei quadrati degli errori è già ridotta assai piccola. Volendo calcolare questa somma per mezzo della [41]

$$[e\,e] = [y\,y] - \frac{n}{2}\left(2\,a_0^2 + a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + \ldots\right)$$

si troverebbe:

con tre costanti $[e\,e] = 1,3814$

» cinque » $[e\,e] = 0,0830$

» sette » $[e\,e] = 0,0038.$

Quest'ultimo numero differisce notevolmente da quello che si trovò praticamente, ma ciò non deve stupire quando si osservi che i numeri della sesta colonna della tavola sono soltanto approssimati, avendo in essi abbandonato i millesimi.

I valori di x per cui t è massimo o minimo si ricavano dalla

IV. $\frac{dt}{dx} = 30\left\{-2,672 \cos (50^\circ 46' + x \,.\, 30^\circ) + 0,9302 \cos (55^\circ 25' + \right.$

$\left. + x \,.\, 60^\circ) + 0,3453 \cos (29^\circ 40' + x \,.\, 90^\circ)\right\} = 0.$

Dalla tavola delle osservazioni si riconosce che il massimo di t corrisponde ad un tempo compreso fra le 2 e le 4 ore pom.; ma che è assai più prossimo alle 2^h che alle 4^h. Uno dunque dei valori che sostituiremo nella IV sarà $7.30° = 210°$, e per l'altro sceglieremo per esempio 215°.

Per $x_1 . 30° = 210°$ la IV assume il valore $= \quad 0{,}2004$

» $x_2 . 30° = 215°$ » » » $= -0{,}0992$

quindi:

$$x_3 . 30° = 210° + \frac{5° \times 0{,}2004}{0{,}2996} = 210° + 3° 21' = 213° 21'$$

pel qual valore la IV diventa $= 0{,}0077$.

Sarebbe inutile procedere ad un valore più esatto, sicchè si può ritenere che il massimo cada alle ore $\frac{213° 21'}{15°} = 14^h 13^m$ circa, contate dalla mezzanotte, cioè intorno a 2^h e un quarto pomeridiane. La temperatura massima corrispondente si calcola per mezzo della II o della III ed è $= 12°{,}53$. In simil guisa si trova che il minimo ha luogo a circa $4^h 20^m$ ant. con una temperatura di $7°{,}04$.

Per trovare i tempi del valor medio convien risolvere l'equazione

V. $$-2{,}672 \operatorname{sen}(50°46' + x . 30°) + 0{,}4651 \operatorname{sen}(55°25' + x . 60°) +$$

$$+ 0{,}1151 \operatorname{sen}(29°40' + x . 90°) = 0$$

e si trova che la temperatura media ha luogo a $8^h 51^m$ antimeridiane ed a $7^h 56^m$ pomeridiane.

Noteremo da ultimo che il fenomeno da noi costretto ad essere rappresentato per mezzo d'una formola periodica non ammette a tutto rigore questa rappresentazione, e ciò perchè l'andamento suo non è continuo. Infatti le cause della variazione diurna della temperatura, cioè l'irradiazione solare (o diretta o soltanto riflessa dagli strati atmosferici durante i crepuscoli) e quella della terra verso gli spazî celesti, non agiscono con legge di continuità per tutte le 24 ore; e quantunque le differenze prodotte dalla intermittenza di una di queste azioni vengano molto diminuite nelle medie annuali, pure sono ancora sensibili. La nostra formola ce lo indica mostrando che le differenze

fra i valori osservati ed i calcolati sono più notevoli nelle prime ore della mattina e della sera; con tutto ciò l'errore massimo non supera un decimo di grado (*).

(*) Il Liagre (op. cit., pag. 139) da cui abbiamo tolto i *dati* della tavola, offre invece la seguente formola:

$$t = 9^{\circ},58 - 2,64 \operatorname{sen}(50^{\circ} + x \,.\, 30^{\circ}) + 0,42 \operatorname{sen}(50^{\circ} + x \,.\, 60^{\circ}) +$$

$$+ 0,114 \operatorname{sen}(40^{\circ} + x \,.\, 90^{\circ})$$

nella quale per facilità di calcolo si diedero ad alcune costanti dei valori solo approssimati. La somma dei quadrati degli errori per questa formola è 0,0587, sicchè la nostra sembra preferibile. Vero è tuttavia che avendo solo in mira di mostrare il modo con cui si applica la teoria abbiamo spinto l'approssimazione fino ad un grado che non occorre sempre raggiungere.

PARTE SECONDA

Di alcune misure che più frequentemente occorrono in fisica.

---

31. **Avvertenze generali.** — In questa seconda parte tratteremo specialmente della misura delle lunghezze, degli angoli, dei volumi, delle masse e delle pressioni. Accenneremo anche alla misura delle superficie e del tempo, ed infine ci occuperemo della ipsometria considerata specialmente come un'applicazione del barometro. Ma prima di entrare a discorrere dei singoli strumenti e delle singole determinazioni ricorderemo alcune avvertenze generali, dalle quali, benchè assai ovvie, dipende spesso la buona riuscita d'una ricerca.

Anzitutto bisogna disporre gli stromenti, coi quali si opera, su basi ferme e ben solide; poi convien cercare che sieno bene illuminati, specialmente dove si trovano le scale divise od altri organi importanti. Però conviene badare che alla buona illuminazione non segua l'ineguale riscaldamento delle singole parti di un apparecchio; sicchè, ad esempio, si eviterà di proiettarvi i raggi del sole o d'una lampada molto vicina; e per simile ragione si dovrà cercare che la temperatura della stanza non sia soggetta a troppo repentine variazioni. — Condizione essenziale per operar bene è la comodità, e quindi prima d'intraprendere una serie di osservazioni convien disporre gli stromenti in modo che tutte le operazioni e tutte le letture sieno facili e comode quanto più è possibile. Bisogna inoltre proporzionare le dimensioni e la precisione degli stromenti al genere di ricerche intraprese, di maniera che non si deva senza necessità passare dal piccolo al grande, nè sia insufficiente l'esattezza di qualche stromento, o, essendo invece soverchia, si sprechi inutilmente il tempo. Ciascuno degli stromenti che si devono adoperare va esaminato e provato in

ogni sua parte, e, ove occorra, rettificato, affinchè qualche accidente o qualche difetto non venga ad interrompere la serie delle osservazioni principali. Prima poi di accingersi a queste è consigliabile di farne alcune grossolane e preliminari onde acquistare un'idea delle difficoltà che si incontreranno, dei limiti entro i quali variano le singole quantità, degli errori e dei miglioramenti possibili e della bontà del metodo. Infine tutti i risultati delle osservazioni si registrano in un apposito libro, distinguendoli per data e per numeri progressivi ed aggiungendo tante spiegazioni che bastino a togliere ogni incertezza in chi leggesse, anche per la prima volta, il registro: poi su questo libro medesimo si fanno per disteso tutti i calcoli relativi.

Misura delle lunghezze.

32. **Scale divise.** — L'unità di misura comunemente adottata dai fisici è il metro, che vien diviso secondo il sistema decimale in decimetri, centimetri, millimetri, decimillimetri, ecc. Abbiamo tuttavia inserito alla fine del volume alcuni numeri di ragguaglio per le unità di misura più importanti (Tav. I[a]), onde facilitare al lettore l'intelligenza di libri vecchi e di autori stranieri.

Le lunghezze si misurano generalmente per mezzo d'una scala divisa in parti eguali e più o meno minute secondo lo scopo a cui è destinata. Ordinariamente le scale divise che vengono adoperate dai fisici danno direttamente il millimetro e qualche volta il mezzo millimetro; le frazioni minori si valutano per mezzo di speciali apparecchi, che descriveremo in seguito. Le scale si possono dividere col compasso o con una macchina divisoria: quest'ultimo mezzo è sempre preferibile, e ci spiace di doverci qui limitare ad alcune norme generali e pratiche onde non esser costretti a descrivere particolarmente i molti apparecchi divisorii che ora sono in uso.

33. **Esame della vite d'una macchina divisoria.** — Anzitutto convien accertarsi che il passo della vite, la quale serve di mezzo principale alla divisione, sia di lunghezza costante: a tal fine sopra una barra d'ottone o di vetro si segnano col bulino della macchina due tratti sottili distanti fra loro alcuni centimetri e si conta quanti giri e qual frazione di giro deva fare la vite micrometrica, affinchè il centro del reticolo del microscopio unito al carretto arrivi da un orlo del primo segno all'orlo corrispondente del secondo. Si trasporta poi la barra in un'altra posizione della piattaforma su cui si collocano gli oggetti da dividere, la si fissa mediante le viti o gli

altri congegni destinati a quest'uopo, e facendo girare la vite si conta di nuovo il numero dei giri necessarii affinchè il reticolo passi dal primo al secondo dei segni predetti. Se questo numero è eguale a quello precedentemente trovato, e se per tutta la lunghezza della vite questa condizione è soddisfatta, si può star sicuri che la vite è buona e adoperarla con confidenza. Se invece ciò non accade, convien procedere ad un esame più minuzioso onde tener calcolo delle piccole differenze trovate. Supponiamo che l'origine della scala annessa alla vite, e sulla quale si misurano i movimenti della vite medesima, sia a sinistra, e che sia a la lunghezza dell'intervallo fra i due segni tracciati sulla barra, misurato col primo tratto della vite. Se poi la barra si sposta in modo che il segno che era a sinistra passi ad occupare il posto in cui stava prima quello di destra, occorrerà un numero b di giri per far passare il microscopio dall'uno all'altro segno. Allora al numero letto in quest'ultima posizione si deve sostituire il numero corretto $2a$, e ponendo eguale ad 1 il passo della vite nel primo tratto, quello del secondo è $\frac{a}{b}$. In simil guisa si procede per le porzioni successive, ed infine si calcola una tabella di riduzione. Siccome non è facile trasportare esattamente il segno di sinistra nel posto dell'altro, così si cercherà di soddisfare quanto meglio si possa a questa condizione e si terrà conto delle piccole differenze facendo le relative correzioni alle letture. — Aggiungiamo ancora che spesso il verme della vite presenta delle irregolarità che si succedono periodicamente e se si arriva a scoprire questo periodo, è facile calcolare una formola di correzione analoga a quella di Bessel (§ 26).

34. **Rettifica della vite micrometrica — Uso della vite medesima.** — L'operazione che abbiamo indicata nel precedente paragrafo assicura che le divisioni fatte colla macchina sono tutte ad egual distanza fra loro; ma per poter dividere un regolo secondo il sistema metrico od un altro sistema qualunque convien ancora conoscere la lunghezza assoluta del passo della vite. Per poter determinare questa quantità è necessario possedere un metro esatto od una frazione nota del metro normale, e vedere di quanti giri e di qual frazione di giro convenga muovere la vite affinchè il centro del reticolo passi da un'estremità all'altra di questa misura campione: dividendo allora il numero che rappresenta questa lunghezza pel numero di giri testè indicato si ha il valore del passo della vite. Nel caso che si abbia un metro intero e che la lunghezza della vite sia minore di un metro, si potrà fare il paragone suddividendo il metro campione in due o più parti per mezzo d'uno o più segni sottilissimi tracciati in posizione qualunque, e notare il numero di giri e frazione di giro equivalenti a ciascuna di queste porzioni onde aver poi la

lunghezza di un metro esatto espressa per le divisioni offerte dalla vite: il paragone si ripete più volte e si prende la media dei risultati ottenuti. In questa operazione convien però usare un'avvertenza: la lunghezza assoluta delle divisioni varia a seconda della temperatura della scala, e per avere una regola fissa si ammette che la scala deva essere esatta a 0°. Ora se tale non è la temperatura dell'ambiente, convien tener conto della differente dilatazione termica dell'acciaio, di cui è formata la vite, e della sostanza del regolo su cui è segnata la misura campione. In generale gli errori che deriverebbero dal negligere questa circostanza son tanto piccoli che è inutile od impossibile di correggerli; ma se la temperatura alla quale si opera è piuttosto elevata, è prudente esaminare se sia opportuno tenerne conto.

Stabilita così la lunghezza assoluta del passo della vite, si può segnare una scala divisa, supponiamo, in millimetri: siasi per esempio trovato con un gran numero di confronti che la lunghezza del passo della vite è $1^{mm},0027$; allora volendo procedere con tutta esattezza converrebbe formare lo schema seguente:

Millimetri	Giri della vite
1	0,997
2	1,995
3	2,992
4	3,989
5	4,986
. . . . .	

e portare ogni volta il tamburo graduato della macchina nella posizione indicata dai numeri della seconda colonna; ma questo processo sarebbe tedioso, e l'apparente precisione che esso concede viene poi mascherata dalla grossezza dei segni e da altre inevitabili cause d'errore. È invece più spedito procedere così: si fissano i nottolini, che servono a regolare il moto in avanti della vite, alla distanza di un intero giro l'uno dall'altro, e poi a tre intervalli corrispondenti a un giro intero della vite si fa succedere un intervallo corrispondente solo a 99 divisioni del tamburo. In tal modo si compensano quasi completamente gli errori (perchè $4 \times 0,0027$ è assai prossimamente eguale ad un centesimo di giro) e tuttavia i singoli tratti non differiscono fra loro più di $\frac{1}{100}$ di millimetro.

Può molte volte accadere di dover dividere una data lunghezza in

un numero dato di parti: allora si conta il numero dei giri necessari perchè il reticolo del micrometro passi dall'una all'altra estremità della lunghezza proposta, lo si divide pel numero delle parti in cui deve essere suddivisa quella lunghezza e, portato coll'aiuto di una lente il bulino in corrispondenza col primo segno, si procede in modo analogo a quello che fu indicato per la graduazione d'una scala. Così ad esempio debbasi dividere in 53 parti eguali una lunghezza che si trovò corrispondere a 19,98 giri: il quoziente della divisione di 19,98 per 53 è molto prossimamente $= 0{,}377$; i nottolini si disporranno dunque alla distanza di 38 denti e si procederà alla divisione facendo sempre seguire a due intervalli corrispondenti a $\frac{38}{100}$ di giro uno di $\frac{37}{100}$. — In queste operazioni, ove fosse il caso, si terrà conto dei piccoli errori prodotti dalla differenza di temperatura e dall'irregolarità della vite. Nel tracciare le divisioni si premerà più o meno sul bulino, secondo che la scala che si costruisce deve esser letta ad occhio nudo o con una lente: si avrà poi cura che la barra da dividere sia solidamente fissata alla piattaforma della macchina e disposta parallelamente all'asse della vite. — Il regolo da dividere deve essere d'una materia nè troppo dura nè troppo tenera; perciò si presta opportunamente l'ottone e meglio ancora l'argento.

35. **Modo di incidere sul vetro.** — È assai frequente il caso di dover graduare un cannello od un'asta qualunque di vetro; le incisioni allora si possono fare con un diamante, ma è più comodo l'uso dell'acido fluoridrico, il quale ha la proprietà d'intaccare il vetro. Seguendo quest'ultimo processo si copre dapprima tutta la superficie del vetro con uno strato sottile ed uniforme di vernice fusa costituita di 4 parti di cera ed una di trementina, poi si fa la divisione al solito modo con un bulino d'acciaio che stacca la vernice, si scrivono i numeri con uno stilo, e da ultimo si sottopone il pezzo all'azione corrosiva dell'acido fluoridrico allo stato gasoso o allo stato liquido, o a quella del fluoridrato di ammoniaca.

Quando si adopera l'acido gasoso, si prende una scatola di platino o di piombo, vi si introduce fluoruro di calcio (spato fluore, calce fluata) in polvere e si riduce in poltiglia liquida mescolandolo col doppio del suo peso d'acido solforico concentrato: si chiude l'apertura superiore della scatola con due lamine della sostanza mentovata, in modo da lasciarvi soltanto nel mezzo una fenditura, e a questa si applica il pezzo di vetro colla faccia graduata rivolta al basso. Si riscalda poi dolcemente il fondo del vaso metallico, ma convien badare che questo riscaldamento non valga a fondere la vernice, ed aver qualche cautela per evitare l'azione venefica dell'acido. Dopo 15 o 20

minuti il vetro è inciso: se però le divisioni devono venir lette con una lente anzichè ad occhio nudo, basta che l'operazione duri soltanto 10 minuti, nel qual caso si ha il vantaggio che i tratti riescono più sottili. Per essere sicuri, prima di levare la vernice, che le incisioni siano abbastanza profonde, si espone accanto al pezzo di vetro da incidere un altro pezzo consimile, coperto della stessa vernice, su cui sieno state similmente tracciate delle divisioni. Di tratto in tratto si leva da questo una parte della vernice e si osservano le divisioni: si arresta poi l'operazione quando i segni hanno raggiunto sul pezzo di prova il grado di visibilità che si richiede. I tratti riescono meglio quando l'acido fluoridrico, che si sviluppa, sia secco; quindi è bene usare acido solforico molto concentrato: operando a freddo, anzichè a caldo, i segni son più precisi; ma allora conviene attendere varie ore e tener ben chiusa la scatola.

Se si adopera una soluzione d'acido fluoridrico nell'acqua, oppure una soluzione di fluoridrato d'ammoniaca, si stende il liquido con un pennello sulla vernice del vetro diviso e si lascia essiccare. Si preferisce però l'uso dell'acido fluoridrico gasoso perchè con questo si ottengono segni opachi e più sottili, mentre nell'altro caso i segni rimangono trasparenti ed è d'uopo approfondirli di più ed empirli con qualche vernice, come ad esempio minio stemperato nell'olio di trementina.

Giova infine ripetere che l'acido fluoridrico è estremamente velenoso e corrosivo, sicchè non sono mai troppe le cautele per evitare l'inspirazione de' suoi vapori o il contatto del liquido colle carni. Se tuttavia per qualche accidente si restasse offesi dall'acido liquido gioverà applicare sulla piaga dell'acetato d'ammoniaca.

36. **Nonio o Verniero.** — La precisione che si può ottenere nella misura d'una lunghezza mediante una semplice scala divisa raggiunge ben tosto un limite per la difficoltà di rilevare divisioni molto minute e stimare ad occhio e con esattezza le frazioni delle divisioni più grandi. Per supplire a questa limitazione furono ideate le scale ticoniche, i nonii e gli oculari micrometrici. Delle prime non ci occuperemo perchè ormai quasi abbandonate; degli ultimi parleremo più innanzi; dei nonii o vernieri diremo ora quel tanto che può bastare pel loro uso. Tralascieremo poi di parlare di altri apparecchi (leve a braccia diseguali, ecc.), perchè si applicano solo a casi particolari e in generale si fondano su un principio molto pericoloso, il passaggio cioè dal piccolo al grande.

Il nonio o verniero è troppo noto perchè sia qui necessario di descriverlo minutamente. In generale n parti della scala sono divise in $n+1$ porzioni eguali sul nonio, ed allora la graduazione procede nello stesso senso sulla scala e sul nonio. Detta l la lunghezza di

una delle ultime frazioni in cui la scala è divisa, sarà $n\,l$ la lunghezza del nonio ed $\frac{n\,l}{n+1}$ la grandezza d'una particella di esso: quindi la differenza fra una particella della scala ed una del nonio è

$$d = l - \frac{n\,l}{n+1} = \frac{l}{n+1}.$$

Se dunque lo zero del nonio, che costituisce l'indice della graduazione, coincide con una divisione della scala, le altre divisioni del nonio segnate con 1, 2, 3, ... , $n+1$ restano indietro di d, $2\,d$, $3\,d$, . . . , $(n+1)\,d = l$ dalle corrispondenti divisioni della scala; e perciò dovremo far avanzare di d, $2\,d$, $3\,d$, . . . lo zero del nonio se vorremo portare la 1ª, 2ª, 3ª, . . . divisione in coincidenza colla corrispondente della scala. Supposto dunque che tale coincidenza avvenga per la divisione 4ª del nonio, ne concluderemo che l'indice della scala ha oltrepassato di $4\,d$ una divisione intera di essa. Ma se nè lo zero del nonio, nè una divisione di questo coincide esattamente con una della scala, vi sarà una particella del nonio interamente compresa fra due divisioni successive della scala: denotiamo con m ed $m+1$ le divisioni del nonio fra le quali sta la particella che si considera, con α la distanza della divisione m^{ma} dalla divisione della scala che immediatamente la precede e con β quella della divisione $(m+1)^{ma}$ del nonio dalla seguente della scala; sarà:

$$\alpha + \beta = d = \frac{l}{n+1}$$

e se ad occhio si stima il rapporto fra β ed α, e si trova

$$\beta = k\,\alpha$$

sarà

$$\alpha = \frac{d}{k+1}.$$

Questa frazione deve aggiungersi a quella che sarebbe data dal nonio ove si supponesse la perfetta coincidenza della m^{ma} divisione del nonio colla corrispondente della scala.

Esempio. Supponiamo che la scala sia divisa in millimetri ed il nonio dia il decimo di millimetro perchè $n = 9$. Lo zero del nonio cada fra le divisioni 35 e 36 della scala, e la particella di esso tutta compresa fra due divisioni della scala sia la 4ª ($m = 4$). Usando una lente si trovi che la distanza α tra la 4ª divisione del nonio e quella

della scala che la precede a sinistra è circa la metà della distanza fra la 5ª divisione del nonio e la seguente della scala. Sarà dunque

$$l = 1^{mm};\quad n = 9;\quad d = 0^{mm},1;\quad k = 2$$

e quindi la lettura è:

$$35^{mm} + 0^{mm},4 + \frac{0,1^{mm}}{3} = 35^{mm},43.$$

Più spesso accade che varie divisioni successive del nonio sembrino in coincidenza con altrettante divisioni della scala; allora si toglie l'incertezza osservando la posizione di alcune divisioni precedenti e di alcune seguenti, e si ritiene come coincidente quella divisione intorno a cui ha luogo la maggior simmetria. È appunto per aiutare in tal modo la lettura che in molti stromenti la divisione del nonio vien prolungata anche al di qua dello zero e al di là dell'ultima divisione necessaria.

La lettura del nonio esige maggiore o minor diligenza secondo la precisione che si richiede, ed è tanto più sicura quanto più sottili e regolari sono i tratti della graduazione e quanto più essa è illuminata. In generale è opportuno adoperare una lente; tuttavia anche ad occhio nudo un osservatore esercitato può rilevare, sopra un buon nonio, la trentesima parte di un millimetro. — Si dovranno poi con ogni cura evitare gli errori di parallasse nel caso che il nonio non stia perfettamente nel piano della scala.

Qualche volta $n + 1$ parti della scala sono divise in n porzioni eguali sul nonio: allora la graduazione di questo è in senso opposto di quella della scala e ciò può esser utile nel caso che non si voglia prolungare da un lato la divisione della scala (per esempio barometri, ecc.). Nel rimanente tutto è conforme per le due specie di nonii.

37. **Oculare micrometrico.** — A rilevare le ultime frazioni di una graduazione si adopera in molti casi l'oculare micrometrico. A questo piccolo stromento furono date varie disposizioni, ma tutte si riducono ad un microscopio e ad un reticolo posto nel piano in cui si forma l'imagine della graduazione, che si vuol leggere, e mobile per mezzo d'una vite micrometrica assai precisa. Sul microscopio nulla ora dobbiamo dire; esso è uno dei comuni microscopii composti, il cui ingrandimento vien determinato in relazione all'esattezza che si può sperare nella lettura della scala: l'obbiettivo e l'oculare sono ambedue mobili perchè fissati a piccoli tubi d'ottone che scorrono dentro un terzo tubo fisso e centrale. Quest'ultimo è verso il mezzo interrotto da una cassetta parallelopipeda d'ottone, fornita

di due fori circolari in corrispondenza all'asse del tubo, la quale porta il reticolo e la vite che lo muove. Il reticolo è formato da un solo filo teso sopra un piccolo telaio, che può venir mosso in una direzione determinata perchè congiunto alla chiocciola della vite micrometrica. Questa ha la punta estrema raccomandata ad un pezzo fissato a una parete laterale della cassetta, e sporge fino all'esterno della cassetta medesima dove ha la sua testa e dove anche porta un tamburo graduato. Un'appendice fissata alla cassetta porta un segno parallelo all'asse della vite, in corrispondenza al contorno del tamburo, e fa l'ufficio di indice. È dunque manifesto che girando la testa della vite si fa muovere il filo del reticolo e che si può tener conto del numero di giri e della frazione di giro di cui si è fatta rotare la vite. Ma, per non dover contare il numero dei giri interi fatti percorrere alla vite, è disposto nell'interno della cassetta ed in vicinanza del filo del reticolo una specie di pettine fisso, i cui denti hanno distanza eguale al passo della vite: allora, osservando la posizione del filo del reticolo rispetto ai denti prima e dopo d'aver fatto girare la vite, si riconosce tosto di quanti giri interi essa abbia rotato. Infine per evitare il cosidetto *passo perduto*, cioè per ottenere che ad una data posizione della vite corrisponda sempre la stessa posizione del filo del reticolo, si unisce il telaio di questo ad una molla che tiene la madrevite sempre aderente al verme della vite. Questa molla è d'ordinario avvolta a spira intorno ad un'asticella che passa in un foro del telaio e gli serve di guida: un capo della molla è fisso e l'altro preme contro il telaio.

L'uso di questo micrometro è semplicissimo: supponiamo che esso sia applicato all'alidada di un cerchio diviso direttamente in gradi e che la vite deva fare cinque giri esatti per portare il filo del reticolo da una divisione del lembo alla successiva; di più il tamburo della vite sia diviso in dodici parti, cosicchè il micrometro dia direttamente il minuto primo. Si comincia allora a muovere l'oculare in maniera da vedere nettamente il reticolo senza andare incontro ad errori di parallasse, poi si muove l'obbiettivo finchè apparisce assai netta la graduazione del lembo, e supposto di prendere come indice della graduazione la posizione del filo del reticolo corrispondente al primo dente del pettine, e che i gradi del lembo che compariscono nel campo del microscopio siano 25° e 26°, si gira la vite finchè il reticolo vien portato in coincidenza colla divisione 25°. Osservando allora il numero dei denti compresi tra il filo del reticolo ed il primo dente, e leggendo la divisione del tamburo in corrispondenza dell'indice, si ottiene la frazione di grado che devesi aggiungere a 25°. Così ad esempio se tra il primo dente ed il filo del reticolo son compresi tre denti e se la divisione letta sul tamburo è 11,3, il numero da ritenere è $25° + 3 . 12' + 11',3 = 25°47',3$. Se dopo, girando l'alidada, si fa

un'altra lettura, la differenza tra i due numeri dà l'angolo formato dalle due posizioni dell'alidada.

Convien ricordare che il microscopio capovolge le imagini degli oggetti e che quindi la graduazione vista col microscopio sembra procedere in senso opposto a quello del lembo. Bisogna di più riconoscere se il numero di giri necessarii perchè il filo del reticolo passi da una divisione alla successiva sia proprio un numero intero: così ad esempio se si trovasse che per l'oculare micrometrico citato nell'esempio anteriore fossero necessarii cinque giri interi della vite ed una frazione di giro corrispondente ad $1^p,2$ del tamburo, una divisione di questo non rappresenterà più un minuto, ma $\frac{60'}{61,2} = 0',980$, e si dovrà tener conto di questo errore o correggerlo variando la distanza dell'obbiettivo dal lembo.

Se si trovasse che il numero dei giri necessarii per far passare il filo del reticolo da una divisione alla successiva fosse diverso per differenti posizioni del lembo, ciò vorrà dire che la graduazione del cerchio è inesatta; e se le differenze son piccole, si prenderà come vero valore dell'intervallo fra due divisioni successive il medio di molte determinazioni.

38. **Errori di una graduazione.** — Gli errori di una graduazione provengono, o da errori già esistenti nel campione, che si è voluto copiare, o da errori introdotti nel passaggio dal campione alla copia. Questi ultimi sono i più importanti, e tutti poi si determinano per mezzo di una buona macchina divisoria, procedendo al confronto della scala col campione, ed all'esame delle singole divisioni con quelle avvertenze che furono esposte al § 34. Le differenze che si trovano nelle lunghezze assolute e le ineguaglianze provenienti da irregolarità nella divisione si esprimono tutte per mezzo di giri e frazioni di giro della vite, tenendo pur conto della temperatura e degli errori della vite medesima. Si possono allora calcolare gli errori della graduazione col metodo generale che segue e che è dovuto a Baumann. Siano α e β gli errori già trovati per le estremità di un dato intervallo AB, diviso in n parti eguali $Aa_2, a_2a_3, \ldots, a_nB$, e vogliasi calcolare gli errori delle divisioni intermedie. Si suppone che l'errore α si vada gradatamente correggendo nel tratto AB, per modo che in B non vi sia più alcun errore proveniente da α: allora pei punti $A, a_2, a_3, \ldots a_n, B$ gli errori che derivano da α sono:

$$\alpha, \frac{n-1}{n}\alpha, \frac{n-2}{n}\alpha, \frac{n-3}{n}\alpha, \ldots, \frac{1}{n}\alpha, 0.$$

Una consimile supposizione si fa per l'errore β il quale gradata-

mente diminuisce procedendo da B verso A: quindi per i medesimi punti A, a_2, a_3, . . . , a_n, B avremo anche gli errori

$$0, \quad \frac{1}{n}\beta, \quad \frac{2}{n}\beta, \ldots, \quad \frac{n-1}{n}\beta, \quad \beta.$$

Sicchè, supponendo che le parti Aa_2, a_2a_3, a_3a_4, . . . a_nB siano fra loro tutte eguali, gli errori delle divisioni A, a_2, a_3, . . . a_n, B sono rispettivamente

$$\alpha, \quad \frac{1}{n}\left[(n-1)\,\alpha+\beta\right], \quad \frac{1}{n}\left[(n-2)\,\alpha+2\beta\right],$$

$$\frac{1}{n}\left[(n-3)\,\alpha+3\beta\right], \ldots \quad \frac{1}{n}\left[\alpha+(n-1)\beta\right], \quad \beta.$$

Ma le parti Aa_2, a_2a_3, . . . non sono rigorosamente eguali, e coll'osservazione si troverà di quanto esse differiscono dal valor medio di tutti gli intervalli, che si ritiene come esatto; nei punti a_2, a_3, . . . a_n avremo dunque altri errori che indicheremo con ϵ_2, ϵ_3, . . . ϵ_n, e quindi gli errori veri di A, a_2, a_3, . . . , a_n, B sono:

$$\alpha, \quad \epsilon_2+\frac{1}{n}\left[(n-1)\,\alpha+\beta\right]; \quad \epsilon_3+\frac{1}{n}\left[(n-2)\,\alpha+2\beta\right];$$

$$\epsilon_4+\frac{1}{n}\left[(n-3)\,\alpha+3\beta\right]; \ldots; \quad \epsilon_n+\frac{1}{n}\left[\alpha+(n-1)\beta\right]; \quad \beta.$$

Esempio. L'intervallo AB sia diviso in cinque parti e gli errori di A e B siano rispettivamente — 20 e + 25 millesimi di giro della vite micrometrica, supponendo che il tamburo di essa sia diviso in 100 parti e che ad occhio si stimino le frazioni di queste. Colla stessa vite poi si sia trovato che per passare

da A	alla	1ª	suddivisione	occorrono	2,240	giri	della	vite
dalla	1ª	» 2ª	»	»	2,260	»	»	»
»	2ª	» 3ª	»	»	2,280	»	»	»
»	3ª	» 4ª	»	»	2,260	»	»	»
»	4ª	a B	»	»	2,285	»	»	»
				Medio	2,265			

Le differenze dal medio saranno dunque

$$-25,\ -5,\ +15,\ -5,\ +20,$$

e quindi, sommando successivamente queste differenze, otterremo

$$\epsilon_2 = -25$$

$$\epsilon_3 = -30$$

$$\epsilon_4 = -15$$

$$\epsilon_5 = -20.$$

Ora, tenendo conto anche degli errori -20 e $+25$ dei punti A e B, si troveranno gli errori veri di A e delle divisioni successive così espressi:

errore di A	$=$	-20	$=-20$
» della 1ª divisione	$=-25$	$-16+5$	$=-36$
» 2ª »	$=-30$	$-12+10$	$=-32$
» 3ª »	$=-15$	$-8+15$	$=-8$
» 4ª »	$=-20$	$-4+20$	$=-4$
» di B	$=$		$25=+25.$

L'origine della graduazione si considera in generale come affetta da errore nullo: ove però questa origine fosse spostata ed occorresse tener conto dell'errore che ne deriva (scale barometriche, ecc.) questo non si distribuirà su tutta la graduazione, ma lo si riterrà costante.

Può darsi che sia erronea la lunghezza del nonio o irregolare la sua divisione: se il nonio (§ 36) anzichè esser lungo nl è lungo $nl+\epsilon$, si trova facilmente che la differenza d, che era eguale ad $\frac{l}{n+1}$ prende il valore $\frac{l-\epsilon}{n+1}$, sicchè si può sempre tener conto di questo errore del nonio. La quantità ϵ si determina per mezzo della macchina divisoria e collo stesso mezzo si esamina la regolarità della divisione del nonio. Se in tale esame il nonio non paresse bastantemente esatto per le misure a cui si destina, si può calcolare una tavola di correzione seguendo le norme esposte al principio di questo paragrafo.

39. **Verticale**. — Bene spesso l'esattezza d'una misura dipende non solamente dalla precisione con cui si rilevano le lunghezze, gli angoli, ecc., ma anche dalla posizione delle rette, degli angoli, . . . che vengono misurati. Così la lettura di un barometro è certo inesatta ove la scala non sia verticale. Dobbiamo dunque occuparci anche di quei mezzi che servono a determinare la posizione d'una retta o d'un piano rispetto all'orizzonte.

La verticale è data immediatamente da un piombino, e se si tratti di disporre verticale un'asta, nè si pretenda molta esattezza, si può appendere in vicinanza ad essa un filo a piombo e spostarla finchè gli spigoli riescano paralleli al filo del piombino: non basta però che questo parallelismo abbia luogo quando si osserva l'asta e il piombino da una sola posizione, ma conviene che sussista anche per un'altra posizione dell'occhio nel piano perpendicolare al piano determinato dapprima dall'asta e dall'occhio. Volendo accontentarsi di un'approssimazione più grossolana e far più presto, si può regolare l'asta in modo che collocando opportunamente l'occhio appariscano fra loro vicini e paralleli uno spigolo dell'asta ed una retta verticale qualunque (stipite di una porta o d'una finestra, angolo di due muri, ecc.): anche questo confronto deve farsi due volte con due differenti verticali. In seguito avremo occasione d'occuparci di metodi di maggior esattezza.

Un piano è verticale se contiene due rette verticali, sicchè è facile verificare la verticalità del piano. Spesso il piano verticale è determinato dall'asse di un cannocchiale girevole intorno ad asse orizzontale: per verificare se il piano in cui si muove l'asse del cannocchiale è veramente verticale basta sospendere a certa distanza un filo a piombo assai lungo, poi collimare con uno dei punti inferiori di esso ed osservare se, girando il cannocchiale, l'intersezione dei fili del reticolo si mantiene sempre sul filo del piombino: ove si operasse all'aperto e l'aria fosse alquanto agitata, si immerge il peso in un bicchiere riempiuto d'acqua.

40. **Livelletta**. — Per ottenere l'orizzontalità delle rette e dei piani si adopera principalmente la livelletta. Il *livello a bolla* o *livelletta* è composto di due parti, cioè della canna e dell'armatura. La canna è un tubo di cristallo, esternamente cilindrico e internamente alquanto incurvato, che vien riempiuto quasi interamente di un liquido e che alle estremità è chiuso al cannello o con tappi di vetro foggiati come le comuni valvole a tronco di cono. Nelle buone livellette la superficie interna della canna è quella di un toro di rivoluzione, cioè l'arco secondo cui è incurvata ogni sezione praticata per l'asse longitudinale della canna è circolare. I liquidi che meglio si prestano per riempiere il tubo sono l'alcool e l'etere; quest'ultimo è

preferibile per la sua mobilità, ma ha l'inconveniente di far scoppiare la canna se venga esposta a temperatura troppo alta e di evaporare facilmente se i tappi non sono bene adattati. In quest'ultimo caso la *bolla* si fa troppo grande e convien smontare la livelletta per aggiungere un po' di liquido. Per far ciò si toglie uno dei tappi, si riempie la canna quasi totalmente d'etere, la si immerge poi nell'acqua a 36° o 37°, e quando i vapori d'etere hanno scacciato la poca aria sovraincombente, si mette a posto di nuovo il tappo. Perchè questo tenga bene si applica un po' di colla di pesce sciolta nell'acqua calda alle superficie che devono andare a contatto, e poi si avvolge il tappo con un pezzo di vescica di vitello pure incollata, e si lega con filo.

Sulla parete superiore della canna vengono tracciate delle divisioni equidistanti che son poi numerate a destra ed a sinistra, partendo dal punto di mezzo segnato 0. Queste divisioni servono a fissare i limiti della bolla ed a farne riconoscere la posizione. La canna vien poi chiusa in una custodia ed unita in sistema con un regolo, che deve essere orizzontale quando la bolla si dispone simmetricamente al di qua e al di là dello zero della canna. Ma siccome è difficile raggiungere esattamente questa condizione, così nelle buone livellette la custodia della canna è girevole intorno ad una sua estremità e la sua posizione rispetto al regolo vien fissata da una vite micrometrica, chiamata *vite di rettifica*, situata all'altro estremo. L'insieme della custodia, del regolo e della vite di rettifica costituisce l'armatura della livelletta.

41. **Rettifica della livelletta.** — Per le livellette grossolane si procede così: scelto un piano assai regolare e pressochè orizzontale, ed appoggiatavi la livelletta, si cerca una posizione per la quale la bolla giaccia nel mezzo. Si segna allora sul piano la direzione del regolo e senza toccare la vite di rettifica si fa rotare la livelletta finchè si trova un'altra direzione per la quale la bolla torni nel mezzo: si segna anche questa, e prendendo sopra ciascuna delle due rette una porzione eguale a partire dal loro punto d'incontro, si colloca la livelletta sopra la retta congiungente le estremità di quelle due porzioni. Allora la livelletta trovasi sopra una retta orizzontale e girando la vite di rettifica fino a portare la bolla nel mezzo, si corregge l'errore dello stromento.

Si può raggiungere maggior esattezza disponendo la livelletta su un piano che per mezzo d'una vite micrometrica possa più o meno inclinarsi all'orizzonte. Girando la vite del piano si porta la bolla nel mezzo, si individua poi la posizione della livelletta segnando sul piano il contorno del regolo, indi si fa girare di 180° la livelletta, cioè si porta a destra la parte che era a sinistra e viceversa, e se essa è in rettifica la bolla resta ancora nel mezzo. Se cio non avviene

l'errore si corregge per metà colla vite del piano e per l'altra metà colla vite di rettifica della livelletta: poi a garanzia d'aver proceduto bene si ripete l'inversione.

42. **Sensibilità della livelletta.** — La sensibilità di una livelletta cresce al crescere del raggio di curvatura della sua sezione longitudinale, e si misura per mezzo dell'angolo di cui si inclina il regolo quando la bolla si sposta di una divisione (ordinariamente una linea del piede di Parigi). Per le buone livellette questa sensibilità viene determinata dai costruttori con processi speciali: per le livellette comuni si può procedere a questo modo. Si fissa la livelletta ad un cannocchiale fornito di reticolo e girevole intorno ad asse orizzontale, per esempio al cannocchiale d'un catetometro a cui una vite micrometrica permette qualche movimento in piano verticale: poi si dispone a qualche distanza un'asta divisa verticale, si porta la bolla nel mezzo movendo il cannocchiale, e si legge la divisione dell'asta a cui collima il centro del reticolo. Quindi si sposta il cannocchiale in modo che la bolla si muova di due o tre particelle e si fa una seconda lettura della scala. Se allora diciamo D la distanza fra l'asse di rotazione del cannocchiale e l'asta divisa, α l'angolo di cui ha ruotato il cannocchiale per passare da una posizione all'altra e d la differenza delle letture dell'asta, è assai prossimamente

$$\alpha'' = 206265'' \frac{d}{D}$$

e quindi se la bolla per ruotare di α'' ha percorso n particelle, la sua sensibilità è

$$S = 206265'' \frac{d}{n \cdot D}.$$

Ripetendo questa operazione quando la bolla occupa differenti posizioni sulla scala della livelletta si verifica se questa presenti una sensibilità uniforme, ciò che può in molti casi interessare.

43. **Uso della livelletta.** — La livelletta serve a disporre orizzontale una retta od un piano. Per quello che riguarda l'orizzontalità di una retta AB tutto si riduce a soddisfare alle due condizioni che la bolla sia in rettifica, e che la retta AB sia parallela al regolo della livelletta. Ora, in generale, o la livelletta si appoggia alla retta AB, ed allora il parallelismo è necessariamente ottenuto; o viene ad essa sospesa, ed allora torna conto di rettificare la livelletta rispetto alla retta che passa per i punti di sospensione, e non vi ha

alcuna maggiore difficoltà: infatti in questo caso la rettifica si fa nel solito modo inclinando dapprima la retta AB in maniera da portare la bolla nel mezzo, quindi permutando i punti di sospensione e correggendo la deviazione della bolla metà colla vite di rettifica della livelletta e metà con quella che regola la posizione della retta. Tuttavia questo processo suppone che la retta AB e l'asse della livelletta giacciano nel medesimo piano. Per riconoscerlo, dopo aver fatta la prima rettifica nel modo indicato, si gira alquanto la livelletta intorno all'asse di sospensione, per modo che l'asse della livelletta venga a descrivere una porzione di cilindro: se allora la bolla si mantiene sempre nel mezzo, vuol dire che i due assi di sospensione e della livelletta stanno in un medesimo piano; se no, si corregge l'errore della livelletta mediante le viti di rettifica laterali che di solito sono collocate verso uno degli estremi dell'armatura, e poi si compie la rettifica come di sopra si è detto.

Un piano è orizzontale quando siano orizzontali due rette ad angolo giacenti in esso. Se l'inclinazione del piano è regolata da tre viti e si voglia disporlo orizzontale si comincia dall'appoggiare la livelletta sul piano in una direzione prossimamente parallela alla retta congiungente due viti del treppiede: poi si gira l'una o l'altra di queste fino a portare la bolla nel mezzo; infine si dispone la livelletta in posizione perpendicolare alla prima, e girando solo la terza vite si porta di nuovo la bolla nel mezzo. Il piano è allora orizzontale, ma per assicurarsene si ripete l'operazione.

44. **Catetometro.** — Il catetometro serve a misurare la differenza di livello di due piani orizzontali: venendo esso costruito secondo modelli molto diversi sarebbe qui difficile di darne una descrizione minuta; ci limiteremo pertanto ad indicarne le parti essenziali. Esso consta di un'asta divisa lunga circa un metro che per mezzo di un treppiede fornito di viti si dispone verticale, e d'un cannocchiale che scorre lungo di essa rimanendole sempre perpendicolare. L'asta divisa può rotare intorno al suo asse verticale e colla medesima gira anche il cannocchiale. Questo poi vien portato da una slitta o corsoio a cui furono date molte forme. Ordinariamente questo corsoio è diviso in due parti, delle quali l'inferiore vien fissata alle varie altezze dell'asta divisa mediante una vite di pressione, e, per mezzo di una vite micrometrica verticale, serve d'appoggio alla parte superiore del corsoio scorrevole a dolce sfregamento lungo l'asta divisa. Nel corpo di questo corsoio superiore è praticata un'apertura rettangolare che permette di leggere le divisioni della scala sottoposta: un nonio ed una lente servono a valutare le frazioni del millimetro (ordinariamente i ventesimi, qualche volta i cinquantesimi; e, sostituendo al nonio un oculare micrometrico, anche frazioni minori). Il cannocchiale

è per lo più unito in sistema colla livelletta che serve a regolarne l'orizzontalità, e per mezzo di due anelli perfettamente cilindrici, che abbracciano il tubo, appoggia su due sostegni verticali che costituiscono le due braccia d'una forchetta. Questa è girevole intorno ad asse orizzontale, e la sua posizione vien regolata da una vite micrometrica, la cui chiocciola è fissa al corsoio. Altre volte la livelletta è fissata alla forchetta, ed il solo cannocchiale può rivolgersi sui suoi sostegni, ma ciò non porta notevole differenza. Due molle elastiche servono a mantenere l'aderenza fra le viti micrometriche ed i pezzi che devono stare a contatto con esse. Il cannocchiale è sempre munito di reticolo.

45. **Rettifica del catetometro.** — Il catetometro può dare risultati esattissimi ove sia ben costruito e bene adoperato, ma richiede alcune cure, omettendo le quali, lo stromento perde ogni pregio. Anzitutto conviene che il moto del corsoio superiore e delle viti sia dolce e regolare, e ciò si ottiene mantenendo pulite ed unte con olio le parti che soffrono attrito: poi bisogna che sia facile e regolare anche il moto di rotazione dell'asta intorno al suo asse, ed a tal uopo basta allentare più o meno una vite di pressione che in molti catetometri si trova all'estremità superiore dell'asta divisa. Per ciò che riguarda il cannocchiale conviene che il reticolo sia al suo vero posto in modo che l'asse ottico coincida coll'asse geometrico e che uno dei fili del reticolo sia esattamente orizzontale: per queste facili rettifiche rimettiamo a quanto diremo in proposito nell'ottica. Finalmente convien soddisfare alle tre condizioni seguenti:

1° Che la livelletta sia parallela all'asse del cannocchiale;

2° Che l'asse del cannocchiale sia esattamente perpendicolare all'asta divisa;

3° Che questa sia verticale.

1° Se il cannocchiale è unito in sistema colla livelletta, si porta la bolla nel mezzo movendo opportunamente la vite della forchetta; poi si capovolge il cannocchiale sui suoi sostegni, cioè si fa passare a destra la parte che era a sinistra e viceversa, e se la bolla rimane nel mezzo la prima condizione è soddisfatta: se no, si corregge l'errore metà colla vite della forchetta e metà colla vite di rettifica della livelletta, e si torna a capovolgere il cannocchiale per togliere il piccolo errore che fosse ancora rimasto.

Se il solo cannocchiale è capovolgibile e la livelletta rimane fissa sulla forchetta, si dispone prossimamente verticale l'asse dello stromento per mezzo d'un piombino, poi si porta la bolla nel mezzo movendo la vite della forchetta e si osserva a qual divisione di una scala verticale posta a qualche distanza collimi il centro del reticolo: indi si gira di 180° tutto l'apparecchio mobile, si capovolge il can-

nocchiale sui suoi sostegni e si osserva di nuovo la divisione dell'asta che viene a coincidere col centro del reticolo. Se la livelletta era in rettifica e l'asse del cannocchiale era orizzontale, le divisioni lette nei due casi devono coincidere: ove ciò non avvenga, si muove la vite della forchetta finchè il centro del reticolo viene a collimare col punto equidistante dai due punti letti; allora il cannocchiale è orizzontale e resta solo a correggere l'errore della livelletta portandone la bolla nel mezzo mediante la sua vite di rettifica. Però questa operazione va ripetuta un'altra volta a garanzia d'aver effettivamente tolti gli errori.

2° Rettificata la livelletta, convien disporre il cannocchiale perpendicolarmente all'asta divisa. Ciò si fa portando dapprima la bolla nel mezzo mediante la vite della forchetta, poi girando di 180° l'asta divisa per modo che l'oculare del cannocchiale venga dalla parte in cui si trovava l'obbiettivo e viceversa. Allora se la condizione è soddisfatta, la bolla rimane nel mezzo, se no, si corregge l'errore solo per metà mediante la vite della forchetta, e riconducendo lo stromento nella sua primitiva posizione, la bolla deve rimanere al medesimo posto.

3° Per ottenere l'esatta verticalità dell'asta divisa si gira lo stromento fino a disporre la livelletta parallelamente a due delle viti del treppiede, e movendo queste si porta la bolla nel mezzo: poi si ruota lo stromento di 90° in modo che la livelletta riesca parallela al braccio del treppiedi che porta la vite non ancora toccata, e movendo solo quest'ultima si torna a portare la bolla nel mezzo. Il piano in cui si muove la livelletta è allora orizzontale e quindi l'asta divisa è verticale; ma per togliere gli errori che fossero ancora rimasti si ripete l'operazione. — Molte volte i catetometri sono muniti di due livellette disposte ad angolo retto sul treppiede: si può approfittare di queste per rendere verticale l'asta divisa, ma più di tutto son utili perchè collo spostamento delle loro bolle avvertono se, per qualche accidente, l'asta divisa si è alquanto inclinata in una direzione qualunque.

Noteremo da ultimo che si può anche prescindere dalla rettifica della livelletta rispetto all'asse del cannocchiale; ma allora convien fare due osservazioni, cioè una nel modo solito, e l'altra dopo aver girato lo stromento di 180°, capovolto sui suoi sostegni il cannocchiale colla livelletta e portata nel mezzo la bolla di questa: l'altezza vera è la semisomma delle due letture fatte sulla scala del catetometro.

46. **Uso del catetometro.** — Per rilevare l'altezza relativa di un punto A, dopo di aver rettificato il catetometro, si gira lo stromento e si muove il corsoio inferiore finchè il punto A riesce nel

Infine lo sferometro serve a verificare se una superficie è perfettamente piana o perfettamente sferica, o se una lamina ha faccie esattamente parallele, perchè basta ripetere per varî punti le operazioni di sopra descritte e vedere se i risultati coincidono.

Misura degli angoli.

48. **Cerchio diviso — Teodolite.** — Gli angoli si misurano d'ordinario mediante cerchi divisi in gradi e parti di grado: le frazioni minori si rilevano per mezzo di nonii segnati su archi di cerchio girevoli intorno al centro mediante alidade e in tutto simili ai nonii studiati anteriormente, oppure per mezzo di oculari micrometrici. A individuare i lati dell'angolo che si vuol misurare servono o le visuali condotte dal centro del circolo, che si fa coincidere col vertice dell'angolo, a due punti dei lati per mezzo d'un cannocchiale girevole intorno al centro, — o le differenti direzioni di alcune rette materiali passanti pel centro (bussole, galvanometri, ecc.).

Di solito gli angoli da misurare sono in piano orizzontale; molte volte però sono in piano verticale, e quindi orizzontali o verticali devono essere i cerchi divisi che li misurano. Se l'angolo fosse in un piano qualunque, la sua misura si riduce tosto alla misura di un angolo in piano orizzontale e di un altro in piano verticale: a tal uopo serve opportunamente il *teodolite*, stromento che ha somma importanza in astronomia e in geodesia, ma molto minore in fisica. Esso consta essenzialmente di due cerchi divisi, uno orizzontale e l'altro verticale, e d'un cannocchiale che gira intorno ad asse orizzontale passante pel centro del circolo verticale, e che, stando sempre in un piano parallelo a questo, ruota con esso intorno all'asse del circolo orizzontale: opportune livellette servono poi a disporre convenientemente le varie parti dello stromento. Le molte modificazioni introdotte nella forma del teodolite ci tolgono di trattare in modo speciale della sua rettifica; ma le cose che abbiamo detto nei paragrafi precedenti intorno alla livelletta, alla rettifica del catetometro, ecc. basteranno a guidare coloro che dovessero far uso di tale stromento. Per maggiori particolari si potranno consultare le opere che trattano esclusivamente degli stromenti astronomici e geodetici (*).

(*) Ad esempio:

Hunaeus, *Die geometrischen Instrumente der gesammten praktischen Geometrie, deren Theorie, Beschreibung und Gebrauch.* Hannover, Rümpler, 1862.

49. **Errori nella misura degli angoli — Esame della graduazione d'un cerchio.** — Indipendentemente dagli errori di puntata e di lettura dei nonii, e da quelli che provengono da una inesatta posizione del piano del cerchio rispetto al piano dell'angolo da misurare, vi sono degli errori inerenti allo stromento, che importa di poter valutare e correggere. L'esame di un cerchio diviso fornito di nonii deve estendersi a cercare:

1° Se il lembo ha superficie piana, se è diviso esattamente e se è ben centrato;

2° Se anche la divisione dei nonii è esatta;

3° Se l'asse intorno cui ruota l'alidada è perpendicolare al piano del lembo e passa pel centro di questo.

Un tale esame presenta sempre molte difficoltà e varia a seconda che la graduazione è fatta sull'intero cerchio o soltanto su una parte; che il cerchio è provvisto di cannocchiale, o no, ecc. Noi ci limiteremo a dare alcune norme generali, non potendo trattare di tutti i casi particolari.

Per mezzo d'una buona livelletta si può riconoscere se il lembo d'un cerchio è piano; infatti basta rendere orizzontali due rette fra loro perpendicolari giacenti sul cerchio stesso, e se, appoggiando la livelletta in altre posizioni, la bolla rimane nel mezzo, si può star certi che la superficie su cui sta il lembo è un piano: in alcuni casi potrebbe servire allo scopo anche uno sferometro.

Se al momento della graduazione i due centri del circolo campione e di quello che si esamina, e che ne è una copia, non erano coincidenti, derivano sopra di questo degli errori, perchè i gradi hanno nelle varie parti del lembo grandezze differenti. Però questi errori si tolgono quando il cerchio sia munito di due nonii disposti secondo un diametro, e si prenda la media dei risultati da essi offerti.

Quando il circolo sia diviso tutto all'ingiro, l'esattezza della sua graduazione si può riconoscere anche con un buon compasso, misurando le corde di archi di un dato numero di gradi in diverse posizioni del lembo. Si potrà cominciare coll'esame dell'eguaglianza dei quadranti (da 0° a 90°, da 90° a 180°, ecc.), poi passare agli archi di 60°, 30°, . . . e se si trova che le corde degli archi corrispondenti siano fra loro sensi-

---

Engelbreit, *Instrumente der Geodasie und Hydrometrie.* Nürnberg, Schrag, 1852.

Schneitler, *Die Instrumente und Werkzeuge der höheren und niederen Messkunst.* Leipzig, Teubner, 1861.

C. M. Bauernfeind, *Elemente der Vermessungskunde*, III^e^ Aufl., Stuttgart, Cotta, 1869.

W. Simms, *On the principal mathematical Instruments.* 6. ed. London, 1844.

bilmente eguali, è certo che nella graduazione non esistono errori grossolani. Se sia divisa soltanto una porzione del cerchio (quadranti, sestanti, bussole, ecc.), col compasso si può solo riconoscere l'esattezza della suddivisione, non l'esattezza assoluta, e per questa convien ricorrere ad altri spedienti, come per esempio alla misura d'un medesimo angolo fatta collo stromento, che si esamina, e con un altro stromento esatto.

Un esame più accurato della graduazione d'un intero cerchio diviso si può fare approfittando dei nonii, dei quali è fornito. Infatti se la graduazione è esatta e se per esempio il nonio occupa esattamente da 0^{p} a 19^{p} del lembo, deve occupare sempre 19^{p} qualunque sia la posizione del suo zero sul lembo: se ciò non avvenisse, convien dire che la graduazione è inesatta. Un altro modo di verificare l'esattezza della divisione, modo che può anche fornire un criterio per misurare gli errori, è quello di osservare sul cerchio diviso la posizione degli zeri dei vari nonii, quando questi occupano differenti posizioni rispetto allo zero del lembo. Infatti gli errori si possono legger sui nonii, e con questi e col metodo di Baumann anteriormente esposto si può poi calcolare una tavola di correzione, od una formola simile a quella di Bessel (§ 26), la quale dia l'errore in funzione dell'angolo. Questa operazione è però sempre laboriosa, ed ove gli errori non siano troppo forti e non si richieda straordinaria esattezza, si può tralasciare, ritenendo che le letture su due, e meglio su quattro nonii, compensino le ineguaglianze della graduazione.

Circa agli errori d'un nonio poco si può dire e molto si deve confidare nell'abilità dell'artefice che lo ha costruito. La grandezza assoluta dell'arco occupato dal nonio si può desumere osservando in varii punti del lembo a quante divisioni corrisponda e prendendo il medio dei valori ottenuti: conosciuto in tal maniera l'errore, se ne può tener calcolo nel modo esposto al § 38.

Finalmente per quello che riguarda l'eccentricità dell'alidada noteremo che l'errore, che ne proviene, si corregge naturalmente quando si leggono due nonii posti all'estremità di un medesimo diametro: lo stesso si può dire quando si abbia a leggere una bussola, il cui ago sia sospeso ad un filo od appoggiato ad un perno e si prolunghi fino al lembo dall'una e dall'altra parte. Ove però in una bussola od in un galvanometro il lembo fosse graduato solo per metà, si può riconoscere se il perno è nel centro misurando con un compasso il raggio del circolo (che equivale alla corda sottesa da un arco di 60°), e verificando direttamente se la punta del perno corrisponde al centro.

Vi sono altri metodi per calcolare gli errori di graduazione d'un cerchio, i quali si fondano sulla misura degli angoli di un triangolo o su principii analoghi, ma sono applicabili soltanto a pochi stromenti di fisica, il che ci dispensa dall'esporli.

Misura delle superficie.

50. **La misura delle superficie** ha qualche importanza nella fisica, ma per lo più si riferisce a casi tanto semplici che è quasi inutile parlarne. Infatti, ogni qual volta si abbia a misurare superficie piane e terminate da linee descritte con certa legge, la matematica viene in aiuto e riduce la questione alla misura di alcune lunghezze. Le formole che danno la misura delle aree del triangolo, del quadrilatero, del circolo, dell'ellisse, del cilindro, del cono, della sfera, ecc. sono tanto note che non le trascriviamo: per le altre aree meno comuni si potrà nei singoli casi ricorrere ai trattati di matematica oppure al loro calcolo diretto per mezzo dell'integrazione. Ricorderemo soltanto il seguente teorema del Guldino, che può in molti casi giovare:

La superficie generata da una linea qualunque che ruota intorno ad un asse senza tagliarlo è misurata dal prodotto della linea generatrice pel cammino percorso dal suo centro di gravità.

Ma spesso al fisico importa di conoscere l'area di una figura piana compresa fra linee qualunque, delle quali è ignota la legge di descrizione. Un artificio che può valere quando si tratti di superficie molto irregolare è quello suggerito già dal Galileo, ma da molti attribuito a Th. Young, cioè di descrivere la figura su un cartoncino omogeneo, poi ritagliarla, e paragonare il peso del cilindro così ottenuto con quello di un prisma dell'egual cartoncino, la cui base sia un quadrato di lato $= 1$: il rapporto di questi due pesi dà allora la superficie cercata. Misure più esatte (fino a 0,1 per $^0/_0$ ed anche più) si hanno adoperando i planimetri; ma di questi stromenti, che pel fisico non hanno grande importanza, non ci possiamo occupare (*).

(*) Chi desiderasse istruzioni sulla teoria e sull'uso dei planimetri potrà consultare:

I. Amsler, *Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, insbesondere über einen neuen Planimeter.* Zürch. Vierteljahrsschr. 1856.

E. Schinz, *Ueber das Polarplanimeter von Prof. Amsler in Schaffhausen.* Bern. Mitth., 1857.

Cr. Trunk, *Die Planimeter, deren Theorie, Praxis und Geschichte.* Halle, 1865.

Er. Fischer, *Die mechanische Planimetrie, ihre geschichtliche, theoretische und praktische Bedeutung.* Schweiz. polyt. Zeitschr., 1868.

C. M. Bauernfeind, *Zur Geschichte der Planimeter.* Dingler's polyt. Journ. 137, ed anche: C. M. Bauernfeind, *Elemente der Vermessungskunde*, III^e Aufl. II^e Abth., p. 553. Stuttgart, Cotta, 1869.

Piuttosto diremo alcun che sulle formole d'approssimazione per la quadratura di un'area piana compresa fra due ordinate estreme, l'asse delle ascisse ed una curva qualunque. — Dividendo la distanza fra le ordinate estreme in un numero n pari di parti eguali, poi misurando le ordinate corrispondenti e riguardando gli archi della curva compresi fra due ordinate successive come archi di parabola del secondo ordine, si arriva alla seguente espressione conosciuta sotto il nome di formola di Simpson:

$$S = \frac{h}{3n}\left[y_0 + y_n + 2\,(y_2 + y_4 + \ldots + y_{n-2}) + \right.$$
$$\left. + 4\,(y_1 + y_3 + \ldots + y_{n-1})\right]$$

dove S è l'area cercata, h la differenza delle ascisse delle due ordinate estreme, ed y_0, y_1, y_2, $\ldots$ y_n le $n+1$ ordinate. Questa formola è tanto più esatta quanto maggiore è n, ma offre minor precisione quando si tratti di porzioni di curva molto inclinate all'asse delle ascisse e di curvatura assai forte.

Un'altra formola d'approssimazione, che si deduce dalla considerazione delle aree dei poligoni inscritti e circoscritti alla curva, è

$$S = \frac{h}{n}\left[\frac{y_0 - y_1 - y_{n-1} + y_n}{4} + 2\,(y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-2})\right]$$

dove alle cifre fu conservata la significazione della formola anteriore ed n è sempre un numero pari.

Misura dei volumi.

51. **Generalità.** — I volumi di corpi di forma regolare sono offerti direttamente da formole matematiche in funzione delle lunghezze di alcune linee; ma di questi casi, che sono i più semplici, non ci occuperemo. Gioverà solo ricordare il teorema seguente dovuto a Guldino, il quale può dare il volume di corpi di forma non molto comune:

Il volume d'un corpo rotondo generato da una superficie piana che ruota intorno ad un asse posto nel suo piano, e che non è tagliata dall'asse medesimo, eguaglia il prodotto dell'area della superficie generatrice pel cammino fatto dal suo centro di gravità.

E gioverà ancora citare una formola d'approssimazione, che in alcuni casi speciali è anche esatta, e che vale quando di un corpo si conoscano le aree delle due sezioni piane estreme fra loro parallele, la loro distanza e l'area della sezione equidistante da esse. Detto V il volume cercato, S_1, S_2, S_3, le aree della sezione prima, della media e della estrema, ed h la distanza fra le due sezioni estreme, si ha

$$V = \frac{h}{6}\left(S_1 + 4\,S_2 + S_3\right).$$

Abbandonando questi spedienti ed altri ancora che appartengono esclusivamente alla matematica, tratteremo in particolare dei metodi puramente fisici, i quali si possono ridurre ai seguenti:

1° Misura diretta del volume d'un fluido per mezzo di recipienti graduati;

2° Misura del volume d'un corpo dedotta dalla quantità d'un fluido da esso spostata;

3° Misura del volume d'un corpo per mezzo del suo peso.

Questi metodi poi si applicano variamente a seconda delle circostanze e dell'esattezza che si vuol ottenere: noi indicheremo solo i più comuni e faremo quelle avvertenze che son necessarie nel maggior numero dei casi.

52. **Misura diretta del volume d'un fluido mediante recipienti graduati.** — In generale questo metodo non comporta molta precisione, ma esso è l'unico che si possa usare pei gas e quindi ci fermeremo alquanto sul modo di verificare o praticare la graduazione d'una campanella di vetro. Per ciò che riguarda i liquidi basterà quello che ora diremo e ciò che sarà esposto ai §§ 148-160 a proposito della misura della loro dilatazione termica.

Ove si tratti soltanto di esaminare la graduazione di una campanella già divisa, si comincia dal pulirla accuratamente, poi la si fissa ad un sostegno, si dispone verticale e colla bocca in alto, e vi si versa tanto mercurio che arrivi colla base del menisco alla prima divisione tracciata sul tubo: la posizione del livello del mercurio rispetto alla scala segnata sul tubo si riconosce assai bene per mezzo d'un cannocchiale orizzontale posto a qualche distanza. Convien poi badare che fra il liquido ed il vetro non vi siano bollicine d'aria; se vi fossero, si possono agevolmente rimuovere con un bastoncino di legno o di osso di balena: sarebbe assai opportuno un filo di ferro, ma con esso si producono sul vetro delle scalfitture, dapprima quasi invisibili, ma che coll'andar del tempo si fanno più appariscenti e possono render inservibile lo stromento. La quantità di mercurio che

occupa la prima divisione si pesa, e detto p il suo peso, γ il coefficiente di dilatazione del mercurio, k quello del vetro e t la temperatura al momento della calibrazione, la capacità, ridotta a 0°, della porzione di campanella occupata dal mercurio sarà

$$v_1 = \frac{p}{13{,}596} \cdot \frac{1 + \gamma t}{1 + k t}.$$

Poi si trovano allo stesso modo i volumi v_2, v_3, . . . occupati dal mercurio quando la base del menisco arriva fino alla 2ª, 3ª, ... divisione, e sottraendo v_1 da v_2, v_2 da v_3, . . . si ottengono i volumi corretti compresi fra la prima divisione e la seconda, tra la seconda e la terza, ecc.

Quanto al volume compreso tra il fondo della campanella e la prima divisione convien avvertire che la superficie del mercurio è convessa, e tener conto dell'errore che da ciò deriva: a tal fine si può da un vaso previamente pesato versare nella campanella tanto mercurio che arrivi colla sommità del menisco alla prima divisione, ed aggiungervi una soluzione molto diluita di sublimato corrosivo, la quale in pochi istanti fa che il livello del mercurio diventi perfettamente orizzontale. Poi dal medesimo vaso si aggiunge tanto mercurio a quello già versato nella campanella, che il livello orizzontale arrivi esattamente alla divisione segnata, e si determina il volume del mercurio allora contenuto nella campanella pesando di nuovo il vaso che prima lo conteneva. La differenza fra questo volume e v_1 dà allora la correzione che si deve portare alla lettura per togliere l'errore del menisco. Ove poi si abbia a raccogliere dei gas sopra il mercurio questa correzione si deve raddoppiare, giacchè, la campanella essendo allora capovolta, il menisco che prima rispetto al fondo era concavo, ora è diventato convesso, mentre la sua base ha conservato l'identica posizione.

Volendo operare speditamente si può, quando si abbia sufficiente esercizio, stimare ad occhio qual posizione deve avere il menisco rispetto al segno, affinchè la quantità di mercurio contenuta nella campanella equivalga in volume alla capacità della campanella stessa fino alla divisione.

È evidente che l'errore del menisco varia colla natura del liquido, e quindi per non introdurre correzioni noiose ed assai spesso inesatte, si cerca possibilmente di eliminarlo procedendo sempre per differenze. Questo per esempio si può fare nel voltametro quando esso si adoperi a misurare l'intensità d'una corrente, perchè si abbandona il primo centimetro cubico di gas e si tien conto solo del tempo necessario allo svolgimento dei volumi successivi.

Spesse volte le campanelle portano semplicemente una scala divisa in millimetri, oppure sono graduate con segni così prossimi fra loro, che stimando ad occhio i decimi dell'intervallo fra due segni si commette certamente errore piccolissimo. In tal caso l'esame della graduazione si può fare molto agevolmente adoperando un ditale di vetro, ad orlo levigato, che abbia la capacità di 15-20^{cc}. In questo ditale si versa del mercurio, e perchè il suo volume riesca sempre eguale, si caccia il liquido sporgente sopra l'orlo con un disco di vetro smerigliato: poi il contenuto del ditale si versa ripetutamente nella campanella, tenuta verticale, e si leggono le divisioni a cui arriva ogni volta la base del menisco: finalmente si calcola una tavola di correzione. Si ha cura di fare questa operazione ad una temperatura costante e di allontanare le bolle d'aria nel modo che abbiamo detto dapprima. L'errore del menisco si determina facilmente osservando di quanto si alza il livello del mercurio quando vi si aggiunge una soluzione diluita di sublimato corrosivo.

Volendo infine passare da una graduazione relativa ad una assoluta basta pesare il mercurio contenuto nel ditale, e detto P il peso ottenuto espresso in grammi, t la temperatura e V il volume espresso in centimetri cubici, sarà

$$V = \frac{P(1 + 0{,}00018\,t)}{13{,}596}.$$

Quindi chiamata v la capacità di una delle divisioni della campanella, delle quali n corrispondono al volume V, sarà

$$v = \frac{V}{n}.$$

53. **Esempio.** — Adoperando un ditale nel modo che si è detto al paragrafo precedente, sia

15,4 la prima lettura

30,1 la seconda »

44,6 la terza »

58,7 la quarta »

. . . . . .

Il volume adoperato per la misura corrisponde allora a

$14^{D},7$ nello spazio occupato fra la 1ª e la 2ª lettura

14,5 » » » » 2ª » 3ª »

14,1 » » » » 3ª » 4ª »

. . . . . .

Supponiamo che il ditale abbia esattamente la capacità di 15^{cc} (*), allora

alla divisione 15,4 corrisponde il volume $1 \times 15^{cc} = 15^{cc}$

» » 30,1 » » $2 \times 15 = 30^{cc}$

» » 44,6 » » $3 \times 15 = 45^{cc}$

» » 58,7 » » $4 \times 15 = 60^{cc}$

Dunque ogni divisione compresa

fra $15^{D},4$ e $30^{D},1$ ha la capacità $\frac{15^{cc}}{14,7} = 1^{cc},0204$

» 30,1 e 44,6 » » » $\frac{15}{14,5} = 1^{cc},0345$

» 44,6 e 58,7 » » » $\frac{15}{14,1} = 1^{cc},0638$

. . . . . .

ed è facile calcolare la tavola che segue:

(*) Se non si conoscesse la capacità del ditale si potrebbe assumerla per esempio eguale a 14,7 e formare egualmente una tavola di correzione: in questo caso la graduazione si farebbe in parti di egual capacità, ma d'ignoto volume.

Divisione della scala	VOLUME corretto	Divisione della scala	VOLUME corretto	Divisione della scala	VOLUME corretto	Divisione della scala	VOLUME corretto
15	14,59	24	23,78	33	33,00	42	42,31
16	15,61	25	24,80	34	34,03	43	43,34
17	16,63	26	25,82	35	35,07	44	44,38
18	17,65	27	26,84	36	36,10	45	45,43
19	18,67	28	27,86	37	37,14	46	46,49
20	19,69	29	28,88	38	38,17	47	47,55
21	20,71	30	29,90	39	39,21	48	48,62
22	21,73	31	30,93	40	40,24	. .	. . .
23	22,76	32	31,97	41	41,28	. .	. . .

54. **Graduazione d'una campanella.** — Quando si tratti della graduazione d'una campanella in parti di eguale capacità si può procedere coi metodi ora esposti, e la sola difficoltà è di tracciare all'esterno del tubo delle divisioni che corrispondano esattamente alla base del menisco del mercurio. La graduazione si compie dividendo in parti di egual lunghezza ogni intervallo fra due tratti anteriormente segnati, giacchè si può ritenere che fra questi limiti la campanella sia esattamente cilindrica. È tuttavia da notare che quando un recipiente così graduato si faccia servire a misurare fluidi diversi dal mercurio la prima divisione della scala non è esatta, dovendo essere corretta dell'errore del menisco.

Migliore del processo ora descritto è quello di dividere in parti di egual lunghezza la campanella e poi determinare la capacità delle singole divisioni nel modo indicato al paragrafo precedente.

55. **Misura del volume d'un corpo dedotta dalla quantità d'un fluido da esso spostata.** — Il mezzo più semplice di determinare il volume d'un corpo è quello di sommergerlo in un vaso graduato e in parte riempiuto d'acqua. La differenza dei volumi segnati sul vaso, corrispondenti ai due livelli dell'acqua prima e dopo l'immersione del corpo, offre il valore cercato. Ma questo metodo non è molto esatto perchè è poco preciso il modo di determinare i volumi mediante un vaso graduato e perchè rimane sempre aderente al corpo qualche bollicina d'aria. Quest'ultimo inconveniente si può attenuare

alzando ed abbassando più volte il corpo nel liquido od umettandolo prima dell'immersione con un pennello intinto nel liquido stesso.

A questo processo è simile quello della boccetta, che si presta specialmente ove il corpo, di cui si cerca il volume, abbia forma allungata o sia in frammenti. Esso consiste nel pesare dapprima il corpo insieme ad una boccetta ripiena d'acqua fino all'orlo; poi nel sommergere il corpo nella boccetta, asciugarla e pesare di nuovo: la differenza dei pesi dà il volume d'acqua scacciata, ossia il volume del corpo espresso in centimetri cubici quando i pesi siano valutati in grammi. Ma per le avvertenze che si devono avere onde arrivare con questo processo a buoni risultati, rimettiamo al paragrafo 71 ove si tratta della determinazione dei pesi specifici col metodo appunto della boccetta. Piuttosto diremo qualche cosa del volumenometro, stromento diventato ormai d'un uso comune e che appartiene alla categoria degli apparecchi dei quali ora ci occupiamo.

56. **Volumenometro di Kopp.** — Tralasciando di descrivere lo stereometro di Say ed il volumenometro di Regnault, perchè quello è troppo imperfetto, e questo si trova descritto in quasi tutti i trattati di fisica, ci occuperemo soltanto del volumenometro di Kopp, il quale ha il sommo vantaggio di essere tanto semplice che ognuno con pochi mezzi se lo può costruire da sè medesimo. La Fig. 1 rappresenta appunto questo stromento nella proporzione di $\frac{2}{5}$ della grandezza naturale.

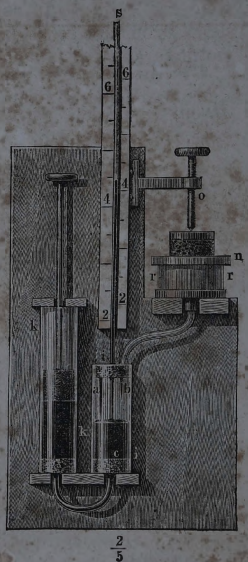

Fig. 1.

I due estremi d'un largo tubo di vetro verticale *ii* son chiusi a tenuta d'aria per mezzo di due turaccioli: di questi il superiore è attraversato da una canna verticale di vetro *c s* aperta ai due capi, lunga circa 40 centimetri, e che si avanza fino in *c* in prossimità al turacciolo inferiore: di più è attraversato da un cannello di vetro ricurvo, il quale mette al fondo di un vaso di vetro *r*, aperto superiormente e con orlo accuratamente levigato. Il turacciolo inferiore è invece attraversato da un solo cannello, che mette in comunicazione

il tubo ii con un altro tubo kk munito di stantuffo. Nel recipiente r sta in permanenza un vasetto di platino o di vetro, che serve a ricevere il corpo di cui si vuol misurare il volume, il quale per lo più è in polvere: la bocca poi del vaso r vien chiusa a tenuta d'aria da un disco di vetro n esattamente piano e spalmato di grasso. Una vite di pressione o coll'interposizione di un corpo elastico serve a tener aderente il disco di vetro all'orlo del vaso r. Nei tubi comunicanti kk ed ii si versa del mercurio che si eleva anche nella canna cs, ed una punta d'acciaio a, infissa nel turacciolo superiore del tubo ii, serve a stabilire lo *zero* di una scala divisa applicata al tubo cs.

Anzi tutto convien determinare il volume complessivo V compreso in quella porzione della canna ii, che è superiore alla bocca del tubo cs, nel cannello ricurvo e nel recipiente r. Perciò, dopo aver sollevato lo stantuffo finchè l'aria esterna sia liberamente affluita nella canna ii attraverso al tubo cs, si abbassa lo stantuffo medesimo sino a che il mercurio della canna ii venga esattamente a contatto colla punta a, e si legge l'altezza h a cui si eleva il mercurio nel tubo cs. Detto V_1 il volume allora occupato dall'aria imprigionata nello stromento ed H la pressione atmosferica, per la legge di Mariotte sarà

$$V : V_1 = H + h : H$$

da cui

$$V - V_1 = \frac{h}{H + h} V.$$

Si pone poi nel recipiente r un corpo il cui volume v sia stato determinato con cura in un modo qualunque, e si ripete la stessa operazione: allora i volumi V e V_1 diventano rispettivamente $V - v$ e $V_1 - v$, e detto h_1 l'altezza letta sulla scala in questo caso, si avrà analogamente

$$V - V_1 = \frac{h_1}{H + h_1} (V - v).$$

Dalle due ultime equazioni si ricava:

$$V = \frac{h_1}{H} \cdot \frac{H + h}{h_1 - h} \cdot v.$$

Noto V, se si pone nel recipiente un corpo di volume ignoto w, e se, ripetendo la stessa operazione, si trova che l'altezza del mercurio nel tubo cs sia h_2, il volume cercato si otterrà dalla formola analoga alla precedente

$$V = \frac{h_2}{H} \cdot \frac{H + h}{h_2 - h} \cdot w$$

la quale dà

$$w = \frac{H}{h_2} \cdot \frac{h_2 - h}{H + h} \cdot V.$$

Si può ottenere un altro valore di w spingendo lo stantuffo finchè il mercurio arriva ad una seconda punta b e determinando il valore di h sopra di una seconda scala, il cui zero si trovi appunto in b. Dei due risultati si prende allora la media.

A questo stromento, già per sè tanto semplice, ci parrebbe applicabile una modificazione che ne semplificherebbe maggiormente la costruzione e il maneggio. Essa consiste nel sopprimere la canna cs e lo stantuffo del cilindro kk, nel sostituire al cannello di congiunzione dei due tubi i e k un forte e lungo tubo di gomma non vulcanizzata, e nel render mobile il recipiente kk lungo un'asta alla quale si possa fissare mediante un corsoio ed una vite di pressione. Questa disposizione del manometro si avvicina molto a quella che vale pel termometro ad aria e che sarà descritta al § 126. Solo, per maggiore semplicità, ammettiamo che la lettura della differenza d'altezza del mercurio nelle due canne kk ed ii si faccia con un catetometro. Il volume che prima avevamo detto V è quello dell'aria chiusa nello stromento quando essa trovasi alla pressione atmosferica, cioè quando, per una determinata posizione del cilindro kk, l'altezza del mercurio è la stessa nei due cilindri comunicanti: del rimanente tutto procede come nell'apparecchio di Kopp.

Il volumenometro si presta molto opportunamente per la determinazione del volume delle polveri o delle sostanze fibrose o porose o solubili nell'acqua, ecc., e quantunque non si possa evitare un errore proveniente dall'adesione dell'aria, l'errore finale è minore di quello commesso con altri metodi. Per ottenere buoni risultati è poi essenziale che la temperatura si mantenga esattamente la stessa per tutta la durata dell'esperienza e che non avvengano sensibili variazioni di volume quando si stringe più o meno la vite o.

Il volumenometro non si può adoperare per tutte quelle sostanze che, come il carbone, sotto differenti pressioni assorbono volumi differenti d'aria atmosferica.

Noti il volume ed il peso d'un corpo, se ne deduce tosto il suo peso specifico, sicchè il volumenometro è stromento che vale anche per questa ricerca: onde offrire un criterio dell'esattezza che si può sperare dal suo uso, mettiamo in paragone i pesi specifici di alcune sostanze determinati da Kopp mediante il volumenometro con quelli determinati con altri metodi.

	Peso specifico secondo Kopp	con altri metodi.
Piombo	11,404	11,373
Stagno	7,363	7,358
Sale ammoniaco . . .	1,50	1,45 (Wollaston).

57. **Misura del volume d'un corpo per mezzo del suo peso.** — Il rapporto fra il peso espresso in grammi ed il peso specifico di un corpo dà il volume di questo espresso in centimetri cubici. Ove dunque sia noto il peso specifico di un corpo se ne può determinare il volume con una semplice pesata. Volendo procedere con esattezza convien tener conto anche della temperatura, e se

v è il volume del corpo,
p il suo peso,
d la sua densità a 0°,
k il coefficiente di dilatazione,
t la temperatura,

sarà:

$$v = \frac{p}{d}(1 + kt).$$

Maggiori particolari sulle correzioni e sulle avvertenze che son necessarie in ricerche di questo genere si troveranno nei paragrafi che trattano del peso specifico e della dilatazione termica dei corpi.

Misura delle masse.

a) Bilancia.

58. **Generalità.** — Non è nostro scopo di esporre la teoria della bilancia, che fu già trattata da Eulero (*) e si trova ripetuta in quasi tutti i testi di fisica. Diremo solo che i costruttori si sforzarono di conformarvisi, e vi riuscirono in modo che attualmente la bilancia è lo stromento più esatto di cui il fisico possa disporre. Non ci occuperemo dei varii modelli secondo i quali può venir costruita una bi-

(*) Comm. dell'I. Acad. delle sc. di Pietroburgo, T. X.

lancia (*), ma avremo in mira di indicare quali sieno le condizioni in cui si deve porre lo stromento per conseguire la massima esattezza di cui è suscettibile.

Supporremo che la bilancia, di cui disponiamo, sia della forma più comune, cioè sia a due braccia ed abbia tanto il giogo come i piatti girevoli intorno a spigoli di prismi triangolari o *coltelli* d'acciaio: supporremo ancora che essa sia esatta e sensibile, e ci occuperemo del modo di adoperarla, riservandoci in seguito di verificare se quelle condizioni sieno soddisfatte.

59. **Collocamento della bilancia e correzione dello zero.** — La prima condizione perchè una bilancia si comporti bene è che sia collocata convenientemente; la si deve cioè stabilire sopra una base in muratura o sopra una solida mensola infissa nel muro e lontana dalle vie percorse da carri. Si deve ancora preservarla da forti cangiamenti di temperatura e dalla irradiazione diretta del sole. Poi convien disporre verticale la colonna che sostiene il fulcro, e ad ottener ciò si approfitta delle viti del treppiede e di un filo a piombo, che in molte bilancie si trova già fornito dal fabbricatore, o di una livelletta che si appoggia alle aste orizzontali del treppiede. — Onde evitare che i metalli di cui è formata la bilancia si ossidino, si mantiene asciutta l'aria che la circonda collocando nell'interno della custodia un vaso contenente della calce caustica o del cloruro di calcio. Se la bilancia è costruita in ferro conviene ancora tenerla lontana da forti masse dello stesso metallo, affinchè queste non esercitino su di essa delle azioni magnetiche perturbatrici. Quando poi si voglia fare una pesata si siede comodamente in faccia alla bilancia e si verifica anzitutto se essa è *stabile*, cioè se il suo centro di gravità è più basso dell'asse di rotazione del giogo: se ciò non fosse, la bilancia sarebbe *folle* e tenderebbe a rovesciarsi; ma la si rende stabile abbassando lentamente il bottone girevole d'una vite verticale posta immediatamente sopra il coltello del giogo. Poi si determina la *correzione dello zero*, cioè si cerca quale sia la divisione della scala a cui batte l'indice quando la bilancia è scarica ed in equilibrio. A tal fine si gira lentamente il bottone che serve a liberare il giogo dalla forchetta che lo tiene sollevato, e per non attendere fino al momento in cui l'indice finisce di oscillare, si notano le divisioni a cui batte l'indice quando si trova alle estremità delle successive oscillazioni dall'una e dall'altra parte dello *zero* della scala. Se la

(*) Recentemente il Bunge propose una modificazione della bilancia secondo la quale le braccia del giogo verrebbero molto accorciate affine di diminuire la durata delle oscillazioni. V. Carl, *Repert. für. exper. Phys.* Vol. III e IV.

bilancia è buona, l'ampiezza delle oscillazioni va lentamente e regolarmente scemando, e quando si abbia constatato che questo andamento non fu turbato da cause accidentali, e si sieno scritti alquanti numeri giusta lo schema indicato nell'esempio seguente, si prende la media dell'ultimo e del terzultimo numero, si fa la differenza fra questa media ed il penultimo numero della tabella e si divide questa differenza per due. Il numero trovato esprime allora la divisione a cui si fermerebbe l'indice al termine delle oscillazioni (*), e sarà un numero di divisioni di destra o di sinistra secondo che l'escursione dell'indice fu maggiore a destra od a sinistra.

Ad esempio in un caso particolare siensi trovate le deviazioni seguenti:

Sinistra	Destra
$0^{D},7$	
	$2^{D},3$
0,4	
	2,1
0,2	
	2,0
0,1	
	2,0

Da questa tabella risulta che la posizione d'equilibrio dell'indice è a

$$\frac{\frac{2,0+2,0}{2}-0,1}{2}=0,95 \text{ a destra.}$$

Le deviazioni più opportune per ottenere un buon risultato nella correzione dello zero sono le medie o le piccole, quando però queste

---

(*) Si può render ragione di questo processo nel modo seguente: conveniamo di ritener positive le deviazioni a destra dello zero della scala e negative quelle a sinistra; la posizione poi d'equilibrio dell'indice sia a x^{0}, e nella terz'ultima oscillazione che si considera, e che supponiamo sia a destra, l'indice oltrepassi di a divisioni la posizione d'equilibrio, cosicchè la deviazione totale sia $x+a$. Per la resistenza dell'aria e dell'attrito l'ampiezza dell'oscillazione viene diminuita di una quantità $=k$ divisioni, che per un certo numero di oscillazioni si può ritenere costante: la deviazione a sinistra dello zero sarà dunque $x-(a-k)=x-a+k$ ed è data dal penultimo numero della nostra tabella. Finalmente quando l'indice ritorna a destra l'ampiezza vien ancora diminuita di altre k^{D}, sicchè la deviazione è $x+a-2k$. Formando ora la media aritmetica di $x+a$ ed $x+a-2k$ ed aggiungendola col suo segno ad $x-a+k$, poi dividendo per due si ottiene il valore cercato di x.

ultime risultino da oscillazioni più ampie che col tempo si impicciolirono.

Ove non importi raggiungere somma esattezza, si può limitare il numero delle oscillazioni, notare un numero dispari di deviazioni, per esempio 5, poi far la media delle tre deviazioni da una parte e delle due dall'altra e prendere la semidifferenza di questi due numeri. Così coi primi cinque numeri della tabella precedente si otterrebbe

$$\frac{2,2 - 0,4}{2} = 0^{p},9 \text{ a destra.}$$

60. **Pesata d'un corpo.** — Determinata la correzione dello zero, si carica su un piatto il corpo che si vuol pesare e sull'altro i pesi che sembrano convenienti, e si va cercando di restringere sempre più i limiti entro i quali è compreso il peso del corpo. Quando siamo certi che questo peso sta fra g e $g + 1$ grammi, si lasciano sul piatto i g grammi e si tentano successivamente i decigrammi cominciando col pezzo da $5^{degr.}$, e procedendo cogli inferiori fino ad aver ottenuto il numero esatto dei decigrammi: allo stesso modo si determina il numero esatto dei centigrammi e dei milligrammi. Quanto alle frazioni di milligrammo, si possono determinare osservando le deviazioni dell'indice pei numeri m ed $m + 1$ di milligrammi fra i quali è compreso il peso vero del corpo. I valori di queste deviazioni si ottengono con l'uno o con l'altro dei metodi sopra descritti per determinare la posizione d'equilibrio dell'indice quando la bilancia è scarica. Alle deviazioni così trovate si applica poi la correzione dello zero e si ammette che per piccole differenze nel carico gli spostamenti nella posizione d'equilibrio della bilancia siano proporzionali alle differenze del carico. Allora con una semplice proporzione si calcolano le frazioni di milligrammo. Un esempio chiarirà ciò che si è detto.

Nella pesata d'un corpo, a seconda che sul piatto destro si trovavano 8 o 9 milligrammi si ebbero le seguenti deviazioni dell'indice:

8^{mgr}		9^{mgr}	
	3,8	2,9	
0,1			0,9
	3,8	2,7	
0,0			0,6
	3,7	2,5	
— 0,1			0,4

La posizione d'equilibrio dell'indice quando la bilancia era scarica si trovava a $0^{p},3$ a sinistra, e quindi le deviazioni finali, che secondo le tabelle precedenti sarebbero state 1,9 a destra e 1,0 a sinistra, di-

ventano rispettivamente 2,2 e 0,7; e la frazione che deve andar aggiunta agli 8^{mgr} è data dalla proporzione

$$x : 1^{mgr} = 2^{p},2 : 2^{p},9$$

$$x = 0^{mgr},8.$$

Se la bilancia è fornita del *romano* o *cavaliere* di Berzelius (cioè d'un pesetto, che ordinariamente è un centigrammo, scorrevole lungo un braccio graduato del giogo e che si può movere per mezzo di un'asta, la quale fa capo all'esterno della custodia della bilancia), si possono direttamente determinare i milligrammi e le frazioni di milligrammo anche senza notare le deviazioni. A tale scopo basta leggere la posizione del romano quando l'indice fa eguali oscillazioni al di qua e al di là dello zero corretto; ma in generale torna più conto applicare anche in questo caso il metodo delle oscillazioni, portando il romano in due posizioni tali che corrispondano ai numeri di milligrammi fra cui resta immediatamente compreso il peso vero del corpo, ed operando come di sopra s'è detto.

Compiuta la pesata, prima di fare il calcolo delle frazioni di milligrammo è buona cosa determinare un'altra volta la correzione dello zero, ciò che si fa togliendo i carichi e procedendo come si disse da principio. Se si trovano piccole differenze fra la prima e la seconda di queste determinazioni, se ne prende la media; ma se le differenze fossero forti e si richiedesse molta esattezza, converrebbe rifare la pesata.

L'esatta determinazione del peso di un corpo è cosa molto delicata, ed oltre a ciò che si è detto conviene tener presente ciò che ora esporremo. I pesi si caricano e si tolgono dal piatto solo quando il giogo è reso immobile colla forchetta e sempre adoperando una pinzetta, perchè l'umidità della mano, aderendo ai piatti od ai pesi, nuocerebbe all'esattezza e deteriorerebbe anche gli stromenti. La custodia della bilancia si deve aprire solo quando si tratti di cangiare i carichi dei piatti ed anche allora pel minor tempo possibile: prima poi di liberare il giogo si attende qualche istante perchè l'aria nell'interno della custodia si sia messa in quiete.

In molte bilancie a ciascun piatto è inferiormente applicata una asticella che attraversa un largo foro esistente nel banco della bilancia: a tali asticelle vengono appesi i palloni che si adoperano per determinare la densità dei gas, o i corpi che vanno immersi in un liquido, ecc. In tal caso nel distribuire il corpo od i pesi sui piatti bisogna aver cura che l'asticella stia nel centro del foro destinato a riceverla. Infine convien badare, che mentre il giogo oscilla, non

oscillino i piatti intorno al loro punto di sospensione; e per togliere queste oscillazioni si arresta dapprima il giogo e poi si riducono in quiete ambedue i piatti evitando di toccarli colla mano ed aiutandosi invece colla pinzetta che serve a togliere e mettere i pesi.

61. **Condizioni di esattezza d'una bilancia.** — Fin qui abbiamo supposto che la bilancia sia giusta e sensibile, ma ciò non è sempre vero. Perchè la bilancia sia giusta conviene che abbia

1° braccia eguali;

2° forma simmetrica e massa egualmente distribuita dalle due parti del coltello mediano;

3° tutti tre gli spigoli dei coltelli paralleli fra loro.

Ecco la maniera più opportuna di verificare se queste condizioni sono adempiute. Liberando il giogo dai piatti e dagli ordigni che servono a sospenderli, esso deve disporsi orizzontalmente, e deviato da questa posizione d'equilibrio deve da per sè ritornarvi: se da un lato si carica un piccolo peso e se poi lo si trasporta simmetricamente dall'altro lato, le due deviazioni segnate dall'indice devono essere eguali ed opposte. Se ciò avviene, è soddisfatta la prima condizione ed anche la seconda per quanto riguarda il giogo. Se no, si ricorre all'artefice o si corregge la differenza di lunghezza approfittando delle viti di rettifica, che in molte bilancie si trovano all'estremità di ciascun braccio e che servono a dare piccoli movimenti all'apparecchio sostenente il piatto. Ma se la differenza è piccola, giova meglio tenerne conto nel modo che indicheremo fra poco.

Per riconoscere se i piatti hanno egual peso si appendono alle estremità del giogo e si tien conto della posizione d'equilibrio dell'indice; poi i due piatti si scambiano e se le due posizioni dell'indice sono identiche si può ritenere che i piatti abbiano egual peso. In caso che ciò non avvenga è sempre facile diminuire della debita quantità il peso di uno di essi.

Ridotti i piatti ad egual peso, si può procedere a questo modo per calcolare il rapporto fra le lunghezze delle due braccia del giogo. Si determina dapprima la correzione dello zero mentre al giogo sono appesi soltanto i piatti, poi questi si caricano con due pesi p_1 e p_2 eguali od assai poco differenti fra loro e si determina il peso d che va aggiunto al piatto di destra, il cui carico supponiamo insufficiente, per ottenere l'equilibrio. Dette allora D ed S le lunghezze delle due braccia di destra e sinistra, è

$$D\,(p_1 + d) = S\,p_2.$$

Scambiando poi i pesi p_1 e p_2 e determinando il peso s che va aggiunto al piatto sinistro, si ha pure

$$Dp_2 = S(p_1 + s)$$

dalle quali

$$\frac{D}{S} = \sqrt{\frac{p_1 + s}{p_1 + d}}$$

e per la [3] del § 3

$$\frac{D}{S} = 1 + \frac{s - d}{2p_1}. \qquad [\alpha].$$

Noto dunque il rapporto $\frac{D}{S}$, e supposto che il corpo da pesare si carichi sul piatto sinistro ed i *pesi numerati* (P) sul destro, il peso vero del corpo è

$$\left(1 + \frac{s - d}{2p_1}\right) P.$$

Il peso p_1 si fa ordinariamente eguale alla metà del carico massimo, cioè di quel carico, oltrepassato il quale, il giogo potrebbe inflettersi in modo permanente. Questo carico è sempre determinato dai costruttori, e quando si dice che per una data bilancia esso è di 1 kil. si intende che su ciascuna coppa si può caricare fino ad 1 kil.

Le due pesate che servono e determinare una volta per sempre il rapporto $\frac{D}{S}$ vanno fatte con molta diligenza e la correzione dello zero si determina prima e dopo d'ogni pesata.

Esempio. Determinazione del rapporto $\frac{D}{S}$ per la bilancia del gabinetto di fisica dell'università di Padova, il cui carico massimo è 1 kil. — Sul piatto sinistro si collocò un peso di 500^{gr} e sul destro altri pesi che insieme sommavano intorno a 500^{gr}: per ottenere l'equilibrio si dovè aggiungere al piatto destro $6^{mgr},0$; è dunque $d = 6^{mgr},0$. Alternati poi i pesi sui piatti, si dovè aggiungere al piatto sinistro $30^{mgr},8$, e quindi $s = 30^{mgr},8$. Perciò

$$\frac{D}{S} = 1 + \frac{30,8 - 6,0}{1\,000\,000} = 1,0000248.$$

Nel determinare le quantità s e d si era tenuto conto della correzione dello zero. —

Per constatare se uno dei coltelli estremi è o non è parallelo al mediano si applica ai varii punti del coltello esaminato un peso piut-

tosto forte e nelle varie posizioni lo si equilibra con pesi collocati sul piatto opposto. Se lo spigolo in questione non è parallelo a quel di mezzo, il momento del peso applicatovi è diverso nelle differenti posizioni e deve essere equilibrato con pesi diversi posti dall'altra parte: se invece vi ha parallelismo, un solo peso sul piatto equilibra il peso applicato al coltello in qualunque posizione (*).

Se la bilancia è di buon artefice, quest'ultima condizione è quasi esattamente adempiuta, nè vi ha d'uopo di correggere le piccole differenze perchè gli errori portati nelle pesate sono sempre assai piccoli. Anche dall'ineguaglianza delle due braccia si può prescindere adoperando uno dei metodi che ora esporrèmo.

62. **Metodo delle doppie pesate.** — Il metodo delle doppie pesate consiste nel pesare il dato corpo prima su un piatto e poi sull'altro. Detta D la lunghezza del braccio destro del giogo, S quella del sinistro e p_1 e p_2 i pesi che fanno equilibrio al peso p del corpo, si ha

$$pS = p_1 D \qquad p_2 S = pD$$

da cui

$$p = \sqrt{p_1 p_2},$$

e per la [4] del § 3

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}. \qquad [\beta].$$

Si ricaverebbe pure

$$\frac{D}{S} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}$$

ovvero prossimamente

$$\frac{D}{S} = 1 + \frac{p_2 - p_1}{2p_1},$$

che ha il medesimo significato della [α] del paragrafo precedente.

(*) Questo metodo fu esposto da HARTING, che mostrò come per mezzo delle pesate si possa calcolare anche la grandezza della deviazione dei due coltelli (E. HARTING, *Polyt. Centr. Bl.* 1859, p. 419). Gauss offrì un altro metodo valendosi dello spostamento dell'imagine prodotto da uno specchio mosso dal coltello che si esamina. Ma per ciò rimettiamo al *Göttinger gelehrte Anzeiger*, 1837, p. 401 ed al CARL, *Repert. für exp. Phys.*, Vol. I, p. 28.

Questo metodo dunque corrisponde a quello in cui si tien conto del rapporto delle lunghezze delle due braccia del giogo, ma ha il vantaggio di determinare ogni volta questo rapporto, che potrebbe non essere assolutamente costante.

63. **Metodo della tara o di Borda.** — Questo metodo in generale è preferibile al precedente e consiste nell'equilibrare esattamente il corpo per mezzo di una tara (di solito pezzi di piombo e pallini, e frammenti di foglie metalliche o di carta per compensare le ultime differenze) e poi togliere il corpo ed equilibrare la tara per mezzo di pesi numerati. Evidentemente il peso del corpo equivale ai pesi che lo hanno sostituito nella seconda pesata.

Spesso occorre pesare varie volte un corpo che abbia subìto piccole variazioni di massa, ovvero pesare molti corpi di massa poco differente, ed allora si può procedere più speditamente così. Su uno dei piatti della bilancia si colloca una tara che ecceda di poco od equivalga al peso del più grave di tutti i corpi che si devono pesare, e la si equilibra con pesi numerati, posti sull'altro piatto, che ne determinano il peso equivalente T: poi si tolgono dal piatto i pesi numerati e vi si collocano successivamente i corpi da pesare, conguagliando ogni volta le differenze con pesi numerati. Detti allora p_1, p_2, . . . i pesi che convien rispettivamente aggiungere ai dati corpi per ottenere l'equilibrio, i pesi cercati sono con tutta esattezza

$$T - p_1, \quad T - p_2, \ldots .$$

Questo metodo ha pure il vantaggio che non abbisogna della correzione dello zero.

64. **Sensibilità della bilancia.** — Ai difetti di esattezza d'una bilancia si può ovviare coi metodi che abbiamo ora descritti, ma per poter determinare con precisione il peso di un corpo conviene ad ogni modo che la bilancia sia sensibile, cioè assuma delle posizioni d'equilibrio notevolmente differenti quando i carichi dei due piatti sieno anche di poco diversi. Onde rendere palesi le piccole differenze nella posizione del giogo si usa un indice assai lungo fisso al coltello mediano e che scorre colla sua punta su di una scala per lo più divisa in millimetri. Perchè poi non si incorra in gravi errori di parallasse l'indice è assai vicino alla scala e in molte bilancie le divisioni della scala sono segnate su uno specchio: in tal caso la posizione dell'occhio deve essere tale che la punta dell'indice e la sua imagine nello specchio si vedano in dirittura l'una dell'altra. Ma a regolare la sensibilità della bilancia serve un bottone (e spesso il sistema di due

bottoni di differente massa) che si può più o meno avvicinare al fulcro girandolo in una vite verticale sovrapposta al coltello mediano. Per tal modo il centro di gravità del sistema si può più o meno avvicinare all'asse di rotazione, e quanto più si avvicina tanto maggiore è la sensibilità della bilancia. Se i tre coltelli giacessero esattamente nello stesso piano, la sensibilità dello stromento sarebbe indipendente dal carico, ma siccome i pesi applicati alle estremità del giogo lo inflettono alquanto, così è necessario muovere più o meno il bottone a seconda del carico. Onde ottenere la massima sensibilità corrispondente ad un dato carico si comincia dallo stabilire prossimamente l'equilibrio, poi si va lentamente innalzando il bottone finchè la bilancia è prossima a diventar folle: infine si compie la pesata. In pratica si riconosce facilmente nei varii casi qual sia il grado opportuno di sensibilità, e per non perdere soverchio tempo si deve cercare che essa non sia eccessiva: il tempo di una oscillazione cresce infatti colla sensibilità; e questa si può ritener misurata dal rapporto fra il numero di divisioni esprimente la differenza delle deviazioni per la differenza d'un milligrammo nel carico, e questo carico stesso.

65. **Determinazione degli errori di una serie di pesi.** — I *pesi numerati* della bilancia, quali vengono offerti dai fabbricatori anche più diligenti, sono sempre alquanto erronei, cioè hanno un peso vero diverso dal peso notato sui singoli pezzi. Noi ci proporremo di determinare quali sieno questi errori onde poi tenerne conto nelle pesate, le quali senza questa correzione sarebbero erronee.

Il problema si può presentare sotto due differenti aspetti, cioè

o si deve trovare il peso assoluto dei singoli pezzi confrontandoli con un peso campione o normale;

o basta determinare il valore relativo dei pezzi prendendo a base un'unità qualunque.

Tratteremo dapprima questo secondo caso, al quale poi si riduce facilmente anche il primo. La serie dei pesi per una bilancia che si possa caricare fino ad 1^{kil}, è ordinariamente costituita dai seguenti pezzi:

$$(500)^{gr},\ (200)^{gr},\ (100)_1{}^{gr},\ (100)_2{}^{gr};\ (50)^{gr},\ (20)^{gr},\ (10)_1{}^{gr},\ (10)_2{}^{gr};$$

$$(5)^{gr},\ (2)^{gr},\ (1)_1{}^{gr},\ (1)_2{}^{gr},\ (1)_3{}^{gr}.$$

I pezzi da 100^{gr}, da 10^{gr} e da 1^{gr} che sono doppi o tripli devono essere distinti con qualche segno onde non vengano presi l'uno per l'altro.

Si comincia l'esame determinando la correzione dello zero, poi si colloca sur un piatto, ad esempio sul destro, il pezzo da $(500)^{gr}$ e sull'altro tutti i pezzi rimanenti che importano appunto 500^{gr} e si determina il numero s di milligrammi che va aggiunto al piatto sinistro: indi si levano i pesi, si torna a determinare la correzione dello zero e si caricano di nuovo gli stessi pesi scambiandoli però di piatto; si cerca quale sia il numero d di milligrammi che va aggiunto al piatto di destra e verificata un'altra volta la correzione dello zero, si può scrivere l'equazione:

$$(500) = (200) + (100)_1 + (100)_2 + (50) + (20) + (10)_1 + (10)_2 +$$

$$+ (5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 + \frac{s+d}{2}$$

I.

$$= (200) + (100)_1 + (100)_2 + (50) + (20) + (10)_1 + (10)_2 +$$

$$+ (5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 + a^{mgr}.$$

Con egual processo, e facendo sempre delle doppie pesate, si ottiene

$$(200) = (100)_1 + (100)_2 + b^{mgr}$$

I.

$$(100)_2 = (100)_1 + c^{mgr}$$

$$(50) + (20) + (10)_1 + (10)_2 + (5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 = (100)_1 + d^{mgr}$$

dove a, b, c, d sono positivi o negativi secondo il caso. Le correzioni da farsi ai singoli pezzi sono differenti secondo l'unità che si sceglie, e saranno le più piccole possibili quando si ammetta che la somma di tutti i pezzi abbia un peso assolutamente eguale al peso che deve rappresentare, cioè

$$(500) + (200) + (100)_1 + \ldots + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 = 1000^{gr}.$$

Ora sostituendo in questa equazione i valori dati dalle equazioni anteriori, poi esprimendo tutto per il pezzo da $(100)_1^{mgr}$, si ottiene facilmente

$$(500) + (200) + \ldots + (1)_2 + (1)_3 = 10 \,.\, (100)_1^{gr} + a^{mgr} +$$

II.

$$+ 2b^{mgr} + 4c^{mgr} + 2d^{mgr} = 1000^{gr} = 1\,000\,000^{mgr}$$

e quindi, posto per brevità

$$\frac{a + 2b + 4c + 2d}{10} = k^{mgr},$$

dalla II e dalla I si ricava

$$(100)_1 = 100\,000^{mgr} - k$$

$$(100)_2 = 100\,000 \quad - k + c$$

$$(50) + (20) + \ldots + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 = 100\,000 \quad - k + d$$

$$(200) = 200\,000 \quad - 2k + b + c$$

$$(500) = 500\,000^{mgr} - 5k + a + b + 2c + d = 500\,000 + \frac{a}{2}.$$

Si ha la prova d'aver operato bene quando la somma delle correzioni determinate per i singoli pesi sia eguale a zero, ed introdotte nelle I le soddisfino.

Si continua poi collo stesso metodo a trovare:

$$(50) = (20) + (10)_1 + (10)_2 + (5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 + a_1^{mgr}$$

$$(20) = (10)_1 + (10)_2 + b_1^{mgr}$$

$$(10)_2 = (10)_1 + c_1^{mgr}$$

$$(5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 = (10)_1 + d_1^{mgr}.$$

Ora essendo anche

$$(50) + (20) + (10)_1 + (10)_2 + \ldots + (1)_2 + (1)_3 + k - d = 100\,000^{mgr},$$

risulta

$$10 \,.\, (10)_1 + k - d + a_1 + 2b_1 + 4c_1 + 2d_1 = 100\,000^{mgr},$$

e quindi, posto

$$\frac{k - d + a_1 + 2b_1 + 4c_1 + 2d_1}{10} = k_1,$$

si ha

$$(10)_1 = 10000^{mgr} - k_1$$

$$(10)_2 = 10000 \quad - k_1 + c_1$$

$$(5) + (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 = 10000 \quad - k_1 + d_1$$

$$(20) = 20000 \quad - 2k_1 + b_1 + c_1$$

$$(50) = 50000 \quad - 5k_1 + a_1 + b_1 + 2c_1 + d_1 .$$

Per i pezzi da 1 a 5 grammi si fanno altre quattro doppie pesate e si trova

$$(5) = (2) + (1)_1 + (1)_2 + (1)_3 + a_2^{mgr}$$

$$(2) = (1)_1 + (1)_2 + b_2^{mgr}$$

$$(1)_2 = (1)_1 + c_2^{mgr}$$

$$(1)_3 = (1)_1 + d_2^{mgr}.$$

Analogamente a quanto si è fatto di sopra si pone

$$\frac{k_1 - d_1 + a_2 + 2b_2 + 4c_2 + 2d_2}{10} = k_2$$

e si ottiene

$$(1)_1 = 1000^{mgr} - k_2$$

$$(1)_2 = 1000 \quad - k_2 + c_2$$

$$(1)_3 = 1000 \quad - k_2 + d_2$$

$$(2) = 2000 \quad - 2k_2 + b_2 + c_2$$

$$(5) = 5000 \quad - 5k_2 + a_2 + b_2 + 2c_2 + d_2 .$$

Ed in egual modo si procede per i pesi inferiori cioè per le frazioni di grammo. È poi facile vedere che invece di procedere con doppie pesate si potrebbe usare il metodo della tara. Le verificazioni si fanno sempre nel modo esposto per i pesi più grossi. Terminati i calcoli, si

forma una tabella che offra i pesi *relativi* dei singoli pezzi della serie; e per dare un'idea delle differenze che si possono trovare nelle serie di pesi, quantunque fornite dalle fabbriche più accreditate, riportiamo una tabella di correzione calcolata da K. L. Bauer (*).

PESI numerati	PESI RELATIVI
(500)	500,003 50
(200)	200,002 32
$(100)_1$	99,999 96
$(100)_2$	99,999 36
(50)	49,998 23
(20)	19,999 392
$(10)_1$	9,999 446
$(10)_2$	9,999 446
(5)	4,999 473
(2)	1,999 629 2
$(1)_1$	0,999 814 6
$(1)_2$	0,999 714 6
$(1)_3$	0,999 714 6
SOMMA	1000,000 000 0

Per campionare i pesi inferiori ad 1^{gr} si usa possibilmente una bilancia più piccola e molto sensibile. In generale le frazioni di grammo che si trovano in commercio son poco esatte e può esser utile di fabbricarle da sè nel modo semplicissimo che ora diremo. Si taglia un pezzo di filo di platino, tale che pesi circa 1^{gr} e lo si riduce al peso esatto limandolo ad una estremità. Poi lo si passa più volte alla filiera onde ridurlo ben omogeneo e lungo intorno a un metro, e stesolo sopra una scala, si formano i pezzi da 5, 2, 1, 1 decigrammi tagliando delle lunghezze di filo eguali a $\frac{5}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10}$ della

(*) BAUER. *Carl's Rep. für exp. Phys.*, Vol. IV, p. 332.

lunghezza totale. Il decimo che ancora rimane si passa per una filiera più sottile, e sul filo che ne risulta si opera come si è già fatto sul filo più grosso, ottenendo i centigrammi ed il pezzo che poi col medesimo processo dà i milligrammi. Infine alle singole porzioni di filo si dà tal forma che ne ricordi facilmente i particolari valori e si campionano nel modo generale che sopra fu esposto.

Quando poi si posseda un peso campione, si possono determinare le correzioni assolute dei singoli pezzi della serie. A tal fine basta confrontare accuratamente il peso normale con uno dei pezzi equivalenti della serie, determinando in tal modo il peso vero p di quell'ultimo pezzo. Detto p_1 il peso che viene invece offerto dalla tabella formata nel modo esposto di sopra, si moltiplicano tutti i numeri di essa per $\frac{p}{p_1}$ e si ottengono i *pesi veri* dei singoli pezzi (*).

66. **Valore nell'aria dei pesi numerati.** — Quando un corpo è immerso nell'aria esso è soggetto, oltre che al proprio peso, a una forza che opera dal basso all'alto e che è uguale al peso dell'aria spostata dal corpo stesso. Quando noi dunque consideriamo un corpo sul piatto della bilancia, lo sforzo che esso esercita effettivamente dall'alto al basso sarà la differenza fra il suo peso assoluto e quello dell'aria spostata. Queste considerazioni valgono tanto per il corpo che vien pesato quanto per i pesi numerati che lo equilibrano nell'aria ed è d'uopo tener conto di ciò, se si vuole dai dati di una pesata dedurre il peso assoluto del corpo.

Il numero scritto sopra ognuno dei pesi della bilancia esprime il suo peso assoluto. Il peso nell'aria è quindi eguale a

$$P - v\,(1 + kt)\,a$$

dove P è il numero dei grammi scritti sul peso,

v il volume a 0° del peso stesso,

k il suo coefficiente di dilatazione termica,

t la temperatura,

a il peso dell'unità di volume dell'aria nelle condizioni di pressione e temperatura del momento della pesata (**).

(*) Il metodo che qui abbiamo esposto e che ci è sembrato il più utile, fu tolto dal Kohlraush. Per maggiori particolari si potranno consultare due memorie, una di R. Ruehlmann e l'altra di K. L. Bauer, che si trovano nel quarto volume del *Repertorium für exp. Phys.* del Carl.

(**) Il modo di calcolare questo peso viene esposto al § 87. Nell'interno della custodia della bilancia l'aria si può in generale ritener secca.

Detta d la densità a 0° della sostanza di cui è composto il *peso*, il suo peso nell'aria sarà anche espresso da

$$\text{I.} \qquad P\left[1-\frac{a}{d}(1+kt)\right].$$

Siccome i pesi comunemente adoperati sono di ottone o di platino, il loro volume è sempre relativamente piccolo, e il secondo termine della quantità posta fra parentesi si può nella massima parte dei casi ritenere costante, sicchè invece della I si avrà

$$P(1-\tau)$$

dove τ ha per l'ottone il valore 0,000146
per il platino » 0,00006.

Questi valori furono calcolati per la pressione di 760^{mm} e la temperatura di 15°; ma quando le condizioni dell'ambiente siano molto differenti da queste e si voglia procedere con esattezza, bisogna calcolare il peso colla formola I. Ad esempio per 500^{gr} a 30° e 740^{mm} la differenza sorpassa i 5^{mgr} nel caso dell'ottone.

67. **Correzione del peso dei corpi.** — 1° *Pesata semplice.* Ritenendo le cifre anteriori per rappresentare le singole costanti corrispondenti ai pesi numerati, ed applicando l'indice 1 alle lettere che rappresentano le quantità analoghe pel corpo da pesare, il peso del corpo nell'aria sarà:

$$P_1\left[1-\frac{a}{d_1}(1+k_1t)\right].$$

Dicendo ora l ed l_1 le due braccia di leva con cui agiscono i pesi P e P_1, dall'eguaglianza dei momenti si ottiene:

$$P\left[1-\frac{a}{d}(1+kt)\right]l = P_1\left[1-\frac{a}{d_1}(1+k_1t)\right]l_1$$

ossia prossimamente (V. formole del § 3)

$$P_1 = P\frac{l}{l_1}\left[1-a\left(\frac{1+kt}{d}-\frac{1+k_1t}{d_1}\right)\right],$$

ed il rapporto $\frac{l}{l_1}$ è dato dalla α del § 61.

Attribuendo ad $\frac{a(1+kt)}{d}$ e $\frac{a(1+k_1t)}{d_1}$ i loro valori medii γ e γ_1, si ha con minore approssimazione

$$P_1 = P\frac{l}{l_1}(1-\gamma+\gamma_1).$$

2° *Pesata col metodo di Borda.* Le stesse lettere munite dell'indice 2 rappresentino le quantità costanti relative alla tara, e di più siano t' ed a' la temperatura ed il peso dell'unità di volume dell'aria al momento della seconda pesata. Si ottiene allora

$$\text{II.} \qquad P_2 l_1 \left[1-\frac{a}{d_2}(1+k_2t)\right] = P_1 l \left[1-\frac{a}{d_1}(1+k_1t)\right]$$

$$\text{III.} \qquad P_2 l_1 \left[1-\frac{a'}{d_2}(1+k_2t')\right] = P l \left[1-\frac{a'}{d}(1+kt')\right]$$

e fatta la divisione di queste due equazioni si ha:

$$P_1 = P\frac{1-\frac{a'}{d}(1+kt')}{1-\frac{a}{d_1}(1+k_1t)}\cdot\frac{1-\frac{a}{d_2}(1+k_2t)}{1-\frac{a'}{d_2}(1+k_2t')}$$

ovvero prossimamente

$$P_1 = P\left\{1+a\left(\frac{1+k_1t}{d_1}-\frac{1+k_2t}{d_2}\right)+a'\left(\frac{1+k_2t'}{d_2}-\frac{1+kt'}{d}\right)\right\}.$$

Se la temperatura e la pressione dell'aria non sono sensibilmente cangiate dall'una all'altra pesata, la formola si riduce a

$$P_1 = P\left[1+a\left(\frac{1+k_1t}{d_1}-\frac{1+kt}{d}\right)\right],$$

e se ad $\frac{a(1+k_1t)}{d_1}$ e $\frac{a(1+kt)}{d}$ si sostituiscono i loro valori medii γ_1 e γ, si ha ancora con un'approssimazione per lo più sufficiente

$$P_1 = P(1+\gamma_1-\gamma).$$

3° *Metodo delle doppie pesate.* Cancellando nella II l'indice 2 e

sostituendo nella III l'indice 1 al 2 (cioè esprimendo che i pesi numerati ed il corpo tengono successivamente luogo della tara) si ottiene (V. § 3)

$$P_1 = P\left\{1 + \frac{1}{2}a\left(\frac{1+k_1 t}{d_1} - \frac{1+kt}{d}\right) + \frac{1}{2}a'\left(\frac{1+k_1 t'}{d_1} - \frac{1+kt'}{d}\right)\right\}.$$

E se da una pesata all'altra le condizioni di temperatura e pressione si mantennero pressochè eguali e facciamo le solite sostituzioni dei valori medii, si ha ancora

$$P_1 = P\,(1 + \gamma_1 - \gamma).$$

A seconda poi dell'importanza della pesata e dell'esattezza che vien richiesta si dovranno più o meno spingere le correzioni. In generale bastano le formole più semplici ed anzi abbiamo calcolato la tavola V^a che si presta a fornire i valori approssimati di $\gamma_1 P$ pei corpi di differente densità e per qualunque peso. In calce alla tavola stessa si trovano alcuni esempi che servono a schiarimento.

b) Determinazione della densità dei corpi.

Densità dei solidi e dei liquidi.

68. **Misura della densità d'un corpo solido o liquido.** — La densità ed il peso specifico d'una sostanza solida o liquida sono espressi dal medesimo numero, vale a dire dal rapporto fra il peso di un volume qualunque di quella sostanza e il peso di un volume eguale d'acqua distillata a 4°.

Ci occuperemo successivamente dei quattro metodi consistenti nell'uso della bilancia idrostatica, dell'areometro a volume costante, della boccetta e della bilancia a molla di Jolly.

Il modo più semplice di adoperare questi strumenti è cosa tanto facile e nota, che non varrebbe la pena di tenerne parola. Indicheremo quindi come si debba operare per ottenere la massima esattezza possibile tenendo conto di tutte le correzioni che devono venir applicate ai risultati.

Densità dei solidi.

69. **Metodo della bilancia idrostatica.** — Prendasi un pezzo della sostanza, di cui si vuol determinare la densità e un filo metallico sottilissimo, il quale serva ad appendere quella sostanza sotto uno dei piatti della bilancia. Questo filo si ripieghi ad un capo per modo da formare una specie di piccolo paniere che possa ricevere la sostanza, lo si appenda al piatto della bilancia e si faccia in modo che, quando il giogo è orizzontale, il filo si immerga di tanto in un vaso d'acqua distillata, che anche la sostanza, quando vi è sospesa, debba rimanere sommersa. Si ponga poscia la sostanza sul piatto e mediante dei pallini di piombo collocati sull'altro piatto si stabilisca l'equilibrio; poi si tolga il corpo e si pongano in sua vece dei pesi fino a ristabilir l'equilibrio.

Sia P il valore di questi pesi direttamente letto su essi,

d l'ignota densità a 0° della sostanza,

v il volume di essa alla stessa temperatura,

k il suo coefficiente di dilatazione,

t la temperatura,

a il peso dell'unità di volume dell'aria nelle condizioni dell'esperienza, il cui calcolo vien agevolato dalla tabella XXVII^a. Sarà:

$$[1] \qquad P(1-\gamma) = vd - v(1+kt)\,a$$

dove γ ha il valore già indicato al § 66.

Si collochi poi il corpo nel paniere formato dal filo e si aggiunga dalla parte, dove è appeso il corpo, il peso P_1 necessario per ristabilire l'equilibrio. Poichè le forze applicate al piatto in quest'ultimo caso devono fare lo stesso ufficio del peso $P(1-\gamma)$ applicatovi prima, avremo

$$P(1-\gamma) = P_1(1-\gamma) + vd - v(1+kt)\,b$$

dove con b s'indica il peso dell'unità di volume dell'acqua distillata alla temperatura t, che si suppone esser comune all'aria e all'acqua e non aver variato dall'una all'altra esperienza. Il valore di b è dato dalla tabella XXIII^a.

L'ultima equazione si può scrivere a questo modo

$$[2] \qquad (P-P_1)(1-\gamma) = v\left\{d - (1+kt)\,b\right\}.$$

Dividendo l'una per l'altra le due equazioni [1] e [2] si ha

$$\frac{P}{P - P_1} = \frac{d - (1 + k\,t)\,a}{d - (1 + k\,t)\,b}$$

da cui

$$d = \frac{1 + k\,t}{P_1}\left\{P\,(b - a) + P_1\,a\right\}.$$

70. **Metodo dell'areometro di Nicholson.** — Pongasi l'areometro nell'acqua distillata e sopra il suo piatto superiore un tal peso P qual è necessario a far sì che l'intaccatura del cannello venga a contatto col livello dell'acqua. Poi sul piatto medesimo pongasi invece un pezzo della sostanza d'ignota densità, il cui peso sia inferiore a P, ma non ne differisca di molto. Occorra allora aggiungere un peso P_1 per fare che lo strumento s'immerga fino al medesimo punto. Si potrà stabilir l'eguaglianza

$$P\,(1 - \gamma) = P_1\,(1 - \gamma) + v\,d - v\,(1 + k\,t)\,a$$

dove le quantità v, d, a, k, t hanno i significati stessi ad esse assegnati nel paragrafo precedente.

Si trasporti il corpo nel piatto inferiore e occorra aggiungere a P_1 un peso P_2 per mantenere lo strumento immerso fino al medesimo punto. Si avrà l'altra equazione:

$$P\,(1 - \gamma) = (P_1 + P_2)\,(1 - \gamma) + v\,d - v\,(1 + k\,t)\,b$$

dove b indica, come nel paragrafo precedente, il peso dell'unità di volume dell'acqua distillata alla temperatura t.

Da queste due equazioni ricavasi

$$d = \frac{1 + k\,t}{P_2}\left\{(P - P_1)\,(b - a) + P_2\,a\right\}.$$

Il metodo dell'areometro difficilmente permette molta esattezza. Gioverà ad aver buoni risultati che il cannello sia molto sottile. È bene inoltre sfregare il cannello con un panno bagnato d'alcool prima d'adoperar l'areometro.

71. **Metodo della boccetta.** — Questo metodo è specialmente adatto alla misura della densità di un corpo in polvere o in piccoli frammenti. Per ottenere buoni risultati si adopera una boccetta, la

quale consta di due parti. L'una costituisce il serbatoio e termina al di sopra con un orlo cilindrico accuratamente smerigliato; l'altra è un cannello sottile che termina inferiormente in un cilindro smerigliato destinato ad addentrarsi con dolce attrito nell'orlo del serbatoio, e superiormente in un cilindro che serve a facilitare il riempimento della boccetta.

Per riempire lo strumento d'acqua s'immerge tanto il serbatoio quanto il cannello in un vaso d'acqua, e quando essi sieno interamente occupati dal liquido, si applica il cannello al serbatoio; poi si toglie lo strumento dall'acqua e nel caso che sian rimaste delle bolle d'aria, si cacciano mediante riscaldamento. Si circonda poi la boccetta di ghiaccio pesto e si lascia a lungo in tal condizione: dopo di che per mezzo di carta bibula attorcigliata si toglie tant'acqua che il livello di quella rimasta giunga ad una intaccatura esistente nel cannello. Tolta la boccetta dal ghiaccio, la si asciuga e si colloca sopra un piatto della bilancia, ponendovi a fianco il corpo, di cui si deve determinare la densità. Si lascia la boccetta sul piatto finchè si può ritenere ch'essa abbia assunto la temperatura dell'aria e poi si stabilisce l'equilibrio con una tara. Tolto il corpo dal piatto, vi si sostituisce un peso P.

Indicando con A il peso della boccetta ripiena d'acqua e con α quello dell'aria da essa spostata, adottando del resto le solite notazioni, sarà:

$$A - \alpha + v d - v (1 + k t) a = P (1 - \gamma) + A - \alpha.$$

Tolta poi la boccetta e levato il cannello, s'introduce il corpo usando molta precauzione, nel caso che esso sia in polvere, perchè non ne vada perduta una parte insieme con l'acqua che viene espulsa.

Si ripone la boccetta nel ghiaccio, si fa nuovamente coincidere il livello dell'acqua con l'intaccatura, indi si pesa aggiungendo un peso P_1 per ottener l'equilibrio. In cambio del peso P, che prima, aggiunto alla boccetta piena d'acqua, valeva a mantener l'equilibrio, v'ha ora, oltre a P_1, il corpo d'ignota densità, ma però manca l'acqua che fu spostata dal corpo. Si può dunque scrivere

$$P (1 - \gamma) + A - \alpha = P_1 (1 - \gamma) + v d + A - v b_0 - \alpha$$

indicando con b_0 il peso dell'unità di volume dell'acqua a 0°.

Dalle due equazioni trovate si ottiene:

$$d = \frac{P}{P_1} b_0 - \frac{P - P_1}{P_1} (1 + k t) a.$$

72. **Metodo della bilancia a molla di Jolly.** — Questo strumento è costituito da una scala verticale divisa in millimetri e da una molla a spira di filo d'acciaio o corda da pianoforte, la quale col suo capo superiore vien sospesa ad un punto fisso innanzi alla sommità della scala e porta all'estremità inferiore un piatto d'ottone assai leggero. Di sotto a questo piatto si può sospendere mediante un filo sottile un piatto di vetro pur leggerissimo. Lungo la scala può scorrere un corsoio di legno, che si protende innanzi orizzontalmente e forma uno scanno, su cui si pone un bicchierino pieno di acqua distillata. La larghezza di questo bicchierino dev'essere tale che il piatto di vetro vi si possa immergere senza toccar le pareti.

Si abbia cura di disporre la molla in modo che essa sia perfettamente libera di obbedire alla sua elasticità, indi si alzi il corsoio di tanto che il piatto di vetro si immerga nell'acqua. Quando la molla si è posta nuovamente in equilibrio, si può osservare a qual punto della scala corrisponde la posizione di un punto determinato della molla. A tal uopo all'estremità inferiore di essa è applicata una laminetta metallica disposta orizzontalmente. Si osserva nella scala a quale altezza si trovi quest'indice.

Per facilitare la lettura la scala della bilancia del Jolly è segnata sulla faccia posteriore di una lamina di vetro, che fa l'ufficio di specchio, essendo la faccia stessa coperta di amalgama al modo dei soliti specchi. La scala è incassata in una faccia d'un ritto verticale a sezione quadrata sorretto da un treppiedi e identico a quello del termometro ad aria rappresentato dalla Fig. 4.

Per far la lettura si dovrà porre l'occhio a tale altezza che l'immagine riflessa dall'indice coincida con l'indice stesso e leggere allora la divisione corrispondente. Sia n la divisione osservata, contata dalla sommità della scala, si collochi poi un frammento della sostanza, di cui si vuol conoscere il peso specifico, sopra il piatto di ottone, si sposti il corsoio, ove ciò sia necessario per impedire che il piatto di vetro tocchi il fondo del bicchierino e si osservi la nuova posizione dell'indice: sia questa n_1. Si passi poi il corpo nel piatto di vetro e facendo sì, col muovere, ove occorra, il corsoio, che il piatto e quindi il corpo restino interamente sommersi nell'acqua, si osservi la terza posizione n_2 dell'indice.

Se il peso della sostanza adoperata non è tale da superare il limite di elasticità della molla, il che non avviene mai con le molle che accompagnano lo stromento, perchè, prima che il limite di elasticità venga superato, l'estremità inferiore della molla verrebbe abbassata oltre la base della scala, si può ammettere che il rapporto fra il peso del corpo nell'aria e quello del corpo stesso nell'acqua sia eguale ad

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n}.$$

Quindi sarà

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n} = \frac{v\,d - v\,(1 + k\,t)\,a}{v\,d - v\,(1 + k\,t)\,b} = \frac{d - (1 + k\,t)\,a}{d - (1 + k\,t)\,b}.$$

Di qui si ricava

$$d = \frac{1 + k\,t}{n_1 - n_2}\left\{(n_1 - n)\,b - (n_2 - n)\,a\right\}.$$

73. **Casi speciali.** — Se il corpo, di cui si vuol determinare la densità, può venir fortemente ossidato dall'acqua, in modo che ne venga alterato il risultato dell'operazione, o ne venga danneggiato il corpo, bisogna eseguire le operazioni descritte sostituendo all'acqua un altro liquido che abbia densità nota e non intacchi il corpo chimicamente. La cercata densità di quest'ultimo si avrà poi moltiplicando il risultato dell'operazione per la densità del liquido adoperato.

Si può anche, per non ricorrere all'uso di un liquido diverso dall'acqua, coprire il corpo con uno strato di vernice che lo difenda dall'ossidazione.

Se si tratti di un corpo che si sciolga nell'acqua, converrà ricorrere a consimili espedienti. Si potrà usare invece dell'acqua un liquido, in cui il corpo non si sciolga, e potrà servire, per esempio, a quest'uopo l'alcool, o la benzina. Che se i comuni solventi tutti sciogliessero la sostanza, come avviene non di rado, particolarmente in chimica organica, si potrebbe ricorrere come fu suggerito da Stolba (*), ad una soluzione satura della sostanza medesima, della qual soluzione converrebbe poi determinare la densità. Se si tratta di un corpo che abbia peso specifico minore dell'acqua, allora sia con l'areometro, sia con la boccetta, purchè il corpo non sia in polvere, si può procedere nel modo indicato: solo nell'areometro converrà con una reticella metallica, disposta al di sopra del paniere inferiore, impedire che il corpo si elevi.

Volendo poi impiegare uno degli altri due processi converrà o sostituire all'acqua un altro liquido, il cui peso specifico sia minore di quello della sostanza o congiungere questa con un corpo, che la trascini al fondo, per esempio con un pezzetto di piombo.

In quest'ultimo caso si può procedere così: pesare i due corpi sospesi insieme nell'aria, poi nell'acqua, poi il corpo aggiunto solo nell'aria, infine anche questo nell'acqua.

Indichiamo con v_1 il volume del corpo aggiunto, con d_1 la sua densità, con p il peso del filo di sospensione. Le cose dette nei pa-

(*) Stolba, *Journal für praktische Chemie*, XCVII, 503.

ragrafi antecedenti ci permettono di scrivere senz'altro le equazioni relative alle quattro operazioni indicate. Esse sono le seguenti:

$$P(1-\gamma) = v\,d + v_1 d_1 - v\,(1+kt)\,a - v_1\,(1+k_1 t)\,a + p$$

$$P(1-\gamma) = v\,d + v_1 d_1 - v\,(1+kt)\,b - v_1\,(1+k_1 t)\,b + p + P_1\,(1-\gamma)$$

$$P(1-\gamma) = v_1 d_1 - v_1\,(1+kt)\,a + p + P_2\,(1-\gamma)$$

$$P(1-\gamma) = v_1 d_1 - v_1\,(1+kt)\,b + p + P_3\,(1-\gamma).$$

Sottraendo la 3ª dalla 1ª, la 4ª dalla 2ª, abbiamo

$$P_2\,(1-\gamma) = v\,d - v\,(1+kt)\,a$$

$$(P_3 - P_1)\,(1-\gamma) = v\,d - v\,(1+kt)\,b$$

e quindi

$$d = \frac{1+kt}{P_1 + P_2 - P_3}\left(P_2\,b - (P_3 - P_1)\,a\right).$$

Si può anche procedere assai più semplicemente a questo modo. Il filo metallico, che serve a sospendere il corpo, si pieghi ad un capo a forma di piccolo paniere, come si è detto al § 69. Si prenda una striscia di piombo, che possa poi ravvolgersi intorno al corpo, e la si collochi nel paniere, avendo cura che questo, quando il giogo è orizzontale, sia interamente e sempre ad eguale profondità sommerso nell'acqua in tutte le successive pesate. Poi si collochi il corpo sul piatto della bilancia e si stabilisca l'equilibrio con una tara. Tolto il corpo di là, lo si sostituisca con pesi numerati, il cui valore sia P: avremo

$$P(1-\gamma) = v\,d - v\,(1+kt)\,a.$$

Si collochi poscia il corpo nel paniere con la striscia di piombo ravvolta intorno. Aggiunti sul piatto sovrastante i pesi P_1 necessarii all'equilibrio, sarà

$$P(1-\gamma) = v\,d - v\,(1+kt)\,b + P_1\,(1-\gamma)$$

e quindi ricavando d da queste due equazioni, si avrà

$$d = \frac{1+kt}{P_1}\left((P_1 - P)\,a + P\,b\right).$$

Se si avesse a determinare la densità di corpi porosi, si potrebbe o inverniciarli e operare nel modo indicato, oppure preparare dei pezzi aventi forma geometrica, sicchè sia facile calcolarne il volume, e dividere il peso assoluto per il volume. In certi casi può tornare opportuno l'uso del volumenometro, di cui si è già trattato al § 56.

Densità dei liquidi.

74. **Metodo della bilancia idrostatica.** — Alla bilancia idrostatica va sempre aggiunta una sfera cava di vetro con entro pallini di piombo, la quale dee venir successivamente immersa nel liquido d'ignota densità e nell'acqua. Mediante un filo metallico corto e sottile sospendesi questa palla, che per lo più è fornita di un uncino, sotto un piatto della bilancia e si stabilisce l'equilibrio collocando sull'altro piatto una tara. Poi la palla s'immerge nel liquido d'ignota densità, e si aggiunge sul piatto stesso, a cui la palla è sospesa, il peso P necessario ad ottener l'equilibrio.

Se A è il peso della palla,

v il suo volume a 0°,

x l'ignota densità del liquido,

δ_t la dilatazione dell'unità di volume del liquido da 0 a t,

p il peso del filo metallico,

k il coefficiente di dilatazione cubica della palla, si ha l'equazione

$$A - v(1 + kt)\,a + p = A - v\,\frac{1 + kt}{1 + \delta_t}\,x + P(1 - \tau) + p$$

ossia

$$v(1 + kt)\left(\frac{x}{1 + \delta_t} - a\right) = P(1 - \tau).$$

Levata la palla dal liquido, la si asciuga con diligenza, poi si ripete l'esperienza con acqua. Si ha l'altra equazione:

$$A - v(1 + kt)\,a + p = A - v(1 + kt)\,b + P_1(1 - \tau) + p$$

ossia

$$v(1 + kt)(b - a) = P_1(1 - \tau).$$

Combinando le due equazioni si ottiene:

$$x = \frac{1 + \delta_t}{P_1}\left\{P\,b + (P_1 - P)\,a\right\}.$$

75. **Metodo dell'areometro.** — Si pesi anzitutto lo strumento collocandolo sopra un piatto d'una comune bilancia e poi sostituendolo con un peso P. Avremo l'equazione

$$P(1 - \gamma) = A - v(1 + kt)\,a - \alpha$$

indicando con A il peso dello strumento, con v il volume a 0° della porzione, che di poi dovrà venire immersa nei liquidi e con α il peso dell'aria spostata dall'altra porzione dell'areometro.

Infine la quantità k nell'ultima equazione indica il coefficiente di dilatazione cubica dell'areometro stesso.

S'immerga poi l'areometro nel liquido, di cui si vuol conoscere la densità: abbiasi a collocare un peso P_1 sul piatto perchè l'areometro galleggi fino al punto segnato sul cannello. Sarà

$$P_1(1 - \gamma) + A = v\frac{1 + kt}{1 + \delta_t}\,x + \alpha.$$

Facendo poi la stessa esperienza per l'acqua, si trova

$$P_2(1 - \gamma) + A = v(1 + kt)\,b + \alpha.$$

Sostituendo il valore di A dato dalla prima nelle due ultime equazioni, avremo:

$$(P + P_1)(1 - \gamma) + v(1 + kt)\,a = \frac{v(1 + kt)}{1 + \delta_t}\,x$$

$$(P + P_2)(1 - \gamma) + v(1 + kt)\,a = v(1 + kt)\,b$$

da cui si ricava

$$x = \frac{1 + \delta_t}{P + P_2}\left\{(P_2 - P_1)\,a + (P + P_1)\,b\right\}.$$

76. **Metodo della boccetta.** — La boccetta deve avere anche in questo caso un cannello sottile, il quale però può essere fisso.

Empiasi la boccetta col liquido d'ignota densità e poniamo ch'esso abbia densità maggiore di quella dell'acqua. Si circondi la boccetta con ghiaccio, e quando si può ammettere ch'essa abbia assunto la temperatura di 0°, si tolga tanto liquido da far sì che il livello giunga fino ad un segno inciso sul collo. Poi, tolta di là la boccetta e asciugatala, la si ponga sopra il piatto della bilancia e si stabilisca l'equilibrio con una tara.

. Si vuoti la bottiglia, si asciughi, la si riponga sul piatto della bilancia e le si aggiunga un peso P per ristabilir l'equilibrio.

Indicando con A il peso della boccetta vuota, con α il peso dell'aria da essa spostata, con v la capacità fino al segno, sarà

$$A - \alpha + vx - v\,(1 + \delta'_t)\,a = A - \alpha + P\,(1 - \gamma)$$

dove δ'_t è la dilatazione dell'unità di volume del liquido da 0 a t.

Si riempia poi d'acqua la boccetta e la si ponga nel ghiaccio facendo in modo che l'acqua alla temperatura di 0° vi giunga fino al segno del cannello. Poniamo che occorra in aggiunta un peso P_1 per ristabilire l'equilibrio. Avremo

$$A - \alpha + vb_0 - v\,(1 + \delta_t)\,a + P_1\,(1 - \gamma) = A - \alpha + P\,(1 - \gamma)$$

dove δ_t indica la dilatazione dell'unità di volume dell'acqua da 0 a t.

Dalle due precedenti equazioni, ammettendo che sia

$$\delta_t = \delta'_t$$

il che, trattandosi d'un termine di correzione, si può sempre ammettere senza tema d'errore, si ottiene

$$x = \frac{1}{P - P_1}\left(Pb_0 - (1 + \delta_t)\,a\,P_1\right).$$

Questo è il metodo che può dare risultati più esatti.

77. **Metodo della bilancia a molla di Jolly**. — Al di sotto del piatto di ottone in luogo del piatto di vetro si sospenda un globetto di vetro massiccio, che per lo più accompagna lo strumento. Mentr'esso sta immerso nell'aria e la molla è in equilibrio, si osservi il numero n delle divisioni, cui corrisponde la posizione dell'indice. Indi s'immerga il globo nel liquido d'ignota densità e si osservi la divisione n_1 corrispondente alla posizione dell'indice. La stessa osservazione facciasi poi per l'acqua e si trovi n_2.

In base a quanto s'è già detto al § 72, avremo

$$\frac{n_1 - n}{n_2 - n} = \frac{v\,\dfrac{1 + kt}{1 + \delta' t}\,x}{v\,(1 + kt)\,b} = \frac{x}{b\,(1 + \delta'_t)}$$

quindi

$$x = \frac{n_1 - n}{n_2 - n} b\,(1 + \delta'_t).$$

78. **Areometri a peso costante.** — Assai frequentemente nella pratica si determina per approssimazione la densità od il peso specifico dei liquidi mediante gli areometri a peso costante. Le antiche graduazioni arbitrarie di questi areometri, come quelle di Baumé, di Beck, di Cartier, ecc. vanno ogni dì più fuori d'uso. Tuttavia il primo fra questi areometri essendo anche al dì d'oggi abbastanza diffuso fra noi, abbiamo riferito in fine del libro le due tabelle XIII *a* e XIII *b* che danno la riduzione delle osservazioni fatte con questo areometro ai pesi specifici corrispondenti.

Graduati in modo più razionale sono i volumetri e i densimetri: nei primi i numeri segnati sulla scala si riferiscono al volume immerso, negli altri quei numeri danno immediatamente il peso specifico del liquido, in cui sono immersi. È facile costruire un volumetro prendendo un tubo di vetro esattamente cilindrico, versandovi entro una certa quantità di mercurio perchè stia diritto e perchè s'immerga nell'acqua prossimamente fino al punto di mezzo. Vi si scrive 100 e la distanza fra l'estremità inferiore e quel punto si divide in 100 parti eguali. La divisione si può poi continuare al di sopra. La densità di un liquido, in cui questo strumento s'immerga fino alla divisione n, è data da $\frac{100}{n}$ e si può dedurre dalle tavole XIII *a* e XIII *b*.

Dando la forma cilindrica ai volumetri è difficile poter assegnare ai gradi conveniente lunghezza e dar quindi sensibilità sufficiente allo strumento senza che questo riesca soverchiamente lungo. Perciò si suol fare che l'areometro sia costituito al basso da una specie di bulbo, e superiormente da un cannello sottile, su cui sta segnata la scala. Ecco il metodo che si può allora seguire per graduare lo strumento.

Si introduce in esso prima di chiudere superiormente il cannello una certa quantità di mercurio, in modo che esso si immerga nell'acqua pura fino alla base del cannello all'incirca. Sia p allora il peso totale dello strumento, si segni con 50 il punto di galleggiamento nell'acqua pura. Poi s'aggiunga altro mercurio sicchè il peso diventi $2p$: allora lo strumento galleggerà fino ad un punto che si segnerà con 100, perchè l'acqua spostata dovrà essere il doppio di quella che era spostata dapprima. Si aggiunga poi dell'altro mercurio in modo da ridurre $3p$ il peso dello strumento e si segni 150 al punto di galleggiamento nell'acqua. Poi si torni a ridurre il peso a $2p$ e si chiuda il foro superiore con un colpo di fiamma. Gl'inter-

valli fra 50 e 100 e fra 100 e 150 si dividono in 50 parti eguali: ciascuna di queste rappresenta $\frac{1}{100}$ del volume della parte dello strumento che va immersa nell'acqua pura. La divisione si può spingere occorrendo anche oltre 50 e 150.

D'ordinario si costruisce un apparecchio speciale per i liquidi più pesanti dell'acqua ed uno per i meno pesanti. Nel primo si fa che il punto 100 sia prossimo all'estremità superiore del cannello, nel secondo che sia prossimo all'estremità inferiore.

I densimetri possono venir costruiti nell'identico modo senonchè invece del numero n indicante il volume immerso è applicato a ciascuna divisione il numero $\frac{100}{n}$ rappresentante il peso specifico del liquido, nel quale lo strumento galleggia fino a quella divisione.

Per le mescolanze d'alcool e d'acqua è noto che si suole adoperare uno strumento speciale detto *alcoolometro*, il quale indica ai rispettivi punti di galleggiamento il volume dell'alcool puro contenuto in 100 parti di mescolanza. La graduazione di questo strumento si suol fare esatta per 15° C.; quando le osservazioni si facciano ad altre temperature, si può correggere i risultati o mediante una tabella, che fu data da Gay-Lussac o mediante la seguente formola data da Francoeur

$$x = c - 0{,}4\ (t - 15)$$

dove c è il numero dei gradi dell'areometro direttamente osservato, x il numero corretto che si cerca, t la temperatura dell'osservazione.

Un comune areometro può far le veci dell'alcoolometro, quando si ricorra alla tabella XII^a che dà la relazione fra il peso specifico d'una soluzione alcoolica e la composizione di essa.

Le tavole IX^a, X^a, XI^a si riferiscono alle soluzioni d'acido solforico, d'acido nitrico e di cloruro di sodio.

Densità dei gas.

79. **Definizione e distinzione dei metodi.** — Intendesi per densità di un gas il rapporto fra il peso di un dato volume di gas e quello di un egual volume di aria nelle condizioni medesime di temperatura e di pressione. Siccome questa quantità non può considerarsi costante, perchè i varii gas si comportano in generale in modo diverso dall'aria, allorchè variano le condizioni in cui trovansi, così la detta definizione si suol riferire al caso delle condizioni nor-

mali, a quello cioè, in cui la pressione è 760 millimetri e la temperatura 0°. Scriveremo dunque

$$d = \frac{P'_0}{P_0}$$

intendendo con P'_0 e P_0 rispettivamente i pesi del gas e dell'aria a parità di volume nelle condizioni normali.

Si distinguono due metodi di operare per determinare la densità di un gas, quello di Biot ed Arago e quello di Regnault. L'uno e l'altro consistono nel pesare un pallone di vetro prima vuoto, indi pieno del gas, che si studia, finalmente pieno d'aria secca; ma mentre i due primi fisici tennero conto delle condizioni dell'esperienza, per giovarsene ad applicare ai risultati le numerose e minute correzioni necessarie, il Regnault cercò a dirittura di togliere con adatti artifizii il bisogno della massima parte di quelle correzioni. Il suo metodo è preferibile non solo perchè le osservazioni sono in esso meno numerose e più semplici i calcoli, ma anche perchè le correzioni richieste dall'altro metodo non si possono mai valutare con grande esattezza.

Descriveremo qui il metodo di Biot ed Arago, sotto la forma però che gli fu data dal Bunsen, acconcia al caso, in cui si può accontentarsi di una discreta approssimazione, indi quello di Regnault, che consente grandissima esattezza.

80. **Metodo di Bunsen** (*). — Prendasi un matraccio g (Fig. 2) della capacità di 200 a 300^{cc}; sia leggero e a pareti sottili. Il collo venga stirato con la fiamma, in modo da ridurne assai piccolo il diametro interno, e vi si adatti un turacciolo accuratamente smerigliato. Sul collo e su parte del ventre del matraccio deve esser segnata una divisione in parti d'eguale lunghezza. Con acqua o mercurio siasi misurata la capacità del vaso fino all'origine della graduazione e quella delle varie divisioni nel modo già indicato al § 54.

Mediante un imbuto, il cui cannello giunga fino al fondo, si empie di mercurio il matraccio, e lo si colloca a capo in giù nella vaschetta AA, in cui è stato prima versato uno strato di mercurio, che giunga a metà dell'altezza della vaschetta. Si conduce poi il tubo, che viene dal gasometro, fino alla bocca del matraccio e si lascia entrare tanto gas quant'è necessario perchè il livello del mercurio nel matraccio si abbassi fino a poche divisioni sopra il livello esterno.

(*) Bunsen, *Gasometrische Methoden*, p. 124.

Anzichè far passare il gas per un apparecchio essiccante, si può lasciare ch'esso entri umido nel matraccio, purchè si abbia precedentemente introdotto in questo un po' di cloruro di calcio. Sciogliesi a tal uopo un pezzetto di questa sostanza in una goccia d'acqua, s'introduce questa nel matraccio e mediante riscaldamenti e raffreddamenti alternati, si fa che il cloruro di calcio cristallizzi sul vetro. Con ciò si ottiene che, oltre al gas vengano asciugati anche il mercurio e le pareti del vaso.

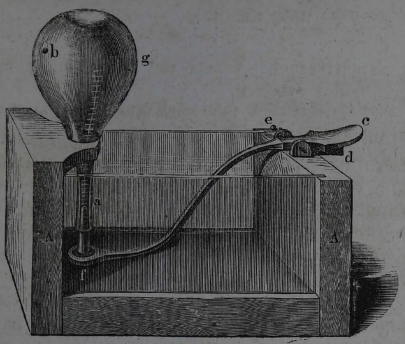

Fig. 2.

Per chiudere il matraccio senza toccarlo con le mani ed evitare così di riscaldarlo, può servire la leva *cef*, girevole intorno all'asse *e*: v'ha in *f* un anello, in cui è introdotto un pezzo anulare di sovero, il quale sostiene il turacciolo smerigliato del matraccio. Cacciando una bietta *d* sotto il tasto *c* si fa in modo che il turacciolo stia addentrato nel collo del vaso ma senza chiuderlo.

Quando si può ammettere che il gas contenuto nel matraccio abbia assunta la temperatura della stanza, la quale dev'essere quanto più costante è possibile, si osserva quella temperatura t e la pressione barometrica H. Indi giovandosi della scala incisa sul collo, si legge lo spazio v_1 occupato dal gas, come pure l'altezza h del livello interno sopra l'esterno. Togliesi poi la bietta d, con che chiudesi il vaso, e, tratto l'asse e della leva dai cuscinetti, si adopera la leva stessa per trarre il vaso dal mercurio. Ripulitolo accuratamente, lo si pone sul piatto della bilancia e se ne determina il peso, osservando contemporaneamente la temperatura t_1 e la pressione H_1. Levato il turacciolo, si adatta al collo del matraccio un tubo di gomma, e questo congiungesi con un piccolo apparecchio essiccante, e si pone il tutto sotto la campana della macchina pneumatica. Si estrae l'aria e la si lascia rientrare un gran numero di volte: infine si toglie la campana, e si stacca l'apparecchio essiccante dal matraccio, chiudendo questo col turacciolo.

Si pesa poi nuovamente, e noi supporremo che le condizioni di questa seconda pesata sieno identiche o prossimamente eguali a quelle della precedente.

81. **Calcolo delle esperienze.** — Sia v_0 il volume, che assumerebbe il gas contenuto nel matraccio, se venisse ridotto alle condizioni normali; il suo valore sarà dato da

$$v_0 = \frac{v_1 (H - h)}{760 (1 + \alpha t)} .$$

Indichiamo con p il peso del matraccio e del mercurio contenutovi, con p_1 quello del gas, con p_2 quello dell'aria contenuta al momento della seconda pesata.

Se P è il numero di grammi equivalente al matraccio nella prima pesata, avremo

$$P = p + p_1 - va$$

indicando con v il volume esterno del matraccio e con a il peso di un centimetro cubo d'aria nelle condizioni della pesata.

Similmente dalla seconda pesata si ha

$$P_1 = p + p_2 - va$$

e quindi

$$P - P_1 = p_1 - p_2$$

ossia

$$p_1 = P - P_1 + p_2 = P - P_1 + \frac{v_1 H_1 . 0{,}001293}{760 (1 + \alpha t)} .$$

La densità del gas è data da

$$d = \frac{p_1}{0{,}001293\, v_0} .$$

Sostituendo il valore di p_1 avremo

$$d = \frac{P - P_1 + \dfrac{v_1 H_1 . 0{,}001293}{760 (1 + \alpha t_1)}}{0{,}001293\, v_0} ,$$

nella quale si dovrà introdurre il valore di v_0 calcolato mediante l'equazione surriferita.

82. **Esempio** (dall'opera *Die Gasometrische Methoden* di Bunsen, p. 127). — Fu determinata con questo metodo la densità del bromuro di metile. Si usò un matraccio di circa 44^{cc} di capacità.

Ecco i risultati delle operazioni:

$$v_1 = 42^{cc},19 \qquad P = 7^{gr},9465$$

$$H = 746,4 \qquad P_1 = 7,8397$$

$$h = 24,3 \qquad H_1 = 742,1$$

$$t = 16°,8 \qquad t_1 = 6°,2$$

$$H_1 - h = 722^{mm},1$$

$$1 + \alpha t = 1,062$$

$$P - P_1 = 0^{gr},1068$$

$$1 + \alpha t_1 = 1,023$$

$$v_0 = \frac{42,19 \,.\, 722,1}{760 \,.\, 1,062} = 37,74.$$

Si ottiene quindi la densità d dalla equazione

$$d = \frac{0,1068 + \dfrac{42,19 \,.\, 742,1 \,.\, 0,001293}{760 \,.\, 1,023}}{0,001293 \,.\, 37,74} = 3,256.$$

83. **Altro metodo** (*). — Quando non si possa disporre di una quantità abbastanza grande di gas, si può ricorrere al metodo di Bunsen fondato sul principio che le densità di due gas, i quali escono da piccoli fori aperti in lamina sottile, stanno prossimamente nel rapporto inverso dei quadrati delle velocità di efflusso.

Per questo metodo, che ha maggiore importanza in chimica che in fisica, rimandiamo alla citata opera del Bunsen.

84. **Apparecchio di Regnault e modo di prepararlo per le esperienze** (**). — L'apparato di Regnault consta principalmente di due palloni di vetro, che appaiono nella Fig. 3. L'uno di essi

(*) Bunsen, *Die Gasom. Methoden*, p. 128.

(**) Regnault, *Mémoires de l'Academie*, T. XXI, p. 121.

è destinato a contenere il gas, su cui si vuole sperimentare: al suo collo è applicata un'armatura d'ottone con chiavetta. L'altro pallone è perfettamente chiuso mediante un'armatura di ottone, che consiste in un semplice cilindro applicato al collo del pallone e munito d'un uncino.

È d'uopo che i due palloni soddisfino alle seguenti condizioni:

1° Ch'essi sieno della stessa specie di vetro e sieno stati fabbricati nelle stesse condizioni;

2° Ch'essi abbiano volume esterno eguale;

3° Che il volume di essi sia di otto a dieci litri;

4° Che il pallone chiuso pesi da 15 a 20 grammi di più dell'altro.

Qualora l'artefice abbia soddisfatto solo alla prima e alla terza di queste condizioni, si può, per supplire al difetto, procedere nel modo seguente.

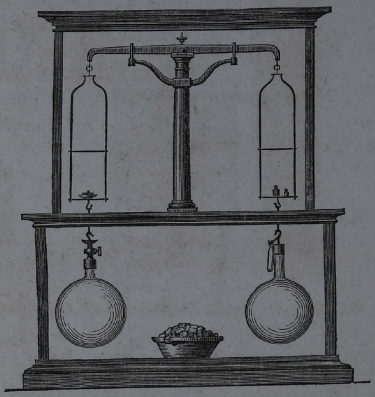

Fig. 3.

Si tolga al secondo pallone l'armatura, lo si riempia d'acqua e poi vi si applichi provvisoriamente la armatura nell'ordinaria posizione. Si riempia quindi anche l'altro pallone di acqua e si sospendano ambedue sotto i piatti d'una bilancia sensibile nel modo indicato dalla Fig. 3. Ottenuto l'equilibrio con l'aggiunta di una tara, si fa che i due palloni s'immergano nell'acqua.

Probabilmente l'equilibrio viene allora turbato, perchè il volume dei due palloni non è esattamente lo stesso. Si ristabilisce l'equilibrio aggiungendo un certo numero di grammi da una parte o dall'altra. Da questo numero di grammi si deduce di quanti centimetri cubici il volume esterno di un pallone superi quello dell'altro.

Poniamo che il secondo pallone sposti n centimetri cubici d'acqua di meno del primo. In tal caso si lega al secondo con un filo sottile un tubo di vetro della stessa specie, che abbia il volume di n centimetri cubici.

Dopo ciò l'acqua vien tolta dai palloni, che diligentemente si asciugano, e nel secondo, prima di applicarvi l'armatura, si versa, ove occorra, tanto mercurio da far sì che il peso di quel pallone prevalga di 15 a 20^{gr} all'incirca su quello dell'altro.

L'apparato di Regnault consta inoltre di un recipiente di zinco verniciato destinato a contenere il primo pallone e di un barometro differenziale: l'uno e l'altro sono rappresentati nella Fig. 4.

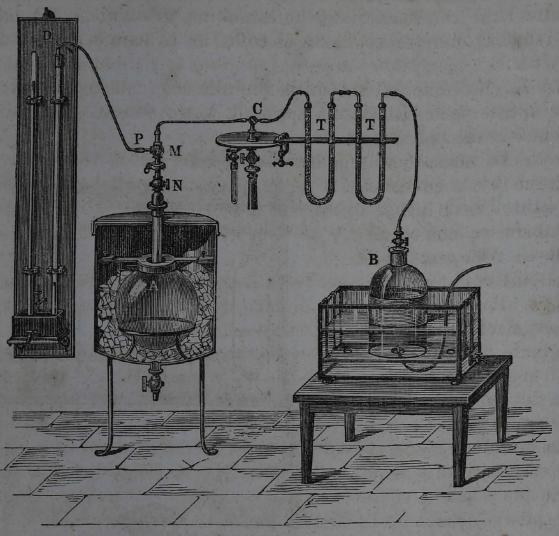

Fig. 4.

Il barometro differenziale consiste in due tubi di vetro alti 85 centimetri all'incirca, che inferiormente s'immergono in una vaschetta di mercurio. L'uno di questi tubi è chiuso superiormente e costituisce un vero barometro. L'altro invece è aperto e si può, quando occorra, congiungere il capo superiore, che porta un'armatura d'ottone, col primo pallone. La vaschetta è divisa in due parti da una lamina verticale: ciò si fa perchè, dovendo nel tubo aperto salire il mercurio durante le esperienze fin quasi a 76 centimetri sul livello della vaschetta, indi ridiscendere in questa, in causa di tali movimenti entrerebbe probabilmente dell'aria nell'altro tubo barometrico. Un'asta verticale d'acciaio appuntita ai due capi può girare in una madrevite: al momento dell'osservazione la si porta sempre a contatto col livello del mercurio nella vaschetta. Questo livello deve allora star sopra all'orlo superiore della lamina di separazione e ciò si ottiene aggiungendo la debita quantità di mercurio al momento della osservazione.

85. **Modo di eseguir le esperienze.** — Sul fondo del recipiente di zinco disponesi uno strato di ghiaccio, poi vi si colloca il primo pallone e lo si circonda tutto con ghiaccio. Alla bocca superiore dell'armatura del pallone adattasi una chiavetta *M* (Fig. 4) a tre vie e un'altra *C* al foro del piatto della macchina pneumatica. Un tubo *PC* congiunge le due chiavette; un altro *PD* va al barometro; infine alla chiavetta *C* è congiunto l'apparato essiccante *TT* che mette al gasometro *B*. Mediante la macchina pneumatica, dopo aver disposto opportunamente le chiavette, si rarefà quant'è più possibile l'aria nell'interno del pallone, poi si lascia entrare in questo il gas dal gasometro. La rarefazione e la introduzione del gas si ripetono alternativamente tre o quattro volte prima d'incominciar le esperienze.

Durante questa prima operazione si può togliere la comunicazione col barometro differenziale e servirsi del provino della macchina per giudicare della rarefazione.

Nel lasciar entrare l'ultima volta il gas si ha cura che la sua forza elastica nel pallone sia alquanto superiore alla pressione atmosferica, ciò che si ottiene facilmente mediante il gasometro.

Lasciato trascorrere il tempo necessario perchè si possa esser sicuri che il gas abbia la temperatura di 0°, si stacca il tubo applicato alla chiavetta *M* e per pochi istanti si lascia l'interno del pallone in comunicazione con l'aria esterna, affinchè la forza elastica del gas si faccia eguale a quella dell'aria esterna misurata dalla colonna barometrica. Dopo di che si potrà chiudere la chiavetta *N* e staccare l'altra *M*.

Il pallone resterà così pieno di gas alla temperatura di 0° e sotto la pressione *H* data dal barometro. Quest'ultima si osserva mediante un catetometro nel tubo barometrico sopra descritto, misurando la differenza di livello fra la superficie del mercurio nel tubo e la punta superiore dell'asta d'acciaio, la cui punta inferiore deve essere a contatto della superficie del mercurio nella vaschetta, ed aggiungendo a quella differenza la lunghezza dell'asta.

Il pallone si toglie dal ghiaccio, si lava e si asciuga: indi lo si sospende sotto uno dei piatti della bilancia, mentre sotto l'altro sta appeso il secondo pallone, come indica la Fig. 3.

Strofinando il pallone con un pannolano asciutto, si sviluppa sulla sua superficie della elettricità, che si disperde lentissimamente e può alterare i risultati delle pesate. È quindi opportuno ripulire le pareti del pallone con un panno leggermente bagnato con acqua distillata, e siccome occorre qualche tempo perchè il pallone prenda la temperatura dell'aria e perchè sulla sua superficie resti soltanto la quantità normale di umidità, è bene cercar di ottenere prossimamente l'equilibrio e poi lasciar lungamente, 8 o 10 ore ad esempio, i palloni

appesi alla bilancia: infine si terminerà la pesata facendo le ultime osservazioni a qualche distanza col mezzo di un cannocchiale.

Dopo aver eseguita la pesata, si trasporta nuovamente il pallone nel recipiente di zinco circondandolo con ghiaccio e dopo aver disposto le congiunzioni nel modo indicato dalla Fig. 4, si fa il vuoto spingendo la rarefazione al massimo grado. Allora entro il tubo del barometro differenziale, che è in diretta comunicazione col pallone, il mercurio s'innalza, e la differenza di altezza del mercurio nei due tubi misurerà la forza elastica della piccola quantità di gas rimasto nel pallone. Mediante la chiavetta N chiudesi poi il pallone, lo si stacca dall'apparecchio e lo si applica nuovamente alla bilancia.

Se P rappresenta la differenza dei pesi necessari a stabilir l'equilibrio nelle due pesate successive, questo sarà appunto il peso del gas che fra l'una e l'altra esperienza fu levato dal pallone. Se questo gas avesse riempito l'intero pallone, esso avrebbe assunto la forza elastica $H - h$ e il peso del gas medesimo che avrebbe empito il pallone a 0° e sotto 760^{mm} di pressione, sarebbe stato

$$P \frac{760}{H - h} .$$

Fatta questa determinazione, è bene ripeterla più volte nell'identico modo, sì per ottenere un riscontro, come per aver maggiore esattezza prendendo la media dei risultati ottenuti.

Le stesse operazioni si ripetono poi per l'aria e si trova

$$P_1 \frac{760}{H_1 - h_1} .$$

La cercata densità sarà data da

$$d = \frac{P}{P_1} \frac{H_1 - h_1}{H - h} .$$

È notevole che con questo metodo, come già si è prima accennato, non vi è alcun bisogno di correzioni dovute ai cangiamenti delle condizioni dell'aria spostata dal pallone nelle successive esperienze. Siccome il secondo pallone sposta sempre la stessa quantità di aria spostata dal primo, così v'hanno in ogni caso applicate alla bilancia due forze eguali, le quali mutuamente si elidono e non influiscono sui risultati delle pesate.

86. **Esempio** *(dalla citata memoria del Regnault).* — Riportiamo siccome esempio la determinazione della densità del gas azoto, limi-

tandoci però a riferire una sola esperienza, mentre il Regnault ne ha fatto parecchie per ottenere maggiore esattezza nel valor medio. L'azoto veniva preparato facendo passar l'aria attraverso un tubo di rame riempito di pezzetti di rame e riscaldato fino all'incandescenza. Il gas attraversava di poi un tubo ad *U* pieno di pezzi di vetro bagnati con una soluzione concentrata di potassa caustica, poi un tubo con pomice pregna di acido solforico.

Esperienza con l'azoto.

Peso aggiunto al pallone pieno di azoto per ottener l'equilibrio	gr.	1,8725
Pressione barometrica corretta	mill.	758,55
Peso aggiunto al pallone dopo la rarefazione .	gr.	14,227
Forza elastica dell'azoto rimasto entro il pallone	mill.	2,18

Si ha quindi

$$P = 14{,}227 - 1{,}8725 = 12{,}3545$$

a 0° e sotto la pressione di mill. 756,37.

Esperienza con l'aria.

Peso aggiunto al pallone pieno d'aria . . .	gr.	1,7005
Pressione barometrica	mill.	747,23
Peso aggiunto al pallone dopo la rarefazione .	gr.	14,232
Forza elastica dell'aria rimasta nel pallone .	mill.	1,97

Ne segue

$$P_1 = 14{,}232 - 1{,}7005 = 12{,}5315$$

a 0° e sotto la pressione di mill. 745,26.

La densità dell'azoto è quindi data da

$$d = \frac{12{,}3545}{12{,}5315} \frac{745{,}26}{756{,}37} = 0{,}97139.$$

Densità dei vapori.

87. **Definizioni.** — Per densità di un vapore s'intende il rapporto fra il peso di un dato volume del vapore medesimo e quello di un eguale volume d'aria presa in eguali condizioni.

Se p e p_1 sono quei due pesi, la densità è

$$d = \frac{p}{p_1} .$$

Il peso p_1 di un volume v di aria alla temperatura t e sotto la pressione H si può esprimere così

$$p_1 = v\delta \frac{1}{1+\alpha t} \frac{H}{760}$$

dove δ è il peso dell'unità di volume dell'aria secca a 0° e sotto 760^{mm} di pressione ed α è il coefficiente di dilatazione dell'aria, cioè

$$\alpha = 0{,}00367.$$

Sostituendo il valore di p_1 nella precedente equazione, si ha

$$d = \frac{p}{v\delta} \frac{(1+\alpha t)\,760}{H} .$$

La quantità d sarebbe costante se il vapore fino al punto di condensarsi seguisse la legge di Mariotte, a cui prossimamente si attiene l'aria.

In prossimità del passaggio di stato i vapori si scostano assai da questa legge e perciò le determinazioni si soglion fare in tali condizioni che il vapore sia ancora notevolmente discosto dallo stato di saturazione.

Il valore di δ da introdursi nella espressione di d fu determinato da Regnault. Se prendasi per unità di volume il litro, è

$$\delta = 0^{chil},001\ 292\ 673\ (1 - 0{,}002\ 837 \cos 2\lambda - 0{,}000\ 000\ 314\ h)$$

dove h è l'altezza in metri del luogo, in cui si sperimenta, sopra il livello del mare, λ la latitudine del luogo medesimo.

La formola che dà il valore di d ci dice come sia in ogni caso necessario conoscere le quantità p, v, t, H, che sono variabili dall'una all'altra esperienza, affine di poter calcolare d.

Possono venir adottati due metodi diversi di sperimentare, l'uno dovuto a Gay-Lussac, l'altro a Dumas: il primo specialmente adatto a liquidi, che facilmente volatilizzano, l'altro a quelli, che esigono temperature più elevate per cangiare di stato.

88. **Metodo di Gay-Lussac** (*). — La Fig. 5 rappresenta l'apparato di Gay-Lussac. Sopra un fornello di terra cotta è collocato un vaso cilindrico di ferro occupato per metà da mercurio. Un tubo cilindrico di vetro chiuso da un capo, lungo 40 centimetri circa, viene empito di mercurio; poi tenendone otturata la bocca, s'immerge questa nel mercurio. Si toglie allora la separazione fra il vaso ed il tubo, e si assicura quest'ultimo mediante apposito sostegno. La parte superiore del tubo deve portare incisa una graduazione, la cui esattezza deve esser stata precedentemente verificata. Si circonda poi il tubo mediante un cilindro grande di vetro aperto ai due capi, che deve star appoggiato sul fondo, ma senza impedire il libero passaggio del mercurio da una parte all'altra. Questo cilindro riempiesi d'acqua che mediante un agitatore si mantiene in continuo movimento, affinchè la sua temperatura sia uniforme. La temperatura vien misurata da uno o più termometri immersi nell'acqua. Mediante il fornello si può riscaldare l'apparato fino al limite opportuno.

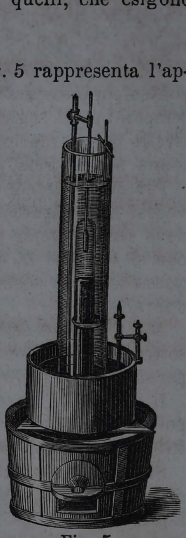

Fig. 5.

Per eseguir le esperienze prendesi un'ampolla di vetro sottilissimo provveduta d'un piccolo cannello. La si pesa e poi la si riempie mediante riscaldamenti e raffreddamenti successivi con quel liquido, di cui si vuole studiare il vapore. Ciò fatto, si chiude la piccola ampolla con un colpo di fiamma e la si pesa nuovamente. La differenza dei due pesi successivamente ottenuti, fatte le debite correzioni per l'aria spostata, sarà eguale al peso del liquido contenuto nell'ampolla. Si introduce allora quest'ultima fin sotto la bocca del tubo pien di mercurio e la si lascia salire in questo. Riscaldando l'apparecchio mediante il fornello, avviene che anche il liquido dell'ampolla si riscaldi

(*) Biot, *Traité de physique* I, 29.

e dilatandosi più del vetro spezzi le pareti. Allora, se le sue proprietà lo consentono, esso passerà a stato aeriforme.

Affine di assicurarsi che il liquido è totalmente evaporato e che il vapore è alquanto discosto dal punto di saturazione si potrà spingere il riscaldamento a tal segno da superare la temperatura di ebollizione del liquido sotto la pressione atmosferica.

Quando si crede prossimamente raggiunta la temperatura opportuna, si chiudono i fori per i quali entra l'aria nel fornello, e s'attende che la temperatura raggiunga un massimo valore per osservare contemporaneamente il volume v occupato dal vapore nel tubo, la temperatura t segnata dal termometro, l'altezza h della superficie di livello del mercurio sopra il liquido esterno e l'altezza H_1 della colonna barometrica.

Per misurare col catetometro l'altezza h giova l'asta appuntita che vedesi nella figura lateralmente, e che con la sua estremità inferiore deve sempre venir portata a contatto del livello del mercurio. È chiaro che sì h, come H_1 devono venir ridotti alla temperatura di 0°. La quantità H da sostituirsi nella formula sarà la differenza fra quelle due altezze.

Alla differenza delle altezze H_1 ed h debitamente corrette occorre anche sottrarre la tensione del vapore di mercurio corrispondente alla temperatura dell'esperienza, la qual tensione deducesi dalla Tav. XXXIII.

Il peso p del vapore è quello stesso del liquido contenuto nell'ampolla e fu precedentemente determinato. L'esperienza fornisce quindi tutti gli elementi necessarii alla determinazione del valore di d.

Siccome il riscaldamento dell'acqua che circonda lo spazio occupato dal vapore non si può spingere oltre 100°, e siccome l'uso di un altro liquido invece dell'acqua pura presenta gravi inconvenienti, così il metodo non è opportuno che per sostanze facilmente vaporizzabili.

89. **Modificazione dell'Hoffmann** (*). — Il metodo di Gay-Lussac, oltre all'accennato inconveniente, che non si può spingere il riscaldamento oltre 100°, ne presenta un altro assai grave, quello cioè che, anche se la temperatura si mantiene inferiore al detto limite, venendo il mercurio del vaso direttamente riscaldato, si svolgono da esso dei vapori assai incomodi e dannosi all'osservatore.

L'Hoffmann ha cercato di togliere l'uno e l'altro difetto procedendo così.

Il tubo di vetro, che serve anche nell'apparato di Gay-Lussac a contenere il vapore, prendesi della lunghezza di 1^m circa e del dia-

(*) Hoffmann. Berlin. *Monatsberichte.* 1868, p. 40.
Gabba, *Rendiconti dell'Ist. Lomb.* 1869, p. 50.

metro di 15 a 20 millimetri. Esso deve essere anche in questo caso graduato accuratamente. A cominciare dall'alto e fino a pochi centimetri sopra il livello del mercurio, in cui sta immersa la bocca del tubo, quest'ultimo è circondato da un cilindro di vetro, che è lungo da 80 a 90 centimetri ed è largo da 30 a 40 millimetri.

La parte superiore di questo tubo finisce in un cannello, che è posto in comunicazione con un matraccio, dove sta dell'acqua mantenuta in ebollizione da una fiamma sottoposta.

Il vapore, che se ne svolge, viene nello spazio anulare che circonda il tubo barometrico e riscalda questo e lo spazio interno fino a 100° all'incirca. Il tubo di rivestimento è chiuso inferiormente con un tappo a due fori: per uno di questi passa il tubo barometrico, mentre all'altro è applicato il tubo che serve all'efflusso del vapore.

La corrente continua di vapore, che si può mantenere nell'apparecchio, serve a dare al vapore contenuto nel tubo una temperatura, che dura costante per più ore. Volendo una temperatura più elevata di 100° si può sostituire qualche altro liquido, ad esempio l'alcool amilico, che bolle a 132°, l'anilina, che bolle a 185°.

Invece delle ampolle descritte l'Hoffmann adopera delle boccettine contenenti da 20 a 100 millimetri cubici di liquido e chiuse con tappi di vetro smerigliati. Quand'esse giungono nello spazio vuoto, si aprono e lasciano libera uscita al vapore, che si svolge dal liquido.

90. **Metodo di Dumas** (*). — L'apparato di Dumas per la determinazione della densità dei vapori è rappresentato dalla Fig. 6. Havvi un recipiente metallico, che si riempie con una sostanza, il cui punto di ebollizione sia molto elevato. Servono a tal uopo l'acido solforico diluito, le soluzioni saline ed anche la lega di d'Arcet, a seconda della temperatura che si vuole raggiungere. In questo liquido sta immerso durante le esperienze un termometro, che ne indica la temperatura.

Fig. 6.

Un pallone *B* di vetro sottile, che termina in un cannello appuntito, viene precedentemente pesato, poi vi si introduce una certa quantità del liquido, di cui si vuole studiare il vapore. Collocato il pallone entro il recipiente, si riscalda quest'ultimo in modo che il liquido del pallone

(*) Dumas. *Ann. de ch. et de phys.* (2) XXXIII. 337. *Pogg. Ann.* IX. 293 (1826).

bolla vivacemente, il che si palesa dalla impetuosa corrente di vapore che esce dal cannello.

Il riscaldamento dev'essere portato fino a 30° o 40° oltre la temperatura di ebollizione. Quando tutto il liquido è stato trasformato in vapore e la tensione di questo è eguale alla pressione atmosferica, il vapore cessa di effluire dal cannello. Si chiude allora quest'ultimo con un colpo di fiamma, osservando contemporaneamente il termometro dell'apparecchio e il barometro. Le quantità t ed H da introdursi nella formula sono in tal modo determinate.

Se sia stata introdotta nel pallone una quantità sufficiente di liquido, il vapore, che ne uscì, avrà trasportata con sè l'aria, che vi si trovava dapprima, sicchè al momento, in cui si è chiusa la punta del cannello, si può ammettere che la capacità del pallone fosse interamente occupata da vapore avente la tensione H e la temperatura t.

Tolto il pallone dall'apparecchio, lo si asciuga e pulisce con diligenza, lo si lascia raffreddare, poi lo si pesa.

Un'ultima operazione è necessaria affine di determinare il volume interno del pallone. Lo si colloca perciò sopra un vaso d'acqua in modo che la punta del cannello vi stia immersa. Rotta questa punta sott'acqua, siccome i vapori alla temperatura ordinaria devono essersi condensati, l'acqua entrerà nel pallone e l'occuperà interamente, eccetto il piccolo spazio che resta occupato dai vapori condensati. Il pallone così ripieno d'acqua viene nuovamente pesato insieme colla punta del cannello, che ne fu staccata (*).

91. **Calcolo delle esperienze.** — Sia P il peso, che si trovò equivalente sulla bilancia al pallone vuoto, A il peso vero del vetro del pallone, α il peso dell'aria spostata, sarà

$$P\,(1 - \gamma) = A - \alpha.$$

Nella seconda pesata il pallone è chiuso e pieno di vapore. Avremo

$$P_1\,(1 - \gamma) = A + p - \alpha - v_0\,(1 + k t_1)\,a_{t_1}$$

indicando con p il peso del vapore, con v_0 il volume del pallone a

(*) Sainte-Claire Deville, adottando palloni di porcellana e immergendoli nei vapori di mercurio, di solfo o di cadmio, ha reso possibile l'applicazione del metodo di Dumas a corpi che vaporizzano a temperature molto elevate. Vedi *Annales de Chimie et de Physique* (3) LVII, 257.

0°, con P_1 il peso sostituito sulla bilancia al pallone, con k il coefficiente di dilatazione cubica del matraccio, con a_{t_1} il peso dell'unità di volume dell'aria alla temperatura t_1 della pesata. Infine sia P_2 il peso equivalente al pallone pieno d'acqua. Ammettendo che la goccia di liquido proveniente dal vapor condensato abbia densità eguale a quella dell'acqua, avremo

$$P_2 (1 - \gamma) = A + v_0 b_{t_1} (1 + k t_1) - \alpha - v_0 (1 + k t_1) a_{t_1} .$$

Sottraendo la prima dalle due successive equazioni abbiamo

$$(P_1 - P) (1 - \gamma) = p - v_0 (1 + k t_1) a_{t_1}$$

$$(P_2 - P) (1 - \gamma) = v_0 (1 + k t_1) (b_{t_1} - a_{t_1}).$$

Quest'ultima serve a determinare v_0 e quindi anche

$$v = v_0 (1 + k t)$$

che dee venir sostituito nell'espressione della densità.

L'altra equazione, quando sia in essa sostituito il valor di v_0, vale a dare la quantità p, che va pur essa sostituita nell'espressione della densità.

Qui si è supposto che la temperatura non variasse dall'una all'altra pesata, perchè le operazioni si posson fare con sufficiente celerità. Sarebbe facile però tener conto della variazione di temperatura, ove questa avvenisse.

92. **Modo di operare nel caso che rimanga dell'aria nel pallone.** — Nella seconda pesata il pallone è in tal caso occupato in parte da aria, il cui peso poniamo sia p_1. Avremo l'equazione

$$P_1 (1 - \gamma) = A - \alpha + p - v_0 (1 + k t_1) a_{t_1} + p_1 .$$

Nell'empir d'acqua il pallone si faccia in modo che l'aria contenuta non ne sfugga ; si cerchi che prima di togliere il pallone dall'acqua, questa trovisi all'interno e all'esterno all'altezza medesima ; poi il pallone così riempito si collochi sulla bilancia. Avremo un'altra equazione

$$P_2 (1 - \gamma) = A - \alpha + p_1 +$$

$$+ \left(v_0 - \frac{p_1}{a_{t_1}} \right) (1 + k t_1) b_{t_1} - v_0 (1 + k t_1) a_{t_1} .$$

Infine si cacci l'aria interamente dal pallone e lo si riempia affatto con acqua. In tal caso si avrà

$$P_3 (1 - \gamma) = A - \alpha + v_0 (1 + k t_1) (b_{t_1} - a_{t_1}).$$

Quest'ultima equazione dà il valore di v_0 ; la precedente quel di p_1, la prima quello di p.

Misura delle pressioni.

a) Barometro.

93. **Purificazione del mercurio.** — Non è raro il caso che in un laboratorio di fisica debbasi costruire un barometro : per questo motivo, e perchè le operazioni richieste per tal costruzione possono occorrere in molti altri casi, dedicheremo alcuni paragrafi a tale argomento.

Prima di accingersi alla costruzione del barometro convien purificare il mercurio, pulire la canna barometrica ed asciugare quello e questa. — Si riconosce che il mercurio è impuro quando ha aspetto poco brillante, scorre difficilmente sul vetro e sulla porcellana e lascia delle macchie oscure, facendo, come suol dirsi, la *coda*. Il metodo più pronto per purificare il mercurio dal suo ossido e da metalli stranieri è quello di versarlo in una bottiglia a grosse pareti insieme ad acido nitrico puro e molto diluito e di scuoterlo a lungo e con forza. Il mercurio si divide allora in piccoli globuli, e non si dee cessare dall'agitazione se non quando la miscela contenuta nella bottiglia apparisce di un color grigio uniforme : si lascia allora che il mercurio si deponga, si allontana l'acido e vi si sostituisce dell'acqua distillata; quindi si agita, si versa l'acqua e se ne sostituisce dell'altra, ed in questa manipolazione si procede finchè l'acqua non ha più alcuna azione sui reagenti colorati (*). Il mercurio si versa allora in una

(*) Si può purificare il mercurio anche lasciandolo a semplice contatto coll'acido nitrico diluito e solo agitandolo di tratto in tratto, ma perchè la purificazione sia completa convien attendere molto tempo. Il processo è meno lungo quando si operi a caldo: versato il mercurio in una pentola di ferro o in una bacinella di porcellana e copertolo di acido nitrico diluito con tre volte il suo volume d'acqua si riscalda fino a che cominciano a svilupparsi dei vapori nitrosi ; allora si toglie il fuoco e si lascia in riposo per due ore, quindi si decanta l'acido, si toglie la pellicola di sottoazotato di ossidulo di mercurio, che si forma alla superficie del

bacinella di porcellana e si asciuga con carta priva di colla e non fibrosa; poi lo si filtra attraverso una carta disposta come nei soliti filtri e bucherata nel mezzo con un ago sottile. Se il mercurio non sembrasse ancora abbastanza netto, lo si filtra di nuovo, ed infine lo si asciuga o riscaldandolo lentamente e con precauzione in una bacinella di porcellana, o collocandolo per lungo tempo nel vuoto sopra d'un vaso contenente acido solforico concentrato o cloruro di calcio fuso. In quest'ultimo caso il mercurio nella bacinella non deve avere altezza maggiore d'un centimetro. Nel caso poi che si preferisca il riscaldamento convien ricordare che ad alta temperatura il mercurio si ossida e che i suoi vapori sono assai velenosi; è dunque prudente non oltrepassare di molto i 100° ed operare in una stanza molto ariosa o sotto la cappa d'un camino. Fra le due operazioni di filtrare il mercurio e di asciugarlo è bene non lasciar correre molto tempo, giacchè il mercurio umido ed esposto all'aria facilmente si ossida.

La purezza del mercurio è condizione assolutamente necessaria per la bontà d'un barometro, giacchè, se il mercurio è impuro, il suo peso specifico viene alterato, e basta una piccolissima differenza per produrre un errore notevole nell'altezza barometrica.

94. **Scelta e pulitura della canna barometrica.** — La canna barometrica deve essere lunga circa un metro, avere il diametro interno non minore di 15 o 16 millimetri, presentare sufficiente regolarità nel calibro ed essere d'un vetro omogeneo senza grani, nè strie, nè altri difetti. Per pulirla si adopera dell'acido nitrico riscaldato che si fa scorrere sulle pareti interne; poi si lava ripetutamente con acqua distillata ed infine si asciuga facendo più volte il vuoto nell'interno, riscaldando la canna con una lampada, e lasciandovi entrare l'aria asciugata attraverso un paio di tubi ad *U*, contenenti dei pezzetti di pietra pomice imbevuti d'acido solforico concentrato o dei frammenti di cloruro di calcio fuso. La disposizione più comoda è la seguente: per mezzo d'un tubo di gomma non vulcanizzata ed internamente rinforzato da una spirale metallica si unisce la canna barometrica al sistema dei tubi ad *U*; questo poi si congiunge, mediante un altro

---

metallo, ed infine si lava ripetutamente con acqua fredda. La distillazione, che pure vien da molti praticata, è processo lungo e non ben sicuro, giacchè anche dopo di essa rimane sciolto nel mercurio dell'ossido: questo tuttavia si può allontanare agitando il mercurio con una soluzione diluita di solfuro d'ammonio. La distillazione è però un mezzo sicuro di purificare il mercurio quando si operi nel vuoto, ed a tal fine il Weinhold ha recentemente proposto un ingegnoso apparecchio, per la cui descrizione rimandiamo al *Repert. für exp. Phys.* di Carl (vol. IX, p. 69, anno 1873).

tubo di gomma, con una piccola pompa a mano che serve a fare il vuoto. Se nei tubi di essiccazione si colloca del cloruro di calcio, si ha cura di disporre alle loro bocche dei fiocchi di cotone, affinchè l'aria che entra non trascini nella canna barometrica della polvere di cloruro. — L'asciugamento del tubo, quale l'abbiamo descritto, non è assolutamente necessario, ma giova perchè rende più sicure e più facili le operazioni ulteriori. Se la canna proviene direttamente dalla fabbrica, si può far a meno di pulirla con acido nitrico; basta invece farvi scorrere ripetutamente nell'interno uno stoppaccio di tela nuova avvolto intorno ad una bacchetta, come si usa per le canne da fucile: il pulviscolo che imbrattava la canna aderisce allora allo stoppaccio e viene asportato; ma per togliere quello che ancora rimanesse e soprattutto per levare le fibre tigliose che fossero rimaste sulle pareti e che nell'ebollizione del mercurio si decomporrebbero, si versa nel tubo un po' di mercurio, si agita in modo da farlo scorrere su tutta la superficie della canna, e poi si getta da parte perchè imbrattato dalle impurità del tubo.

95. **Ebollizione del mercurio.** — Asciugati abbastanza bene il mercurio e la canna, si procede al riempimento di questa ed all'ebollizione del mercurio. Si comincia dal disporre verticalmente la canna, tenendola colla bocca in alto e raccomandandola superiormente ad un solido sostegno: si colloca poi al di sotto un'ampia bacinella di porcellana o di ferro non stagnato onde poter raccogliere il mercurio nel caso che la canna venisse a rompersi, e con una lampada di Bunsen od una eolipila ad alcool convenientemente regolata si riscalda la metà inferiore della canna. Poi per mezzo di un imbuto unito ad un sottile tubo di vetro che arrivi sino al fondo della canna barometrica, si versa dall'alto il mercurio previamente riscaldato fino a riempiere circa un terzo di essa. Operando in tal guisa si evita che il mercurio nel discendere trasporti seco delle bolle d'aria umida che poi aderirebbero alle pareti del vetro; ma per cacciare completamente l'aria e l'umidità convien far bollire a strati il mercurio, cominciando con una fiamma piccola, che poi si rende gradatamente maggiore e che si fa di continuo muovere lungo la porzione più bassa della canna. La maggior attenzione si deve avere quando il mercurio comincia a bollire, perchè, se le bolle di vapore che si sollevano son troppo grandi, trasportano la colonna di mercurio, che poi ricadendo può produrre tal urto da rompere il tubo: appena dunque comincia l'ebollizione, si abbassa la fiamma e si cerca che le bolle si svolgano lentamente su tutto il contorno del tubo. Dopo alquanti minuti di ebollizione si passa allo strato superiore, che non ha ancora bollito; e così di strato in strato si procede fino ad uno che sia di alcuni centimetri più basso del livello, perchè se il mer-

curio bollisse a contatto dell'aria, facilmente si ossiderebbe. Finita questa prima parte dell'operazione si riscalda la porzione superiore del tubo, si versa lentamente dell'altro mercurio caldo fino a circa due terzi della lunghezza della canna e si prosegue l'ebollizione partendo dal punto in cui si era prima interrotta. Finalmente si riempie il tubo fino a due centimetri dalla bocca, e si fa per l'ultima porzione di tubo ciò che si è fatto per le altre, sospendendo l'ebollizione a circa cinque centimetri dal livello. Quando in tal modo tutta l'aria e l'umidità sieno cacciate dalla canna, il mercurio assume un aspetto assai brillante e speculare e non si scorge più traccia di macchie o di bolle d'aria aderenti alle pareti del vetro. Se questi caratteri non si riscontrassero nel tubo che si sta preparando, conviene tornar da capo coll'ebollizione.

L'operazione ora descritta riesce in generale a bene, ma si può rendere ancor più facile col far bollire il mercurio nel vuoto, giacchè allora la temperatura si abbassa a circa 300°; a tal fine si dà al tubo una lunghezza maggiore di quella che è necessaria (10 o 12 centimetri di più) e lo si unisce con una pompa pneumatica mediante un tubo di gomma non vulcanizzata (*).

Si può anche risparmiare l'ebollizione nel tubo introducendovi il mercurio bollente, ma allora convien usare una cura speciale per l'asciugamento della canna. L'apparecchio si dispone così: una pompa a mano si fa comunicare con un tubo di essiccazione che all'altro capo comunica con un matraccio: quest'ultimo ha forma sferica ed è munito di due tubulature in direzione di due raggi fra loro perpendicolari; ad una di queste tubulature, che si dispone in alto, mette capo il tubo di gomma proveniente dall'apparecchio di essiccazione; l'altra comunica mediante un breve tubo di gomma non vulcanizzata, colla canna barometrica che si tiene alquanto inclinata all'orizzonte. Anzitutto si asciuga bene la canna ed il matraccio facendovi ripetutamente il vuoto e riscaldando con una lampada ad alcool od a gas: poi nel matraccio si introduce il mercurio che si dispone sul fondo e non arriva a penetrare nella canna; si fa quindi nuovamente il vuoto e si riscalda il mercurio fino all'ebollizione. Allora inclinando il matraccio verso la canna barometrica previamente riscaldata si fa in questa lentamente entrare il mercurio, ponendo cura che non si formino bolle d'aria rarefatta: se ciò accadesse si riversa il mercurio nel matraccio alzando alquanto l'estremità chiusa della canna, e si riprende l'operazione di riempimento. Per queste operazioni il matraccio si riscalda a gas disponendolo su un treppiede o su un anello di ferro coperto da una reticella metallica (**).

(*) Taupenot, *Ann. de chim. et de phys.* III ser., T. XLIX.
(**) Wild, *Carl's Repert. für exp. Phys.* VII, 257 (1871).

Oltre ai processi che qui abbiamo esposti ve ne ha un altro, che è il più antico e che viene tuttora usato da Regnault: ne diremo solo quel tanto che non ha di comune cogli altri. Prima di introdurre il mercurio si riscalda la canna alla lampada in una zona distante pochi centimetri dall'estremità aperta, e la si stira in modo che ne nasca una strozzatura lunga 5 o 6 centimetri, il cui foro interno abbia il diametro di 4 a 5 millimetri. La porzione di tubo che rimane fra questa strozzatura e l'estremità aperta serve allora d'imbuto, e per esso si versa il mercurio fino a pochi centimetri dalla bocca della canna: nel fare questo versamento si ha cura che l'imbuto resti sempre quasi pieno di mercurio, affinchè il pulviscolo, che nuota su di esso, non passi nella porzione inferiore del tubo. L'ebollizione si fa su un fornello isolato e caricato a carbone: si prende la canna colla mano sinistra avvolta da un panno più volte ripiegato, come usano le stiratrici, e colla destra la si fa continuamente rotare intorno al suo asse. S'incomincia dal riscaldare la porzione inferiore del tubo, che si tiene sempre di poco inclinato all'orizzonte, e che si solleva alquanto allorchè comincia l'ebollizione: poi, quando lo strato più basso ha bollito abbastanza, si passa allo strato superiore facendo scorrere il tubo al disopra dei carboni, in modo che il fondo di esso sporga oltre l'orlo del fornello; la quale operazione riesce più comoda quando quest'orlo presenti un'incavatura. Fatto accuratamente bollire il mercurio in tutti gli strati, fuorchè in quello a contatto coll'aria esterna, lo si lascia alquanto raffreddare; quindi si stacca l'imbuto, ed atteso che il mercurio raffreddandosi ulteriormente si sia abbassato di alcuni millimetri nella strozzatura, si smussano alla lampada gli orli di questa (*).

Nell'uno o nell'altro modo riempita di mercurio la canna, si attende che si raffreddi, poi si colma con mercurio caldo in modo che si formi un menisco ben pronunciato e sporgente oltre l'orlo (**), si chiude quindi il foro col dito e si capovolge la canna nella vaschetta in cui siasi già versato del mercurio caldo e puro: infine si ritira lentamente il dito affinchè il mercurio si abbassi senza scosse. Nel capovolgere la canna convien badare che non v'entri alcuna bolla d'aria, e si riconosce che ciò non è accaduto, se, piegando cautamente la canna in modo che il mercurio salga fino all'estremità, si ode un suono secco e metallico simile a quello del martello ad acqua, nè si scorge superiormente alcuna bollicina d'aria. Questa verificazione deve farsi di tratto in tratto anche dopo che il barometro fu costruito,

---

(*) Regnault, *Arch. de Genève*, XL, 201 (1871).

(**) Usando il processo di Regnault basta riscaldare alquanto il mercurio della canna perchè si formi il bottone sporgente.

perchè col tempo penetra quasi sempre un po' d'aria nel vuoto barometrico: più tardi vedremo come si possa tener conto dell'errore prodotto da questa circostanza; ora notiamo soltanto che esso è tanto più piccolo quanto maggiore è la camera barometrica. Se il mercurio ha bollito a lungo, il menisco che termina la colonna barometrica è molto appiattito: questo è un difetto, perchè denota una maggiore aderenza del mercurio col vetro, proveniente (secondo Dulong) da un po' d'ossido sciolto nel mercurio; ma procedendo colle cautele che abbiamo di sopra specificate, questo inconveniente non è da temere. Rimane finalmente da applicare la scala, e qui possono adottarsi molte disposizioni delle quali ricorderemo solo le più importanti.

96. **Barometri da laboratorio.** — Se il barometro deve servire per uso di laboratorio e non si pretende esattezza maggiore di quella che si ha leggendo ad occhio le frazioni di millimetro, si può fissare parallelamente alla canna del barometro un'asta divisa in millimetri (per esempio una scala incisa sul cristallo) che inferiormente vada restringendosi e termini a foggia di *V*. Il vertice di questo *V* deve essere lo zero della graduazione, e si regola opportunamente il livello del mercurio nella vaschetta, facendo che vi si immerga più o meno un prisma di legno che si alza e si abbassa mediante una vite. Si discerne assai nettamente quando il mercurio sollevandosi arriva a contatto dello spigolo inferiore della scala, perchè questo e la sua imagine, prodotta dallo specchio di mercurio, si vanno sempre più avvicinando, finchè si confondono al momento del contatto: che se si oltrepassasse questa posizione, si vedrebbe il mercurio abbassarsi intorno ai punti di contatto e si sarebbe così avvertiti che il livello del mercurio fu di troppo sollevato. Perchè poi la lettura riesca esatta la scala deve essere perfettamente verticale.

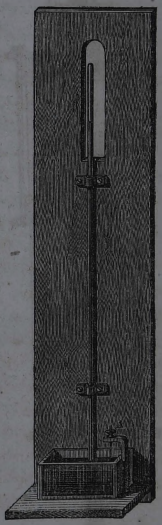

Fig. 7.

Per le ricerche di laboratorio è più semplice ed assai più precisa la disposizione seguente adottata da Regnault e da tutti i fisici moderni. La canna barometrica è immersa in un'ampia vaschetta di ghisa ed è fissata ad una tavola, come vedesi nella Fig. 7. Una vite d'acciaio *A*, acuminata ai due estremi si abbassa fino a toccare lo specchio di mercurio, il che si ottiene facilmente colle avvertenze che abbiamo esposto di sopra; poi la differenza di livello fra l'estremità superiore della vite e la sommità del menisco di mercurio si rileva per mezzo del catetometro; infine alla lettura fatta si ag-

giunge la lunghezza della vite determinata una volta per sempre e si ha l'altezza barometrica con una precisione che può arrivare al cinquantesimo di millimetro. È bene che attraverso il foro longitudinale praticato nella parte superiore della tavola, cui è fissato il barometro, si possa vedere la luce viva d'una fenestra o d'una lampada come già abbiamo notato al § 46. Adoperando il catetometro si ha il vantaggio che la lettura riesce esatta quand'anche la canna barometrica non sia verticale..

97. **Barometro di Fortin.** — Fra i barometri portatili il più usato e il migliore è quello di Fortin. La vaschetta di questo barometro ha il fondo che è costituito da un sacco di cuoio pieghevole rivestito internamente con una falda di *caoutchouc* non vulcanizzato, e può venire più o meno sollevato da una vite (Fig. 8): questa per tal modo fa variare entro limiti abbastanza estesi la capacità della vaschetta. La parte superiore della parete laterale della vaschetta è costituita da un cilindro di vetro; l'altra porzione di parete laterale ed il coperchio sono di legno: tutti i pezzi poi si uniscono a vite, come si vede nella figura, ed esternamente sono guarniti di un rivestimento d'ottone, il quale, prolungandosi inferiormente, porta la chiocciola della vite che alza ed abbassa il sacco di cuoio. La canna barometrica ha verso il basso una strozzatura, poi si allarga in un rigonfiamento ed infine termina a foggia di tronco di cono molto allungato: essa viene unita alla vaschetta mediante un pezzo di pelle di camoscio, che si lega da una parte all'estremità del cilindro di legno con cui termina la vaschetta, e dall'altra al collo della strozzatura della canna. Questa pure è rivestita da un cilindro d'ottone, che superiormente ha due fessure longitudinali, attraverso le quali si può vedere la sommità della colonna barometrica. Su questo cilindro è segnata la scala divisa in millimetri, e lo zero di essa corrisponde all'estremità d'una punta d'avorio che è fissata al coperchio della vaschetta, e si protende nell'interno di essa (V. Fig. 8 a sinistra).

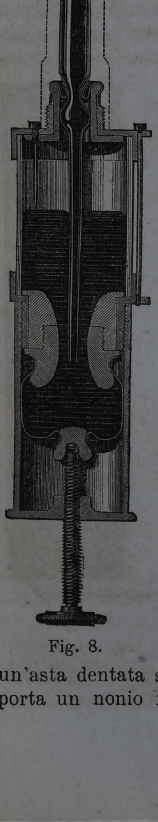

Fig. 8.

Un corsoio che per mezzo d'un bottone e di un'asta dentata si muove lungo la porzione superiore della canna, porta un nonio in corrispondenza alle divisioni della scala e per-

mette di valutare per lo meno i decimi di millimetro. — Quando si voglia fare un'osservazione, si comincia dall'appendere il barometro in modo che sia verticale: a ciò serve una sospensione cardanica, di cui lo strumento è di solito munito, e (nel caso di operazioni in campagna) un treppiedi, le cui gambe, alquanto incavate longitudinalmente, servono, quando siano riunite, di astuccio allo strumento. Poi, alzando od abbassando il fondo della vaschetta per mezzo della vite, si porta il livello del mercurio nella vaschetta a contatto colla punta d'avorio: infine movendo il corsoio superiore e simultaneamente l'occhio in modo che questo si trovi sempre nel piano orizzontale determinato dai due orli opposti del corsoio, si ottiene che questo piano sia tangente alla sommità del menisco: allora si fa la lettura della scala e del nonio.

Quando lo strumento si deva trasportare in viaggio, bisogna spingere la vite che muove il sacco mobile: l'aria della vaschetta esce allora attraverso la pelle di camoscio, ed il mercurio si solleva fino a riempiere interamente la vaschetta e la canna. La maggior resistenza a girar la vite, che si incontra a un certo punto, rende avvertiti che tutto lo stromento è riempito di mercurio, ed allora si allenta alquanto la vite, onde, aumentando la temperatura e dilatandosi il mercurio, lo strumento non si rompa. In un barometro posto in tali condizioni è impossibile che penetri qualche bolla d'aria; nè sono a temersi degli urti, perchè la colonna barometrica, non essendo sospesa, non va a battere contro il fondo della canna. Però anche quando questa si rompesse, è facile sostituirne una nuova: basta infatti far bollire il mercurio nella canna alla maniera indicata nei paragrafi precedenti, poi svitare i varii pezzi che costituiscono la vaschetta, disporre la canna verticale colla bocca in alto, e praticando un piccolo foro in un pezzo di pelle di camoscio, legar questa strettamente intorno al collo della strozzatura e quindi ripiegarla e legarla al cilindro di legno destinato a quest'uopo. In seguito si versa nella vaschetta, che riesce capovolta, tanto mercurio caldo e secco che copra la bocca della canna, ed applicato il sacco di cuoio, ancora aperto dal lato della vite, si versa dell'altro mercurio: infine si lega la bocca del sacco e si applicano la vite e le altre parti dell'astuccio.

98. **Uso del barometro — Correzioni.** — Se nel fare le osservazioni non si adopera il catetometro, si verifica innanzi tutto la verticalità della canna; poi si legge la temperatura del termometro annesso allo stromento, si batte con un dito sulla canna affinchè il mercurio vinca l'adesione col vetro, si fa coincidere il livello del mercurio nella vaschetta colla punta, ed infine si legge col nonio l'altezza a cui corrisponde la sommità del menisco. Alla lettura fatta si devono poi portare le correzioni che ora indicheremo.

1° *Correzione dovuta alla temperatura.* La densità del mercurio varia colla temperatura, e quindi con essa varia anche l'altezza della colonna barometrica corrispondente ad una data pressione. È dunque necessario ridurre l'altezza letta a quello che sarebbe ad una temperatura fissa, e fu scelta la temperatura di 0°. Detta allora h_0 l'altezza a 0°, h_t l'altezza letta e t la temperatura, sarà:

$$h_0 = h_t - 0{,}000180\, h_t \,.\, t.$$

Attribuendo ad h_t il valore normale 760^{mm}, la correzione da farsi diventa prossimamente $-0{,}1368\, t$.

Ma anche la scala si dilata, e se essa è esatta ad una temperatura τ, all'altezza letta devesi aggiungere

$$h_t\, \beta\, (t - \tau)$$

dove β è il coefficiente di dilatazione termica della sostanza di cui è costituita la scala. Perciò l'*altezza ridotta a* 0° è

$$h_0 = h_t - 0{,}000180\, t \,.\, h_t + \beta\, (t - \tau)\, h_t.$$

Se τ è, come d'ordinario, eguale a 0°, sarà

$$h_0 = h_t - (0{,}000180 - \beta)\, t \,.\, h_t.$$

β ha il valore 0,000018 per l'ottone, e 0,000008 pel vetro, sicchè per un'altezza media di 760^{mm} la correzione totale è di millimetri

$-0{,}123\, t$ se la scala è di ottone

$-0{,}131\, t$ » » vetro.

A maggior comodità abbiamo inserito in fine del volume le Tav. XV e XVI, che danno le correzioni per le varie temperature e per le differenti altezze barometriche.

2° *Correzione dovuta alla depressione capillare.* Questa correzione è sempre alquanto incerta: nei barometri di precisione si cerca di evitarla usando una canna di grande sezione. In fine del volume si troverà la tavola XIV, che dà il valore della depressione capillare in funzione del raggio della canna e dell'altezza del menisco: quest'ultima si valuta abbastanza esattamente per mezzo del nonio.

3° *Correzione relativa alla tensione dei fluidi contenuti nella camera barometrica.* La tensione del vapore di mercurio alla temperatura ordinaria è assai piccola; tuttavia volendo tenerne conto per correggere l'altezza barometrica, si ricorrerà alla Tav. XXXIII.

Ma nella camera barometrica possono essersi introdotte delle bollicine d'aria, e convien tener conto di questa causa perturbatrice.

A tal uopo si esprime la capacità v del vuoto torricelliano, corrispondente ad un'altezza b della colonna barometrica, per l'altezza di un cilindro, il cui raggio sia quello della canna barometrica. Si abbassa o si innalza la canna nella vaschetta, per modo che la capacità del vuoto diventi v_1, e si torna a leggere l'altezza barometrica b_1. Supponendo che nel frattempo la pressione dell'aria non abbia variato (del che ci fa accorti l'osservazione di un altro barometro), le altezze b e b_1 dovrebbero essere eguali; ma se nella camera del barometro, che si esamina, esistono dei fluidi, b, sarà diverso da b, e detto B lo stato barometrico vero, e θ e θ_1 le tensioni dei fluidi nella prima e nella seconda osservazione, sarà

$$B = b + \theta = b_1 + \theta_1 .$$

Di più per la legge di Mariotte avremo

$$\theta : \theta_1 = v_1 : v$$

e quindi

$$B = \frac{v b - v_1 b_1}{v - v_1}$$

$$\theta = B - b = \frac{v_1 (b - b_1)}{v - v_1}$$

θ è la correzione che si deve portare alla lettura b corrispondente alla capacità v della camera, onde ottenere lo stato barometrico esatto. Se ora b varia, con esso varia anche v, e sostituendo i nuovi valori nell'ultima delle formole precedenti si potrà calcolare la nuova tensione θ e formare anche una piccola tavola di correzione. Convien però avvertire che la tensione θ varia colla temperatura e che diventa

$$\theta_1 = \theta [1 + 0{,}00367 (t - \tau)]$$

alla temperatura t, supposto che τ sia la temperatura per la quale fu calcolata la tavola.

4° *Correzione degli errori della scala.* Gli errori di graduazione della scala si possono riconoscere coi metodi esposti al paragrafo 38 ovvero con accurati confronti fatti mediante un buon catetometro. Di questi errori e delle correzioni corrispondenti non occorre dunque che torniamo a occuparci. Ma una causa più frequente di errori proviene da ciò, che lo zero della scala non coincide coll'estremità della

punta a contatto del mercurio esterno, e questo errore si determina confrontando le altezze lette sul barometro con quelle date da un barometro campione osservato mediante un catetometro.

5° *Correzione relativa alla gravità.* Le correzioni anteriori bastano per ottenere la vera altezza barometrica; ma se si desidera di conoscere la *pressione atmosferica*, bisogna tener conto della variazione della gravità, dalla quale dipende il peso dell'unità di volume del mercurio. Dicasi

h l'altezza barometrica,

p il peso dell'unità di volume del mercurio al livello del mare ed a 45° di latitudine,

λ la latitudine del luogo,

H l'altezza in metri del luogo medesimo sopra il livello del mare.

La pressione P sull'unità di superficie è

$$P = p h\,(1 - 0{,}0028 \cos 2\lambda - 0{,}0000003\, H).$$

99. **Altri barometri.** — Nelle ricerche fisiche è quasi esclusivamente adoperato il barometro a vaschetta, pure faremo cenno anche del barometro a sifone e dell'aneroide. Al primo furono date varie forme, specialmente per renderlo trasportabile e facilitarne la lettura, ma anche per questo barometro il miglior modo di determinare l'altezza della colonna è quello di adoperare un catetometro. Le correzioni, che abbiamo enumerate nel paragrafo precedente, valgono anche per questo stromento; solo si deve ommettere quella dovuta alla capillarità ogniqualvolta le due braccia del sifone siano di egual diametro. L'eliminazione di un errore tanto incerto, quale è quello dovuto alla depressione capillare, costituirebbe un bel pregio del barometro a sifone; ma sfortunatamente si riconobbe che l'azione della capillarità non è la stessa nelle due braccia e quindi questo barometro viene meno usato di quello di Fortin. Si può tuttavia ottenere esattezza determinando di tratto in tratto con molta cura l'altezza del menisco nelle due braccia e tenendo conto della differenza delle corrispondenti depressioni capillari: allora è più spedito leggere su ogni scala la posizione della base del menisco, anzichè quella della sua sommità.

Anche i barometri aneroidi ricevettero diverse forme, e furono in questi ultimi tempi molto perfezionati; ma i fisici non sono ancora d'accordo intorno alla opportunità di essi per misure di precisione. Questa discrepanza di giudizii dimostra che il barometro aneroide non fu ancora bastantemente studiato; ci limiteremo quindi a pochi cenni sui suoi difetti e sul suo uso.

Il difetto principale consiste nella necessità di ampliare piccoli movimenti, onde renderli sensibili, e questo passaggio dal piccolo al grande è in generale tanto più dannoso, quanto più complicato è

il congegno di trasmissione. Un altro difetto sta in ciò, che, prima di usare un aneroide, conviene averlo paragonato a lungo con un barometro a mercurio, affine di determinare le correzioni della scala e le variazioni che queste soffrono coll'andar del tempo. Di più bisogna calcolare una tavola che dia le correzioni relative alla temperatura, e ciò si fa trasportando il barometro in luoghi vicini, ma di temperature molto diverse, tenendo conto delle eventuali variazioni di pressione atmosferica e prendendo il medio di molte osservazioni: queste correzioni hanno per lo più lo stesso segno delle corrispondenti nel barometro a mercurio, ma variano da stromento a stromento. Trascorso un certo tempo, la tavola di correzione della scala non è più esatta, ma si osservò che nei buoni stromenti le differenze si mantengono costanti in tutta l'estensione della scala, in modo che il barometro aneroide presenta un fenomeno simile a quello dello spostamento dello zero nei termometri: alcune nuove osservazioni di confronto basteranno quindi ad accomodare la tavola precedentemente calcolata.

Il modo di costruzione di alcuni aneroidi richiede che l'indice stia orizzontale: per altri invece esso deve rimaner verticale, e a ciò conviene por mente nel loro uso. Prima di far la lettura, è bene battere col dito sul vetro della custodia; oppure, secondo Schreiber, agitare alquanto lo strumento, affinchè l'indice assuma la debita posizione (*).

b) Manometri.

100. **Manometro ad aria libera.** — Dopo quanto abbiamo detto sul barometro poco dovremo aggiungere sui manometri. Questi stromenti sono di due specie, cioè ad *aria libera* e ad *aria compressa*: quanto ai manometri metallici, non ne parliamo perchè nei laboratorii non vengono adoperati e perchè ad ogni modo la loro graduazione è sempre fatta mediante il confronto con un manometro campione. Delle due specie di manometri, che di sopra abbiamo distinte, è migliore la prima, cioè quella che misura la pressione di un gas mediante la differenza d'altezza di un liquido in un tubo che da una parte comunica col serbatoio del gas e dall'altra coll'aria atmosferica.

(*) Th. Nowak, *Das barom. Höhenmessen mit dem Aneroid* (Wien, 1869).
Goldschmid, *Carl's Repert.*, Vol. VI, p. 155.
A. Laussedat e A. Magnin, *Les Mondes*, XXX, (2), 335 (1873).
Balfour Stewart, *Phil. Mag.*, XXXVII, 65 (1869).
Elschnig, *Anleitung zu barom. Nivellirungen*. Salzburg, 1869.
Schreiber, *Carl's Repert.*, IX, 193 (1873).

Per piccolissime differenze di pressione si adopera un liquido leggero ed ordinariamente l'acqua, che per maggior comodo si tinge con laccamuffa o carmino od altra sostanza: allora il manometro consiste semplicemente in un tubo ricurvo disposto in piano verticale, aperto da un capo, e dall'altro in comunicazione col recipiente del gas. Una scala divisa in millimetri interposta alle due braccia del tubo permette di leggere la differenza d'altezza del livello del liquido, e se si vuol ridurre questa differenza di pressione in colonna di mercurio, basta ricorrere alla Tav. XVII posta in fine del libro. Un apparecchio di questo genere può, per esempio, servire a far conoscere la pressione del gas illuminante, o di un gas che si sviluppa da un matraccio, o di quello rinchiuso in un gasometro, ecc.

Per maggiori differenze di pressione si può usare un apparecchio consimile e solo sostituire il mercurio all'acqua, ma se la differenza di pressione è considerevole, si adopera uno stromento speciale, che esternamente ha l'apparenza di un barometro a lunga canna: però questa è aperta ad ambedue i capi, e la vaschetta è chiusa superiormente e comunica solo col serbatoio del gas o del vapore, di cui si vuol conoscere la tensione. Allora questa è data dalla differenza di livello del mercurio nella vaschetta e nella canna, aggiuntavi la pressione atmosferica che si esercita liberamente sulla superficie del mercurio nella canna.

Quando poi si devano misurare con grande esattezza pressioni molto forti, convien ricorrere ad un apparecchio simile a quello che il Regnault ha adoperato nelle sue ricerche intorno alla legge di Mariotte ed alla tensione dei vapori. Noi non parleremo di questo apparecchio, che si trova descritto in quasi tutti i trattati di fisica, ma ricorderemo alcune avvertenze, di cui non tutti i trattati si occupano. Per ottenere esattezza nella misura della pressione conviene

1° Ridurre l'altezza letta della colonna a quello che sarebbe a 0° (§ 98);

2° Tener conto della pressione atmosferica quale si esercita alla superficie libera del mercurio e quindi correggere l'altezza barometrica, se questa vien letta ad un livello diverso (§ 103-105);

3° Correggere la densità del mercurio a 0°, in quanto che il liquido è alquanto compressibile ed ha differenti densità secondo le differenti pressioni.

La prima almeno di queste correzioni dee farsi anche adoperando manometri di proporzioni più modeste di quello di Regnault.

Fu già descritto prima d'ora il barometro differenziale, che serve per la misura di pressioni inferiori a quella dell'atmosfera (§ 84).

101. **Manometro ad aria compressa.** — Il manometro ad aria compressa consta di una robusta canna di cristallo chiusa al capo

superiore e che coll'estremità inferiore pesca in una vaschetta cilindrica in parte occupata da mercurio. Il coperchio di questa è attraversato dalla canna e da un tubo che mette in comunicazione la vaschetta col recipiente in cui si trova il gas od il vapore di cui si vuol misurare la pressione. La canna è riempiuta d'aria, ed alla pressione atmosferica il mercurio è ad egual livello in essa e nella vaschetta: per pressioni superiori il livello del mercurio nella canna si eleva ed una scala graduata segna la pressione corrispondente ad ogni altezza del mercurio. Se la canna e la vaschetta sono ambedue esattamente cilindriche e diciamo r ed R i raggi interni rispettivi, h la lunghezza dell'interno della canna ed x l'altezza del livello del mercurio per una pressione di n atmosfere, contate l'una e l'altra dalla sezione per la quale il mercurio è ad egual livello all'esterno ed all'interno della canna, si trova

$$x = \frac{1}{2c}\left\{n + ch - \sqrt{(n+ch)^2 - 4ch\,(n-1)}\right\}$$

essendo

$$c = \frac{1}{760}\left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Nel caso che R sia molto grande in confronto di r, si può ritenere $c = \frac{1}{760}$ ed allora

$$x = 380\left\{n + \frac{h}{760} - \sqrt{\left(n + \frac{h}{760}\right)^2 - \frac{4h}{760}\,(n-1)}\right\}$$

e se il manometro si riduce ad un tubo di uniforme diametro piegato ad U, la parte inferiore del quale sia occupata da mercurio, è $R = r$, quindi $c = \frac{2}{760}$ e perciò

$$x = 190\left\{n + \frac{2h}{760} - \sqrt{\left(n + \frac{2h}{760}\right)^2 - \frac{8h}{760}\,(n-1)}\right\}.$$

L'altezza h del tubo e la x vanno anche in quest'ultimo caso contate da quella sezione, per la quale il mercurio è ad egual livello nelle due braccia del tubo ad U.

Il manometro ad aria compressa ha l'inconveniente di diminuire di sensibilità al crescere della pressione: per ovviare a questo difetto si dà molte volte alla canna la forma di un tronco di cono, il quale pesca colla base più ampia nel mercurio della vaschetta e superiormente si allarga in un rigonfiamento. Allora la graduazione dello stromento si fa paragonandolo con un manometro ad aria libera; e in generale è prudente seguire questo metodo per qualunque manometro ad aria compressa, in quanto che è assai difficile che il raggio della canna sia esattamente costante per tutta la lunghezza di essa.

Misura del tempo.

102. **Misura del tempo.** — Ben poco possiamo dire su questo argomento che sotto l'aspetto teorico riguarda l'astronomia e sotto l'aspetto pratico la meccanica. In generale il tempo si misura per mezzo d'un orologio. Se questo è a pendolo, deve stare infisso in un muro, dove non soffra nè scuotimenti, nè repentine variazioni di temperatura, e deve essere collocato in modo che le oscillazioni si facciano egualmente ampie dalle due parti della verticale che passa pel punto di sospensione. Se invece è un cronometro a molla, è bene tenerlo sempre nella sua custodia o coricato o verticale, secondo la posizione per la quale fu regolato, giacchè il toglierlo da essa potrebbe influire sull'elasticità dello spiraglio e sulla regolarità del suo moto. È anche consigliabile di caricarlo sempre alla stessa ora, onde togliere le differenze che si avrebbero nell'andamento dell'orologio per la diversa elasticità della molla.

Se occorra misurare un tempo in modo da tener conto d'una frazione assai piccola di secondo, convien ricorrere a speciali artifizii ed uno dei più comodi e dei più usati consiste nell'uso d'un diapason come stromento misuratore del tempo. Di questo sistema si servì ad esempio il Regnault nelle sue esperienze sulla propagazione del suono (*). Nel suo apparecchio tre punte toccavano una lista di carta affumicata sopra una faccia, e che si svolgeva presso a poco come la carta del telegrafo di Morse. Se tutte tre le punte fossero state immobili, avrebbero tracciato sulla carta tre rette parallele: ma la punta di mezzo era applicata ad un grosso diapason, le cui vibrazioni erano mantenute per mezzo di due elettro-calamite situate ai due lati delle sue branche e che eran rese attive da una corrente periodicamente interrotta ad intervalli eguali alla durata di una vibrazione del diapason. Questa punta segnava dunque una linea sinuosa, ed ogni flessuosità di questa indicava una vibrazione del corista. Un'altra delle punte veniva alquanto spostata dalla sua posizione ordinaria ad ogni battuta d'un pendolo, ed anche questo movimento veniva regolato dall'elettricità: infine la terza punta era pur essa deviata dalla sua posizione consueta ogni volta che veniva interrotto un circuito elettrico. Osservando dunque le tre linee segnate sulla carta si poteva tosto vedere quante vibrazioni faceva il diapason in un secondo, e

(*) Regnault, *Mém. de l'Acad. de France*, T. XXXVII, 1868.

quante vibrazioni venivano compiute nel tempo in cui rimaneva interrotta la corrente, che agiva sulla terza punta. Dall'ultimo numero si deduceva dunque con precisione il valore di quel tempo, che nel caso delle esperienze di Regnault corrispondeva a quello impiegato da un'onda sonora a percorrere un tubo assai lungo.

Abbiamo indicato il principio, sul quale si è fondato l'illustre fisico francese, perchè può tornar utile in molte altre ricerche. La costruzione poi degli apparecchi che sono più appropriati allo scopo, è cosa che riguarda la meccanica pratica, e nella quale non possiamo entrare: tuttavia con mezzi anche più modesti di quelli usati da Regnault si può in molti casi conseguire l'intento. In fatti quasi ogni gabinetto di fisica è provveduto di un apparecchio telegrafico di Morse e di alcuni diapason di König, i quali, interrompendo una corrente elettrica, continuano indefinitamente a vibrare: combinando e modificando opportunamente questi due stromenti non è difficile riescire ad un apparecchio misuratore delle piccole frazioni di tempo abbastanza comodo e preciso. Diremo perciò qualche cosa su alcune avvertenze accessorie.

Lo stilo adoperato da Regnault per scalfire la fuliggine deposta sulla carta era d'ottone ed avea la punta smussata e forma alquanto ricurva. Altri sperimentatori adoperarono invece degli stili lunghi 4^{cm} e larghi alla base circa 6^{mm}, formati da striscie appuntite e ricurve di carta metallica molto flessibile: essi possono venir fissati ad una delle faccie più ristrette del corista mediante un pezzetto di cera comune o mista a trementina (*).

Per affumicare la striscia di carta, Regnault la faceva passare sopra la fiamma di una lampada a grosso lucignolo di cotone alimentata da olio di colza misto a poca quantità di petrolio; ma si può adoperare petrolio, canfino, benzina, trementina, o qualunque altra sostanza che dia fiamma fumosa: per impedire poi che la carta bruci al contatto della fiamma la si inumidisce alquanto. Perchè la striscia di carta, passando fra i due cilindri che servono a tenderla, non perda una parte della fuliggine da cui è coperta, si può, come fece Regnault, rivestire il cilindro che sta a contatto della faccia annerita con alcuni sottili anelli di pelle, che tocchino la carta solo in punti nei quali non possa certo venir scalfita dalle punte. Finita la operazione, per fissare il disegno tracciato sul nero-fumo si fa passare la carta per una soluzione di 1^{gr} di gomma lacca in un litro d'alcool, tenendola colla faccia annerita volta all'insù. Si può anche bagnare la carta con alcool concentrato, e, quando è asciutta, ba-

(*) F. J. Pisko, *Die neueren Apparate der Akustik*, Wien, Gerold, 1865, p. 61.

gnarne la faccia bianca con una vernice che si asciughi rapidamente: per proteggere ancor meglio il disegno si può poi far passare la carta attraverso una soluzione d'albumina nell'acqua o di sandracca nell'alcool. Se invece si è depositata la fuliggine su una lastra di vetro, è meglio fissarla con un leggero strato di collodio. Si dee aver cura che il diapason dia vibrazioni tutte di eguale ampiezza, e se ciò non avvenisse, converrebbe regolar meglio l'apparecchio interruttore: sopra il mercurio, nel quale si immerge alternativamente la punta che interrompe la corrente, è bene versare uno strato d'alcool. Finalmente tutto l'apparecchio deve essere appoggiato ad un solido sostegno, giacchè un tavolo entrerebbe facilmente in vibrazione e ne potrebbero seguire delle irregolarità nell'azione dello stromento.

Qualche volta importa avere un ritmo onde ripetere regolarmente certi moti, girare, ad esempio, una manovella con data velocità ecc.: allora può servire un pendolo qualunque, che di per sè oscilli per qualche tempo, oppure un metronomo di Maelzel, il quale ha il vantaggio di marcare assai bene i singoli intervalli e di permettere di variarli entro limiti molto estesi.

Ipsometria.

103. **Formola ipsometrica.** — Scopo di questa parte della fisica pratica è di desumere dalla differenza fra le altezze delle colonne barometriche lette contemporaneamente in due stazioni situate a piccola distanza orizzontale ed a differente livello, la differenza delle elevazioni di queste. Daremo la dimostrazione di una formola che vale a tal uopo, citeremo poi altre formole, che da quella derivano con piccole modificazioni, e da ultimo esporremo le norme pratiche per ottenere buoni risultati.

Ad un'altezza di h metri sul livello del mare sia p la pressione atmosferica sull'unità di superficie e B_0 l'altezza della colonna barometrica espressa in metri e ridotta a 0°; indicando allora con D_0 la densità del mercurio a 0°, sarà

I. $$p = B_0 D_0 .$$

Detto δ_0 la densità dell'aria a 0° e a $0^m,76$ di pressione, ed α il suo coefficiente di dilatazione, la sua densità alla pressione B_0 ed alla temperatura t è

II. $$\delta = \delta_0 \cdot \frac{B_0}{0,76} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} .$$

Ad un'altezza $h + dh$ la pressione diventa $p - dp$, e sarà

$$-dp = \delta \, . \, dh$$

ovvero per la I

$$\delta \, . \, dh = -dp = -D_0 \, . \, dB_0$$

e da questa col mezzo della II si ricava

$$dh = -0{,}76 \, (1 + \alpha t) \, \frac{D_0}{\delta_0} \, . \, \frac{dB_0}{B_0} \, .$$

Indicando ora con H la differenza di livello fra le due stazioni, con B_0 l'altezza barometrica della stazione più bassa e con b_0 quella della più alta, ed integrando il primo membro della equazione anteriore fra i limiti 0 ed H ed il secondo fra B_0 e b_0, nella supposizione di t costante, si ha

$$H = 0{,}76 \, . \, k \, (1 + \alpha t) \, \frac{D_0}{\delta_0} \, \log \, \frac{B_0}{b_0} \, .$$

I logaritmi sono i tavolari e k ha il valore 2,302 585 . . .

A dir vero la temperatura non è costante, ma non conoscendosi in qual modo essa varii al variar dell'altezza, si prende per t il medio aritmetico delle temperature t' e t'' della più bassa e della più alta stazione, cioè

$$t = \frac{t' + t''}{2} \, .$$

Se poi diciamo B, b le altezze barometriche non ancora ridotte a 0°, e β il coefficiente di dilatazione assoluta del mercurio diminuito del coefficiente di dilatazione lineare della scala, sarà

$$\frac{B_0}{b_0} = \frac{B \, (1 - \beta t')}{b \, (1 - \beta t'')}$$

e quindi assai prossimamente

$$\log \, \frac{B_0}{b_0} = \log \, \frac{B}{b} - \frac{\beta}{k} \, (t' - t'').$$

Supponendo che la scala sia di ottone, è

$$\beta = 0{,}000\,162$$

e quindi

$$\frac{\beta}{k} = 0{,}000\ 07.$$

Infine volendo tener conto anche della variazione della gravità convien sostituire a δ_0 il valore

$$\delta_0 (1 - 0{,}0028 \cos 2\lambda) (1 - 0{,}00000031\, h)$$

dove λ indica la latitudine geografica del luogo ed h la media delle altezze delle due stazioni sul livello del mare. Dunque sapendo che

$$D_0 = 10517\, \delta_0$$

si ha la formola definitiva:

$$H^m = 18404{,}4 \left(1 + 0{,}00367\ \frac{t' + t''}{2}\right) (1 + 0{,}0028 \cos 2\lambda)$$
$$(1 + 0{,}00000031\, h) \left(\log \frac{B}{b} - 0{,}00007\ (t' - t'')\right).$$

104. **Altre formole.** — Bauernfeind diede la formola

$$H^m = 18404{,}9\ (1 + 0{,}0026 \cos 2\lambda) \left(1 + \frac{2z + H}{r}\right) \left[1 + \frac{3}{16} (\varphi' + \varphi'')\right]$$
$$\left(1 + 0{,}003665\ \frac{t' + t''}{2}\right) \left\{\log \frac{B_0}{b_0} + 0{,}86859\ \frac{H}{r}\right\}$$

e Rühlmann tenendo conto di molte correzioni offrì la seguente (*):

$$H^m = 18400{,}2 \left(1{,}00157 + 0{,}00367\ \frac{t' + t''}{2}\right) \left(1 + 0{,}378\ \frac{\varphi' + \varphi''}{2}\right)$$
$$(1 + 0{,}002623 \cos 2\lambda) \left(1 + \frac{2z + H}{6378150}\right) \log \frac{B_0}{b_0}.$$

In queste due ultime formole z indica l'altezza della stazione inferiore sul livello del mare, r è il raggio terrestre, e φ' e φ'' de-

---

(*) Rühlmann, *Die barometrische Höhenmessungen und ihre Bedeutung für die Physik der Atmosphäre*, Leipzig, 1870. Barth.

notano, per le due stazioni, il rapporto fra la tensione del vapore acqueo esistente nell'aria e la pressione atmosferica complessiva: B_0 e b_0 sono sempre le altezze barometriche ridotte a 0° e tutto è espresso in metri.

Un'altra formola, che può valere nel maggior numero dei casi e che si desume da quella che abbiamo dimostrata, tralasciando alcune correzioni, è

$$H^m = 18405\ (1 + 0{,}0028 \cos 2\lambda) \left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right) \log \frac{B_0}{b_0}\,.$$

Babinet (*) ricavò una formola che dispensa dall'uso dei logaritmi e che è sufficientemente esatta per differenze d'altezza inferiori a 1000^m. Se si pone

$$B_0 + b_0 = s\,, \quad B_0 - b_0 = d,$$

si ha

$$\log \frac{B_0}{b_0} = \log \left(\frac{s+d}{s-d}\right) = \log \left(\frac{1+\frac{d}{s}}{1-\frac{d}{s}}\right) =$$

$$= \log \left(1 + \frac{d}{s}\right) - \log \left(1 - \frac{d}{s}\right) =$$

$$= 2 \times 0{,}43429 \left[\frac{d}{s} + \frac{1}{3}\left(\frac{d}{s}\right)^3 + \ldots\right],$$

cioè prossimamente

$$\log \frac{B_0}{b_0} = 0{,}43429 \times 2\,\frac{d}{s} = 0{,}86858\,\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}\,.$$

Sostituendo quindi questo valore nella formola

$$H^m = 18405 \left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right) \log \frac{B_0}{b_0}$$

si ha con molta approssimazione

$$H^m = 16000 \left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right) \frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}\,.$$

(*) Babinet e Housel, *Calculs pratiques appliqués aux sciences d'observation*, Paris, Mallet Bachelier, 1857, p. 175.

Infine una formola approssimativa, i cui risultati differiscono appena di due o tre metri da quelli offerti dalle formole anteriori e che può valere fino a 1500 o 1600 metri, è la seguente dovuta a Laussedat e Magnin (*)

$$H^m = (B_0 - b_0)\left\{22^m,63 - 0,008\ (B_0 + b_0)\right\}\left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right).$$

In questa formola B_0 e b_0 devono essere espressi in millimetri.

105. **Riduzione a livello del mare d'una colonna barometrica.** — Le formole citate di sopra possono anche impiegarsi per ridurre l'altezza della colonna barometrica osservata in un luogo qualunque, di cui sia nota l'elevazione, a quello che sarebbe al livello del mare. Per piccole differenze di livello e per i casi più comuni può bastare la formola di Babinet, la quale risolta rispetto a B_0, dà:

$$B_0 = b_0\,\frac{16000\left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right) + H}{16000\left(1 + \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right) - H}.$$

Se H è molto piccolo, si può ritenere la formola approssimata

$$B_0 = b_0\,(1 + 0,000125\,H).$$

La formola di Laussedat e Magnin, risolta approssimativamente rapporto a B_0, dà

$$B_0 = b_0 + \frac{H\left(1 - \frac{2\,(t' + t'')}{1000}\right)}{22^m,63 - 0,016\,b_0 - 0,00075\,H}$$

dove b_0 e B_0 sono espressi in millimetri, ed H in metri.

Per determinare t', che è ignoto, alcuni ammettono che la temperatura dell'aria decresca di 1° per 180 metri di elevazione; ma non è prudente affidarsi a questa regola che venne molte volte contraddetta dalle osservazioni: potendo, è meglio determinare il decremento della temperatura per ogni luogo e per ogni stagione, facendo il confronto colle temperature contemporanee di luoghi vicini e posti a livello più basso.

(*) *Les Mondes*, T. XXX, II^e sér., pg. 335, 20 févr. 1873.

106. **Errori nella misura delle altezze col barometro e norme pratiche.** — Per determinare l'errore, che le inesattezze nelle misure della temperatura e della pressione inducono nel valore di H, ci basterà considerare la formola approssimata

$$H^m = 18405^m \left(1 + 2\,\frac{t' + t''}{1000}\right) \log \frac{B_0}{b_0}\,.$$

Prendendo i logaritmi e poi differenziando si ottiene (§ 4)

$$\frac{dH}{H} = \pm\left[\frac{2\,(dt' + dt'')}{1000\left(1 + 2\,\frac{t' + t''}{1000}\right)} + M\left(\frac{dB_0}{B_0} - \frac{db_0}{b_0}\right)\frac{1}{\log\frac{B_0}{b_0}}\right]$$

dove M è il modulo dei logaritmi tavolari eguale a 0,43429 . . . Gli errori dt' e dt'' della temperatura dell'aria si devono considerare eguali, ed eguali pure si devono ritenere gli errori dB_0 e db_0 delle letture barometriche ridotte a 0°; se non che, volendo comprendere il caso più sfavorevole, converrà supporli di segno contrario: di più il divisore $1 + 2\,\frac{t' + t''}{1000}$, che è poco diverso dall'unità, si potrà sopprimere, ed allora la formola antecedente diverrà

$$\frac{dH}{H} = \pm\left[0{,}004\,dt' + M\left(\frac{1}{B_0} + \frac{1}{b_0}\right)\frac{dB_0}{\log\frac{B_0}{b_0}}\right],$$

e moltiplicando per H

$$dH = \pm 18405\left(1 + 2\,\frac{t' + t''}{1000}\right)\left[0{,}004\,dt' \log\frac{B_0}{b_0} + \right.$$

$$\left. + M\left(\frac{1}{B_0} + \frac{1}{b_0}\right)dB_0\right].$$

È poi a notarsi che in dB_0 è compreso, oltrechè l'errore dovuto alla lettura barometrica, anche quello introdotto dall'imperfetta riduzione a 0° della colonna.

Le due formole antecedenti mostrano che:

1° L'errore relativo della misura delle altezze mediante il barometro cresce cogli errori che si commettono nelle misure termometriche e barometriche;

2° Gli errori nelle letture barometriche e nella loro riduzione a 0° sono tanto più dannosi quanto più piccola è H;

3° L'errore relativo, che un dato errore nella determinazione della temperatura dell'aria può per sè solo apportare, non varia al variare di H;

4° A pari circostanze l'errore relativo è tanto maggiore quanto più alta è la stazione inferiore sul livello del mare;

5° L'errore assoluto dell'altezza cresce colle quantità dB_0, dt', ed H, ma con minor proporzione di H (*).

La diligenza dell'osservatore può fino ad un certo punto diminuire gli errori, ed a tal fine gioveranno le norme seguenti.

I barometri, che si adoperano nelle due stazioni, devono essere perfettamente d'accordo fra loro, od almeno devono essere stati paragonati prima e dopo di una serie di misure ipsometriche, onde riconoscere il valore e la costanza della differenza nelle loro indicazioni.

Le osservazioni si fanno con quelle avvertenze che furono esposte al § 98, procurando inoltre che gli stromenti siano protetti dai raggi del sole diretti o riflessi e da repentine variazioni di temperatura, ed aspettando che abbiano raggiunta la temperatura dell'ambiente. I termometri poi devono essere sospesi piuttosto alti dal suolo e lontani da pareti o da altri oggetti che colla loro irradiazione possano esser causa di errori. Si avranno risultati tanto più esatti, quanto minore è la distanza orizzontale delle due stazioni (**), e quanto meno queste sono chiuse entro valli: inoltre si deve cercare che le letture dei barometri nelle due stazioni siano contemporanee, e che il tempo sia calmo e costante e senza forti variazioni barometriche.

Ma quantunque si proceda con tutte le cure, la differenza d'altezza di due stazioni determinata mediante il barometro in diverse ore e in diverse stagioni non si trova costante. Dai lavori di Ramond, di Bauernfeind e specialmente di Rühlmann risulta, che esiste un periodo giornaliero ed un periodo annuo; ed in mancanza di più estese ricerche riassumeremo i risultati ottenuti da Rühlmann ponendo a calcolo molte esperienze proprie e le osservazioni meteorologiche di sei anni per Ginevra e pel S. Bernardo, la cui differenza di livello è 2070^m.

(*) Bauernfeind, *Beobachtungen und Untersuchungen über die Genauigkeit barometrischer Höhenmessungen und die räumlichen Temperaturänderungen der Atmosphäre*, ed anche *Elemente der Vermessungskunde*, III Auflage, p. 690, Stuttgart, Cotta, 1869.

Secondo Bauernfeind l'errore possibile per la temperatura dell'aria sarebbe $dt' = 2°,5$ C. ed anche più, per quella del mercurio $1°,3$ C. e per la lettura barometrica $0^{mm},2$.

(**) Secondo Rühlmann questa distanza non deve oltrepassare 45 chilometri.

Le altezze dedotte dalle osservazioni barometriche risultano in generale notevolmente maggiori di giorno che di notte e mostrano un periodo giornaliero molto spiccato, ma variabile da mese a mese e da luogo a luogo. Le altezze così calcolate raggiungono il loro massimo poco tempo prima della massima temperatura giornaliera, cioè in generale intorno ad un'ora pomeridiana, poi diminuiscono rapidamente fino a sera, più lentamente durante la notte, e raggiungono il loro minimo circa una o due ore prima del levar del sole: da questo punto crescono rapidamente fino al massimo. Il periodo giornaliero si mostra distinto solo quando il tempo sia calmo e il cielo sereno, cosicchè l'irradiazione possa avvenire liberamente. In giorni torbidi o ventosi l'ampiezza scema e si riduce presso a poco alla metà. In estate le variazioni giornaliere sono molto considerevoli, perchè giungono perfino a 40^m su una differenza d'altezza di 2070^m: nell'autunno e nell'inverno sono molto minori ed in dicembre scendono a soli 12^m.

Le altezze desunte dalle medie annue delle osservazioni meteorologiche differiscono assai poco dal valor vero, ma quelle dedotte dalle medie giornaliere e mensili sono differenti fra loro e mostrano un periodo annuo: esse sono troppo piccole nell'inverno e troppo grandi in estate. L'ampiezza del periodo annuo è minore di quella del periodo giornaliero, ma non è trascurabile. Così, per esempio, le differenze d'altezza fra Ginevra ed il S. Bernardo calcolate colle medie mensili han dato i seguenti errori:

Gennaio	$-14^m,0$	Luglio	$+9^m,0$
Febbraio	$-8,8$	Agosto	$+5,0$
Marzo	$-0,8$	Settembre	$-2,0$
Aprile	$+0,9$	Ottobre	$-10,2$
Maggio	$+2,4$	Novembre	$-9,7$
Giugno	$+8,5$	Dicembre	$-13,3$

Media differenza dell'anno $= -2^m,8$.

Bauernfeind e Rühlmann attribuiscono tutte queste variazioni al fatto, che i termometri non segnano la vera temperatura dell'aria, ed a qualche altra causa di minor importanza, ma per questi particolari rimandiamo all'opera citata.

Circa all'influenza de' venti, furono trovati risultati poco concordanti ed anche opposti dai singoli osservatori, nè tale questione può

essere bene studiata, se non dopo chiarito e determinato il periodo giornaliero.

Secondo Rühlmann le ore più propizie per ottenere buoni risultati sono nei singoli mesi le seguenti:

Gennaio	1 pom.	Luglio	6 ½ ant. e 9 ½ pom.
Febbraio	10 ant. e 4 »	Agosto	7 » » 7 ½ »
Marzo	8 » » 6 »	Settembre	8 » » 6 »
Aprile	7 ½ » » 7 »	Ottobre	10 » » 3 ½ »
Maggio	7 » » 7 »	Novembre	10 ½ » » 2 ½ »
Giugno	6 ½ » » 9 ½ »		

Pel dicembre si ottengono sempre altezze inferiori al vero, sicchè in tal mese non è opportuno eseguire osservazioni di questo genere. Le ore sopraindicate valgono per le nostre zone e sono dedotte dalle medie mensili, sicchè corrispondono presso a poco ai 15 del mese.

Non potendo eseguire un gran numero di osservazioni in tempi diversi, sarà utile farne di 10 in 10 minuti un egual numero prima e dopo dell'ora più opportuna, e prendere la media corrispondente.

Anche il barometro aneroide viene adoperato per misurare le altezze, e secondo Laussedat e Magnin, tenendo conto della temperatura e potendo disporre di buoni stromenti, si può contare su un'approssimazione di 10^m a 15^m su 1200^m d'altezza.

107. **Misura delle altezze mediante il termometro.** — La temperatura d'ebollizione dell'acqua dipende dalla pressione, sicchè osservando la temperatura d'ebollizione per un dato luogo ed approfittando della Tav. XXXII si può desumere la pressione atmosferica e quindi l'altezza del luogo sul livello del mare. A questo scopo si usano termometri speciali, che segnano solo le temperature intorno a 100°, e che hanno gradi molto lunghi, in modo che si possa rilevare almeno il centesimo di grado. Le osservazioni poi si conducono con le cure che saranno esposte parlando della determinazione del punto 100° dei termometri (§ 115).

È notevole che la variazione d'altezza sopra il livello del mare è quasi esattamente proporzionale alla variazione del punto d'ebollizione, e ciò ha condotto d'Abbadie a costruire termometri con scala divisa in parti eguali, sulla quale vien letta direttamente l'altezza del luogo. Si troverà in fine del volume una tavola estratta da una

memoria di Radau (*) (Tav. XIX), la quale offre la temperatura d'ebollizione per le varie altezze e le differenze di questa temperatura per 100^{m} di elevazione. Si rileva da essa che ove un termometro abbia il grado lungo 3 centimetri e si legga il decimo di millimetro, questo corrisponde a circa un metro di differenza nell'altezza. Benchè questi termometri siano comodi, non possono però assicurare l'esattezza che si ottiene col barometro.

Circa alle norme pratiche ci riportiamo al paragrafo precedente ed a quanto diremo in generale intorno ai termometri.

(*) Carl, *Repert. für exp. Phys.* Vol. II, p. 258.

PARTE TERZA

CALORE

Misura delle temperature.

Termometro a mercurio.

108. **Della costruzione d'un termometro.** — Quantunque le norme relative alla costruzione degli strumenti di fisica stien fuori del nostro compito, pure facciamo un'eccezione per il termometro a mercurio. Può in fatto accadere che in un laboratorio ne venga costruito qualcuno; e inoltre, descritte che sieno alcune operazioni attinenti alla costruzione del termometro, potremo risparmiarci di poi spiegazioni ulteriori, quando si tratti della verificazione dello strumento medesimo già costruito, o d'altri strumenti, per i quali debban valere le operazioni medesime.

109. **Scelta del cannello.** — Questa scelta deve esser fatta con la massima cura. Quando s'abbia potuto procacciarsi un certo numero di cannelli a pareti piuttosto grosse e di piccolo foro, converrà anzitutto separar quelli, che hanno il foro di un'ampiezza adatta alla sensibilità e alla grandezza che si vuol dare al termometro da costruirsi, dappoichè, è noto come la sensibilità dipenda appunto dall'ampiezza dell'interna sezione, oltre che dalla capacità del serbatoio, la quale naturalmente non può eccedere certi limiti. Per regolarsi opportunamente in tal proposito converrà tener conto di ciò che sarà detto più innanzi intorno alla sensibilità dei termometri.

Fra i tubi di conveniente diametro bisogna poi escludere quelli, che presentano manifeste irregolarità, come grani di sabbia, strie, agglomeramenti di materia, ecc.

Quando s'abbia scelto in tal modo un certo numero di cannelli, bisognerà esaminare se alcuno di essi abbia sezione costante, o almeno quale sia il migliore per questo rispetto. A tal uopo s'immerge uno dei capi del cannello in un vasetto, che abbia la profondità di alcuni centimetri e contenga mercurio puro ed asciutto, affinchè ne penetri una colonnina entro il cannello. Di poi, tenendo chiuso con un dito l'altro capo del cannello medesimo, si solleva questo, lo si adagia sopra una scala divisa in millimetri disposta orizzontalmente e si legge la lunghezza che la colonnina di mercurio assume, quando si fa scorrere entro il cannello e occupare parecchie posizioni successive; il numero di queste potrà variare a seconda della lunghezza del cannello. La colonnina si tien lunga cinque o sei centimetri, e fra tutti i tubi, che si sottopongono a questo esame preventivo, si sceglie quello, entro il quale la colonnina soffre minori variazioni di lunghezza.

È caso rarissimo trovare un tubo, per il quale non si possa notare alcun cangiamento di sezione, ma è importante che tali cangiamenti sieno quanto più piccoli è possibile e, a parità delle altre condizioni, sien tutti nel medesimo senso, cioè si scorga la colonna continuamente accorciarsi oppure allungarsi.

110. **Pulitura del cannello.** — Talvolta i cannelli, in ispecie quei molto sottili, vengono spediti dalle fabbriche chiusi ai due capi e ben netti lungo le interne pareti: tal'altra anche in un cannello comune la colonna di mercurio scorre agevolmente nel tubo senza lasciare alcuna traccia o residuo e le pareti interne presentano un aspetto brillante e speculare. Nell'uno e nell'altro caso si può ommettere ogni operazione speciale di pulitura.

Il più delle volte invece nell'interno dei cannelli esistono delle impurità, ad esempio polvere penetratavi, sostanze grasse od acqua, e bisogna estrarnele in qualche modo. A tal uopo si fa passare nel tubo dell'acido nitrico concentrato, poi ripetutamente dell'acqua distillata. Ciò fatto, conviene essiccare il tubo perfettamente, il che si ottiene facendo che attraverso il cannello passi una corrente d'aria, la quale abbia prima attraversato un paio di tubi ad *U* pieni di pezzetti di cloruro di calcio, oppure di pomice impregnata di acido solforico concentrato: contemporaneamente si riscalda il cannello, facendovi scorrere rapidamente al dissotto una lampada ad alcool od a gas. È anche vantaggioso il riscaldare l'aria dopo che essa ha attraversato l'apparecchio essiccante e prima che entri nel cannello. La corrente d'aria si ottiene mediante una piccola pompa a mano o mediante la macchina pneumatica.

111. **Calibrazione del cannello e incisione della scala.** — Ad ottenere un termometro esatto si può procedere in due modi di-

versi: si può cioè dividere a dirittura il cannello in parti d'eguale capacità, oppure dividerlo in parti d'eguale lunghezza e determinarne la capacità relativa per far di poi le opportune correzioni alle letture.

Il primo metodo, se si potesse porlo in pratica con precisione, sarebbe preferibile all'altro perchè dispensa da correzioni ulteriori, ma è difficile ad eseguirsi; l'altro presenta difficoltà assai minori e porge modo di fare, con quanta esattezza si voglia, la verificazione e correzione dello strumento. Parleremo successivamente d'ambedue i metodi.

Introducasi nel cannello una colonnina di mercurio ben puro e secco, lunga 20 millim. circa, e si collochi il cannello sulla macchina divisoria, come se si trattasse di dividerlo in parti eguali. Si fa scorrere la colonnina di mercurio finchè con uno dei suoi capi giunga quasi all'estremità del tubo, poniamo all'estremità collocata a sinistra, e girando la vite micrometrica della macchina si porta il filo del reticolo del microscopio, che va unito al carretto della macchina, a coincidere con l'estremità sinistra del tubo; indi il filo stesso si fa coincidere successivamente coi due capi della colonna e si tien conto delle posizioni degli indici della macchina, le quali determinano le posizioni del filo del reticolo nei vari casi. Poi si fa coincidere nuovamente il reticolo colla prima estremità della colonna per assicurarsi che questa non si sia smossa, e facendo girare la vite micrometrica della macchina di quanto occorre per portare il bulino nelle posizioni del reticolo, si tracciano due segni sottilissimi e brevi in corrispondenza alle due estremità della colonna. Questa si fa quindi avanzare nel tubo aspirando in esso o comprimendo leggermente l'aria in qualsiasi modo purchè non si faccia uso della bocca, finchè l'estremità sinistra occupi presso a poco la posizione occupata prima dalla destra, si registrano parimenti le posizioni del reticolo corrispondenti alle due estremità della colonna e si traccia un segno sottilissimo all'estremità destra di questa. Si continua poi sempre allo stesso modo per tutti i tratti successivi, finchè la lunghezza della macchina divisoria lo permette; e se resta ancora un tratto da calibrare, si fa scorrere il cannello sul banco della macchina da destra verso sinistra, si riconduce il microscopio alla posizione iniziale, e si riprende l'operazione cominciando dall'ultimo tratto segnato sul tubo e procedendo fino all'estremità destra di questo. Importa ora notare che i segni sottili incisi sul tubo hanno soltanto l'ufficio di facilitare la disposizione delle successive colonnine di mercurio, in modo che l'una si trovi prossimamente di seguito all'altra. Però come base alla calibrazione servono solamente le letture delle successive posizioni degli indici della macchina. Ecco poi in qual modo si trae partito da quelle letture per eseguire la calibrazione.

Dicasi a la lettura fatta per l'estremità sinistra del tubo, s_1 e d_1 le letture per le estremità sinistra e destra della colonna nella prima

posizione, s_2 e d_2, s_3 e d_3, ecc. le corrispondenti letture per le colonne successive. Le porzioni di cannello comprese dalle lunghezze $d_1 - s_1$, $d_2 - s_2$, $d_3 - s_3$, ecc. sono tutte di egual capacità, e siccome d_1 ed s_2, d_2 ed s_3, d_3 ed s_4, ecc. devono differire fra essi pochissimo, così se poniamo

$$d_1 - s_2 = \epsilon_1, \quad d_2 - s_3 = \epsilon_2, \quad d_3 - s_4 = \epsilon_3, \ldots$$

potremo dire che sono di eguale capacità le porzioni di cannello comprese fra le divisioni

$$s_1 \text{ e } d_1; \quad d_1 \text{ e } d_2 + \epsilon_1;$$

$$d_2 + \epsilon_1 \text{ e } d_3 + \epsilon_1 + \epsilon_2; \quad d_3 + \epsilon_1 + \epsilon_2 \text{ e } d_4 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3; \text{ ecc.}$$

La somma

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \ldots + \epsilon_m$$

è sempre assai piccola, perchè piccole sono le quantità $\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots \epsilon_m$ e perchè sono inoltre in parte positive, in parte negative. Preparata dunque una tabella dei valori

$$s_1, \quad d_1, \quad d_2 + \epsilon_1, \quad d_3 + \epsilon_1 + \epsilon_2, \quad \text{ecc.},$$

ammesso che per la brevità degli intervalli fra questi punti successivi, si possa ritenere in ciascun d'essi il cannello perfettamente cilindrico, si potrà passare alla divisione effettiva in parti di eguale lunghezza e quindi d'egual capacità. A tal fine si copre tutto il tubo di uno strato sottile e uniforme di vernice stendendola sul vetro con un pennello. Si ferma di poi il tubo sul banco della macchina divisoria nella posizione stessa di prima, il che si ottiene facendo che nella posizione del reticolo del microscopio corrispondente alla lettura a l'imagine dell'estremità sinistra del tubo coincida con quella del centro del reticolo. Per procedere di poi alla divisione in parti eguali dei singoli tratti, fissato che sia il numero n delle parti, che, nella supposta lunghezza di 20 millimetri della colonnina, potrà stare fra 20 e 30, bisognerà dividere la totale lunghezza di ciascuno, ad esempio del primo, $d_1 - s_1$, per n e assestare la macchina divisoria in modo che i suoi due nottolini abbraccino una frazione di giro corrispondente a $\frac{d_1 - s_1}{n}$.

Siccome poi le comuni macchine divisorie offrono soltanto il centesimo di millimetro, così conviene calcolar quali sieno le successive posizioni più approssimate dei varii segni e, portando il bulino alla

origine del primo tratto, procedere all'incisione seguendo le regole date al § 34. Similmente si opererà per i tratti successivi.

Le incisioni si fanno sulla vernice con un bulino d'acciaio, e si numerano di dieci in dieci, tenendo più lunghe le divisioni numerate, il che vien fatto dalla macchina stessa. I numeri vengono similmente incisi sulla vernice.

Perchè l'incisione trasmettasi poi sul vetro si ricorre all'azione dell'acido fluoridrico allo stato gasoso o allo stato liquido, o a quella del fluoridrato d'ammoniaca.

Abbiamo dato nel § 35 le norme relative a questa operazione.

Per verificare se la divisione fu eseguita a dovere, si introduce poi nuovamente una piccola colonna di mercurio e si osserva se essa abbraccia sempre lo stesso numero di parti. Se ciò non fosse, bisognerebbe trovar modo di determinare le correzioni necessarie con l'uno o con l'altro dei metodi, che in seguito indicheremo.

Fin qui si è detto del primo fra i due metodi usati nella calibrazione e divisione del cannello. Se si volesse adottare il secondo, il quale, come s'è detto, ha dei vantaggi notevoli, si farà anzitutto la divisione del tubo in parti di eguale lunghezza. A tal uopo si porrà il cannello verniciato sul banco della macchina divisoria, e assestata questa in modo ch'essa dia divisioni lunghe mezzo millimetro o lì presso, si divide direttamente tutto il cannello. Per l'incisione procedesi poi nel modo già indicato.

Ottenute così divisioni d'eguale lunghezza, ma in generale di disuguale capacità, bisogna calibrare il cannello, cioè determinare la capacità relativa delle singole divisioni. Ciò si può fare con parecchi metodi, ma poichè di questi dovremo occuparci, quando si tratterà della verificazione di un termometro già costruito, e siccome in quest'ultimo caso occorre qualche avvertenza di più, così rimandiamo a quel punto l'esposizione dei metodi menzionati (§§ 116-121).

112. **Applicazione del serbatoio e introduzione del mercurio.** — Quando sien state condotte a termine le descritte operazioni sopra il cannello, vi si applica ad una estremità il serbatoio, oppure dal vetro stesso si soffia una bolla di convenienti dimensioni. Quest'ultimo metodo par preferibile, ove richiedansi strumenti assai delicati e sicuri. Per soffiar la bolla è bene interporre fra la bocca e il cannello un tubo essiccante oppure far uso d'altro mezzo, come ad esempio d'una piccola pompa o di una palla vuota di gomma elastica, che si unisce all'estremo non riscaldato del cannello. Verso questo medesimo estremo si usa poi di allargare per breve tratto la sezione del cannello, affinchè il liquido del termometro abbia agio di espandersi oltre il limite superiore della scala senza mandare in pezzi lo strumento.

La capacità della bolla deve variare a seconda del numero delle divisioni, che devono rappresentare un grado. Se n è questo numero e v la capacità d'una divisione del cannello, dedotta dal peso d'una colonna di mercurio corrispondente ad un certo numero di divisioni, la capacità V del serbatoio dev'essere

$$V = 6480\,nv.$$

Di qui si deduce quali prossimamente devono essere le dimensioni del serbatoio. Nel caso che esso fosse sferico, il suo diametro interno dovrebbe essere

$$d = 23{,}1\,\sqrt[3]{nv}.$$

Calcolate così le dimensioni del serbatoio, si potrà, almeno grossolanamente, approssimarvisi nel prepararlo.

Rimane poi a riempire di mercurio lo strumento: a tal uopo si unisce l'estremo superiore del cannello con un tubo di vetro corto e assai largo per mezzo di un turacciolo di sovero perforato e pulito, che abbraccia il cannello ed è abbracciato dal tubo largo. In tal maniera formasi una specie di piccolo vaso aperto superiormente e che ha il fondo di sovero, donde sporge alquanto l'estremo del cannello termometrico. In questo vaso si versa del mercurio ben secco e depurato in modo che l'estremità del cannello resti totalmente sommersa, e poi si riscalda il serbatoio con una lampada ad alcool: l'aria contenuta nello strumento si dilata e in parte n'esce e quando si lascia raffreddare il serbatoio, il mercurio scende e l'occupa in parte. Quest'operazione si ripete finchè tutto il serbatoio è riempiuto, poi si fa cautamente bollire il mercurio per cacciare ogni traccia d'umidità e si lascia raffreddare lo strumento.

Tolto il turacciolo di sovero, si affila mediante la fiamma l'estremità superiore del tubo, e riscaldando di nuovo il termometro, se ne fa uscire tanto mercurio quanto occorre perchè l'estremità superiore della colonna termometrica giunga all'estremità della scala, quando la temperatura ha il massimo valore che si vuole in seguito osservare con lo strumento. Infine si riscalda ancora il serbatoio finchè il mercurio sta per uscire dalla estremità affilata del cannello, e allora si chiude questa con un colpo di fiamma.

113. **Della determinazione dei punti fissi della scala.** — Il termometro costruito nel modo indicato ha una scala arbitraria; se debbasi adoperarlo, conviene anzitutto determinare i punti fissi. Tale determinazione non va fatta subito dopo le operazioni descritte, perchè è noto che lo spostamento dello zero è considerevole ed irre-

golare per alcuni mesi. Se però fosse d'uopo sollecitare, si potrebbe usare l'espediente suggerito dal Kopp (*), che consiste nel riscaldare fortemente in un bagno d'olio il serbatoio del termometro lasciandovelo poi raffreddare lentamente e ripetere questa operazione intorno a 50 volte. Gli strumenti così preparati dal Kopp non soffrirono nel corso delle sue lunghe esperienze variazioni repentine dello zero, neppure dopo esser stati portati a 160°: piuttosto essi presentarono una variazione dello zero assai lenta, che cessò affatto dopo sei mesi al più, e il cui valor massimo fu 0°,2 per alcuni strumenti. In generale però questa immobilità dello zero si riscontra assai raramente anche nei buoni termometri.

Se allorchè si dee misurare una ignota temperatura t, si prendesse anzi tutto il punto di gelo, poi si misurasse t, poi si determinasse il punto di ebollizione, il valore di t sarebbe dato da

$$t = \frac{b-a}{c-a}\,100$$

se a, b, c indicano rispettivamente le tre successive letture. Ma siccome il punto di ebollizione esige del tempo e delle cure speciali per venir determinato, si opera invece così: una volta per tutte si cerca il valore del grado eguale a

$$\frac{c-a}{100},$$

poi, dovendo adoperare il termometro, si riscontra nuovamente la posizione a_1 del punto di gelo e si deduce t dalla

$$t = \frac{b-a_1}{c-a}\,100.$$

Ora non solamente a_1 è in generale diverso da a, ma anche la lunghezza $c-a$ dell'intervallo fra i punti fissi varia alcun poco nelle varie determinazioni. L'intervallo, ad esempio, non risulta lo stesso, se si prende lo zero prima del punto di ebollizione oppure dopo. E si nota che questa differenza va diminuendo, se le due operazioni si ripetono successivamente l'una dopo l'altra più volte, il che conferma ciò che fu da molti osservato e in ispecialità dal Matthiessen (**), che cioè il vetro, quando sia riscaldato e poi lasciato raffreddare, riprende

---

(*) Kopp, *Pogg. Ann.*, LXXII, 7 (1847).
(**) Matthiessen, *Pogg. Ann.*, CXXVIII, p. 521 (1866).

soltanto con lentezza il volume primitivo, sicchè il suo coefficiente di dilatazione risulta diverso, a seconda che il vetro, su cui si sperimenta, è prima rimasto lungamente a bassa temperatura, o invece è stato portato poco tempo prima a temperatura elevata. Se si voglia dunque ottenere esattezza converrà cercare che anche se non si fa percorrere al termometro tutta la scala, prima a 0°, poi a t, poi a 100, pure il termometro, quando viene usato a misurar t, dia l'indicazione stessa che darebbe se questa determinazione fosse stata interposta a quelle due dei punti fissi già fatte in precedenza. Converrà quindi che il vetro si trovi in condizioni di molecolare aggregazione simili a quelle, in cui si trovava quando furono determinati i punti fissi, vale a dire se innanzi a quest'ultima determinazione il termometro era rimasto a lungo a bassa temperatura e si prese prima lo 0, poi il punto 100, converrà parimenti anche prima d'adoperar lo strumento a misurar t, lasciarlo a lungo a bassa temperatura, poi determinare il punto a_1 di gelo e poi t. Se invece l'intervallo $c - a$ si fosse determinato prendendo prima il punto d'ebollizione c e poi quello di gelo a, converrebbe anche prima di determinare a_1 per la speciale misura di t portare il termometro a 100°, affine di porlo in simili condizioni di aggregazione molecolare. Ammettiamo che venga seguito il sistema di prendere prima il punto di gelo, il che in generale conduce a operazioni più comode e a risultati più sicuri.

114. **Determinazione dello zero.** — In un vaso di vetro o di legno o di metallo, che abbia uno o più fori sul fondo, collocasi uno strato di ghiaccio pesto o meglio ancora di neve. Si tiene verticale il termometro, si appoggia il bulbo su quello strato, indi vi si addossa lateralmente con diligenza dell'altro ghiaccio in modo da riempire il vaso. La colonna di mercurio dev'essere immersa nel ghiaccio in modo, che ne sporga solo quel tanto che basta a far la lettura, la quale si fa con le debite cure per evitare errori di parallasse mediante un piccolo catetometro, e solo allorchè la colonna siasi arrestata da un tempo considerevole: spesso conviene attendere a tal fine da 40 a 50 minuti. La temperatura dell'ambiente deve essere superiore a 0°, ma, se è molto alta, conviene raddoppiare di diligenza per escludere ogni causa d'errore.

115. **Determinazione del punto 100.** — Nel compartimento centrale d'un lungo vase metallico a doppia parete s'introduce verticalmente il termometro, che si fissa al coperchio mediante un turacciolo perforato. La parte inferiore di questo vase è alquanto più larga del rimanente, contiene dell'acqua comune e non ha doppie pareti. Facendo bollire l'acqua mediante una lampada, il vapore, che se ne sprigiona, sale nel compartimento centrale, circonda il termometro

e solo verso l'alto trova un ampio passaggio al compartimento anulare compreso fra le due pareti del vaso; poi discende in questo ed inferiormente esce all'esterno per un tubo piuttosto largo.

Il termometro si fa discendere finchè soltanto una piccola porzione della colonna di mercurio sporga dal turacciolo quando l'acqua è in ebollizione, ma si ha cura che il bulbo non arrivi fino all'acqua sottoposta; poi, quando da 10 a 15 minuti il vapore continua ad uscire copiosamente dal tubo inferiore, si fa la lettura per mezzo d'un piccolo catetometro. Contemporaneamente si legge l'altezza barometrica che riducesi a 0°.

Per assicurarsi che nello spazio interno non v'ha pressione maggiore che all'esterno, si fa che un tubo da quello spazio, attraversando l'intervallo anulare, metta all'esterno, e vi si applica un piccolo manometro ad acqua; in caso che questo manometro indichi una pressione interna maggiore, bisognerà aggiungere all'altezza barometrica quella differenza di pressione ridotta in colonna equivalente di mercurio; però in generale la detta differenza non sussiste, se il tubo d'uscita del vapore è abbastanza largo. Approfittando poi della tabella XXXII, con una facile interpolazione, di cui si è dato un esempio al § 12, si calcola la temperatura, a cui corrisponde l'indicazione termometrica osservata. Questa medesima temperatura si può anche calcolare mediante le formule

$$100° + \frac{H - 760}{27{,}63} \qquad \text{o} \qquad 100 - \frac{760 - H}{26{,}79}$$

a seconda che l'altezza barometrica H è maggiore o minore di 760^{mm}.

Dividendo per la temperatura di ebollizione così trovata il numero delle divisioni del termometro comprese nell'intervallo dei due punti fondamentali, si ha la lunghezza del grado.

116. **Del modo di esaminare un termometro già costruito e di stabilirne le correzioni.** — Frequentissimo è il caso di dover esaminare se un termometro sia stato costruito con diligenza e correggerne gli errori. I metodi proposti a questo fine si fondano tutti sulla calibrazione del cannello per mezzo d'una porzione di colonna termometrica staccata dal rimanente e permettono di costruire una tavola di riduzione, per mezzo della quale alle indicazioni erronee date dalla scala del termometro vengono sostituite le indicazioni d'un termometro esatto. L'operazione di staccare una porzione della colonna esige una certa cura, perchè facilmente nell'eseguirla può andare in pezzi lo strumento. In generale il filo di mercurio si stacca in un punto, in cui fra esso ed il vetro sta una bolla microscopica d'aria, ed è principalmente ai moti di questa bolla artificialmente

ingrandita, che conviene tener dietro per conseguire agevolmente l'intento. Ecco in qual modo si procede. Si prende il termometro nella mano destra, lo si tiene capovolto, e se il mercurio non si stacca tosto, si batte col braccio destro sulla palma sinistra finchè il mercurio riempie il cannello e lascia una bolla nel serbatoio; poi si raddrizza repentinamente il termometro in modo che la bolla arrivi al punto di congiunzione del cannello col serbatoio e quivi scompaia quando il mercurio ridiscende. Se allora si vuol staccare una colonna che occupi ad esempio 25°, si riscalda o si raffredda lo strumento in modo che la colonna termometrica abbia la lunghezza di 25° contata dal punto di congiunzione del cannello col bulbo; allora inclinando il cannello verso il basso, battendo sulla scala ed imprimendo allo strumento piccole scosse, si riesce a staccare il mercurio all'imboccatura del bulbo.

Se poi la colonna staccata superasse di *n* gradi la lunghezza voluta, si riscalda il serbatoio, mentr'essa rimane staccata, e quando il mercurio è entrato nel cannello per la lunghezza di *n* gradi spingendo innanzi a sè la bollicina d'aria, repentinamente vi si unisce la colonna staccata.

A questa congiunzione non fa ordinariamente ostacolo la presenza della bollicina, la quale è piccolissima ed aderisce alla parete.

Si lascia poi che avvenga un raffreddamento di *n* gradi e si stacca un'altra colonna, la quale avrà la lunghezza richiesta, perchè la bolla è rimasta aderente alle pareti alla distanza di *n* gradi dall'imboccatura, e il distacco avviene per lo più in quel punto.

Rudberg e Bessel suggeriscono anche di riscaldare il cannello nel punto, in cui si vuole che avvenga il distacco, per diminuire in tal modo l'adesione fra il vetro e il mercurio. Giovandosi di questi mezzi e con un po' di pazienza si riesce a staccare una colonna, la cui lunghezza differisca di meno di un grado da quella che si desidera. Questa colonna poi per mezzo di piccole scosse si fa scorrere nell'interno del tubo disposto orizzontalmente, e sulla scala si leggono le posizioni dei suoi estremi. Onde evitare errori di parallasse si colloca il tubo sopra uno specchio e si legge con una lente in modo che l'imagine riflessa di una estremità della colonna coincida sempre con la diretta, o, ciò che è meglio, si adopera un piccolo cannocchiale, che venga mantenuto costantemente verticale da apposito sostegno.

Per non essere condotti a calcoli molto lunghi, prima di accingersi alla calibrazione, si stabilisce il metodo da seguirsi, il quale potrà essere l'uno o l'altro di quelli che esporremo, a seconda dell'esattezza desiderata; e si cerca di raggiungere le condizioni più opportune per la sua facile applicazione.

Compiuta la calibrazione, si dovrà accuratamente riunire la colonna

staccata con la colonna rimanente, perchè, trascurando questa avvertenza, in capo a qualche tempo si produce nel punto di riunione una interruzione della lunghezza di $\frac{1}{4}$ o di $\frac{1}{2}$ millimetro, che solo a fatica si può poi far scomparire.

Nei paragrafi successivi tratteremo dei processi di calibrazione e ne esporremo parecchi fra i più facili, essendo questo della calibrazione di un termometro un esercizio assai utile per chi vuole addestrarsi nelle operazioni di laboratorio.

117. **Metodo di Rudberg** (*). — Abbiasi un termometro già costruito e si voglia calibrare l'intervallo esistente fra il punto di gelo e il punto di ebollizione previamente determinati. Si comincia dallo staccare una colonna, che abbracci prossimamente la metà dell'intervallo, la si porta col suo estremo, poniamo di sinistra, al punto di gelo, e si legge la divisione n_1, a cui arriva l'estremo di destra. Si spinge di poi quest'ultimo al punto di ebollizione e si legge la divisione n_2, a cui giunge l'estremo di sinistra. L'esatta posizione dei 50° sarà al punto $\frac{n_1 + n_2}{2}$.

Se non si riesce a portare l'estremità della colonna esattamente ai punti estremi, si leggono le piccole differenze, e nel fare le letture di n_1 e di n_2 se ne tien conto aggiungendo quelle differenze col debito segno: la medesima avvertenza vale per tutti i casi consimili.

Si stacca poi una colonnina eguale prossimamente a $\frac{1}{3}$ dell'intervallo, la si porta dal punto di gelo ad n'_1, poi da n'_1 ad n'_2 e infine dal punto di ebollizione indietro ad n'_3. Il punto 66°,67 sta allora ad

$$n'_2 + \frac{2}{3}(n'_3 - n'_2)$$

divisioni; e il punto $\frac{100}{3}$ sta ad

$$n'_1 + \frac{1}{3}(n'_3 - n'_2)$$

divisioni.

Similmente portando la stessa colonna da 50° verso 0 e verso 100, si ottengono i punti $\frac{1}{6}$ 100° e $\frac{5}{6}$ 100°. Se questa calibrazione non

---

(*) Rudberg, *Pogg. Ann.*, XL, 562 (1837).

è sufficiente, si staccano le colonne

$$\frac{5}{12}\,100^\circ, \qquad \frac{11}{24}\,100^\circ, \qquad \frac{23}{48}\,100^\circ$$

che servono alle divisioni ulteriori.

In modo affatto simile si procederebbe se il tratto da calibrare fosse di un qualunque numero di gradi veri anzichè di 100.

Il metodo ha il vantaggio che non esige colonne più corte di $\frac{1}{3}$ dell'intero intervallo. Ciò è specialmente importante per i cannelli molto sottili, nei quali non si può staccare e far scorrere colonne assai brevi senza grandissima difficoltà.

118. **Metodo di Gay-Lussac e di Pierre** (*). — Abbiasi un termometro con scala centesimale, e i punti 0 e 100 di questa corrispondano esattamente ai punti di gelo e di ebollizione. Si stacchi una colonna assai breve, ad esempio di 5 o 10°, e dicasi a il suo valore in gradi veri.

Portando a 0° l'estremità di sinistra della colonna staccata, la quale estremità supporremo che sia quella più prossima al serbatoio, si legge sulla scala del termometro il numero n_1, a cui arriva l'estremità di destra; poi si fa passare in n_1 l'estremità di sinistra e si legge n_2 corrispondente all'altro capo. Parimenti si procede finchè l'estremità di destra giunge vicina, o innanzi o dopo, al punto 100, per esempio ad m divisioni da questo punto. Supponiamo che la colonna abbracci l divisioni, sarà

$$\frac{l}{m} = \frac{a}{x}$$

ed x sarà il valore in gradi del piccolo tratto interposto fra il punto 100 e l'estremità della colonna.

Se ora diciamo ν il numero delle colonne comprese fra 0 e il punto $100 \pm m$, sarà

$$\nu a = 100 \pm \frac{m a}{l}$$

e quindi

$$a = \frac{100}{\nu \mp \frac{m}{l}}$$

(*) Gay-Lussac, *Ann. de ch. et de phys.* (2), X, 427.

I numeri n_1, n_2, n_3, ... avranno dunque nella tavola di correzione i valori a, $2a$, $3a$, ... e sarà facile calcolare per interpolazione una tavola di correzione più estesa.

Se i punti 0 e 100 non fossero esatti, converrebbe riferirsi ai veri punti di gelo e di ebollizione.

119. **Metodo di Hällström** (*). — Ammettiamo ancora che i punti 0 e 100 della scala sieno esatti e sia n un numero di gradi esattamente contenuto in 100. Avremo

$$\nu n = 100$$

dove ν è un numero intero.

Stacchisi ora una colonna che occupi prossimamente n gradi; sia a il suo valore in gradi veri. Si proceda con questa alla effettiva calibrazione facendo sì che l'estremità di sinistra occupi successivamente le divisioni 0, n, $2n$, $3n$, ... e dicansi δ_1, δ_2, δ_3, ... le differenze in frazioni di grado fra le letture dell'estremo di destra e i numeri n, $2n$, $3n$, ... Indichiamo con x_1, x_2, x_3, ... i valori in gradi veri dei tratti del cannello da 0 ad n, da n a $2n$, da $2n$ a $3n$, ... Avremo

$$a = x_1 + \delta_1 = x_2 + \delta_2 = x_3 + \delta_3 = \ldots .$$

e quindi

$$a = \frac{100}{\nu} + \frac{1}{\nu}\left\{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \ldots .\right\}.$$

Noto a, son pur noti x_1, x_2, x_3, ... Determinati i veri valori corrispondenti a questi tratti della scala, si ottiene il valore di tratti molto più brevi, prendendo una colonna, la quale differisca dalla prima di un piccolo numero b di gradi; questo numero b dev'essere un sottomultiplo di 100.

120. **Metodo di Kopp** (**). — Questo metodo si può opportunamente applicare soltanto nel caso abbastanza frequente che il cannello vada di continuo allargandosi o restringendosi da un capo all'altro e sia stato diviso in parti d'egual lunghezza.

Con un processo, che chiariremo ben tosto mediante un esempio, si trova sperimentalmente la legge, secondo la quale varia la se-

---

(*) Haellstroem, *Acad. Dissert. Abo.* 1823.

(**) Kopp, *Pogg. Ann.*, LXXII, p. 1.

zione s del cannello in funzione della distanza D dall'origine, posta eguale ad 1 la sezione all'origine. Questa legge sia data dall'equazione parabolica

$$s = 1 + hD + kD^2.$$

Allora la capacità V compresa fra le divisioni 0 e D, posta eguale ad uno la capacità della prima divisione, è

$$V = \frac{\int_0^D s\,dD}{\int_0^1 s\,dD} = \frac{D + \frac{h}{2}D^2 + \frac{k}{3}D^3}{1 + \frac{h}{2} + \frac{k}{3}} = pD + qD^2 + rD^3$$

per mezzo della quale si calcola una tavola, che dà i valori corretti di V corrispondenti alle singole divisioni D.

Ora ecco un esempio numerico, che stimiamo opportuno togliere dalla memoria stessa di Kopp.

Il cannello del termometro era diviso in millimetri, e se ne leggevano i decimi per mezzo di una lente. Procedendo alla calibrazione nel modo ch'è indicato dal quadro seguente, si trovarono le lunghezze l assunte da una medesima colonna nei varii tratti del tubo, e quantunque appaia dalla serie dei successivi valori di l non esser certo il cannello dei più perfetti, pure il metodo vi si adatta abbastanza bene.

Numero progressivo	La colonna di mercurio stava successivamente fra le divisioni	l	D	l calcolato
1	0,2 e 33,0	32,8	16,60	32,75
2	27,1 » 60,0	32,9	43,55	32,86
3	50,4 » 83,3	32,9	66,85	32,99
4	69,8 » 102,9	33,1	86,35	33,10
5	91,0 » 124,2	33,2	107,60	33,25
6	115,0 » 148,5	33,5	131,75	33,44
7	148,0 » 181,8	33,8	164,90	33,75
8	179,6 » 213,7	34,1	196,65	34,09
9	208,9 » 243,3	34,4	226,10	34,46

Le singole lunghezze 32,8, 32,9, . . . si possono considerare come corrispondenti alle sezioni mediane dei singoli tratti

$$\frac{33,0 + 0,2}{2} = 16,60\,; \qquad \frac{60,0 + 27,1}{2} = 43,55\,; \ldots$$

che sono scritte nella quarta colonna.

Attesa la brevità dei tratti, si può ammettere che la sezione s_1 del tubo, corrispondente ad un dato valore di D, sia in ragione inversa del rispettivo valore di l. Per evitare le frazioni assumiamo

$$s_1 = \frac{100}{l},$$

e potremo anche porre

$$s_1 = \frac{100}{l} = a + bD + cD^2.$$

Per calcolare i coefficienti a, b, c e per diminuire gli errori si assumono le somme delle equazioni risultanti dalle osservazioni 1, 2 e 3; 4, 5 e 6; 7, 8, 9; e nel modo indicato al § 16 si trova

$$\frac{100}{l} = s_1 = 3,058 - 0,000\,272\,D - 0,000\,001\,844\,3\,D^2,$$

la quale esprime la sezione s_1 del cannello in un punto qualunque D della scala, posta eguale a 3,058 la sezione corrispondente alla divisione 0.

Calcolati con questa formula i valori di l corrispondenti ai valori di D contenuti nella quarta colonna della tabella, si trovano i numeri della quinta colonna, che son molto prossimi a quelli registrati nella terza e mostrano che la formola si adatta bene a rappresentare le variazioni della sezione del cannello. Se ora la sezione all'origine si pone eguale ad 1, si ha tosto

$$s = 1 + hD + kD^2 = 1 - 0,000\,088\,947\,D - 0,000\,000\,603\,11\,D^2,$$

e quindi calcolando il valore di V

$$V = 1,000\,044\,7\,D - 0,000\,044\,475\,D^2 - 0,000\,000\,201\,05\,D^3.$$

Se dunque nelle esperienze del Kopp leggevasi sul termometro una divisione qualunque D, si aveva da questa equazione il numero corretto, che si doveva prendere in sua vece. Per ottenere un riscontro

si osservarono poi le lunghezze di un'altra colonna di mercurio in varie posizioni della scala. Ecco i risultati di questo esame.

La colonnina stava fra le divisioni

osservate	0,3 e 85,0	85,1 e 171,2	164,9 e 253,0
corrette	0,3 » 84,56	84,66 » 168,90	162,80 » 246,91
Differenze	84,26	84,24	84,11.

Le differenze fra questi ultimi numeri, i quali rappresentano il volume della colonnina considerata nelle tre posizioni successive, sono tanto piccole che si comprendono negli errori di osservazione. La formola si potè quindi usare con sicurezza.

Supposto che dopo la calibrazione siensi determinati i punti di gelo e di ebollizione, e che siensi trovati corrispondenti alle divisioni D_1 e D_2, si potrà col mezzo della formula calcolare i volumi V_1 e V_2 e quindi il volume $V_2 - V_1$ dell'intervallo. Se dicasi a il valore in gradi veri dell'unità di volume assunta, cioè della capacità della prima divisione, avremo

$$(V_2 - V_1)\, a = 100°,$$

donde

$$a = \frac{100°}{V_2 - V_1}.$$

Se poi in una determinazione qualunque si legga sul termometro la divisione D, la temperatura sarà data da

$$t = (V - V_1)\, a$$

in cui V è il volume calcolato corrispondente a D.

121. **Calibrazione con due colonne di mercurio.** — In generale, come fu già avvertito, le colonne di mercurio piuttosto lunghe si staccano e scorrono nei cannelli più facilmente delle corte; il metodo, che ora esporremo, ha appunto il vantaggio, che richiede l'uso di due colonne abbastanza lunghe. La loro differenza dev'essere tale che il cannello, in qualsiasi punto, per un tratto di lunghezza eguale a quella differenza si possa considerare cilindrico. Assai opportunamente si prestano delle colonne di mercurio lunghe $2a$ e $3a$ (in generale ma ed $(m+1)\,a$), se con a indichiamo appunto la lunghezza di quella colonnina. Di fatto con la prima colonna si possono ridurre ad una comune misura di capacità i tratti da 0 ad a, da $2a$ a $3a$,

da $4a$ a $5a$, ecc. e con l'altra lunga $3a$ si riducono alla stessa misura gli altri intervalli da a a $2a$, da $3a$ a $4a$, ecc. Un esempio chiarirà il metodo.

Il termometro da calibrarsi sia diviso in gradi, e con una lente si possano valutare i decimi di grado. Ci proponiamo di calibrare di 10 in 10° il tratto da 0 a 100, riferendo tutti gl'intervalli a quello compreso fra 0 e 10. Le capacità di queste 10 divisioni suppongansi eguali fra loro: prendasi una di esse per unità, con cui esprimere la capacità delle divisioni successive: il valore in gradi veri di questa unità s'indichi con v. Si stacchi dapprima una colonna di mercurio lunga circa 20° e colla sua estremità sinistra, che supponiamo sia la più vicina al serbatoio, la si porti successivamente in posizioni poco differenti da 0, 10, 20, 30, 40, . . . Poi si stacchi un'altra colonnina lunga circa 30° e si proceda come con l'altra. Poniamo che i primi risultati ottenuti con le due colonnine sien quelli registrati nella seguente tabella

Numero progressivo	I^a COLONNINA	Numero progressivo	II^a COLONNINA
1	da 0,1 a 20,4	11	da 0,2 a 30,7
2	» 10,2 » 30,7	12	» 9,9 » 40,6
3	» 19,8 » 40,4	13	» 20,0 » 50,9
4	» 30,3 » 51,0	..	. . . . .
..	. . . . .		

Da questi risultati possiamo trarre le deduzioni seguenti:

Osservazioni 1 e 2. — L'intervallo da 0,1 a 10,2 è assai prossimamente eguale a quello da 0,0 a 10,1, ossia a 10,1 delle assunte unità, perchè 10 ne son contenute per ipotesi fra 0 e 10.

Risulta poi dalla calibrazione che esso è eguale all'intervallo fra 20,4 e 30,7, ossia prossimamente a quello fra 20,0 e 30,3; dunque fra 20 e 30 son contenute

$$10,1 - 0,3 = 9,8$$

unità.

Osservazioni 11 e 12. — Da 0,2 a 9,9 v'è lo stesso intervallo come da 0,0 a 9,7, cioè 9,7 unità. Ma per la calibrazione il tratto fra 0,2

e 9,9 è eguale a quello fra 30,7 e 40,6, ossia fra 30 e 39,9; dunque da 30 a 40 son contenute

$$9,7 + 0,1 = 9,8$$

unità.

Osservazioni 2 e 3. — Per il risultato testè ottenuto fra 30,7 e 40,4 ossia fra 30 e 39,7 sono comprese 9,5 unità; fra 10,2 e 19,8 son dunque comprese 9,5 unità; e quindi 9,9 fra 10 e 20.

Osservazioni 12 e 13. — Fra 9,9 e 20,0, cioè fra 10,0 e 20,1 stanno 10 unità; altrettante stanno fra 40,6 e 50,9 cioè fra 40 e 50,3; dunque fra 40 e 50 son comprese 9,7 unità.

Così si procede fino all'esaurimento di tutte le osservazioni. Di tratto in tratto si trovano anche delle verificazioni; per esempio le osservazioni 3 e 4 tornano a dare il valore 9,7 per l'intervallo da 40 a 50, quando si ritenga il valore 9,8 per quello da 20 a 30.

Compiuto il calcolo, si forma la tabella, che in parte qui riferiamo:

Da	0°	a	10°	. . . . .	10	unità
»	10	»	20	. . . . .	9,9	»
»	20	»	30	. . . . .	9,8	»
»	30	»	40	. . . . .	9,8	»
»	40	»	50	. . . . .	9,7	»
.	.	.	.	. . . . .	.	.
»	90	»	100	. . . . .	9,6	»

I numeri 10, 9,9, 9,8, ecc., che rappresentano le capacità dei singoli tratti si sommano insieme: ammettiamo che nel nostro caso si ottenga 97,3. Poniamo che si sia poi trovato che il punto di gelo è a + 0,2 ed il punto d'ebollizione a 100,7 della scala. Ne risulta che l'intervallo compreso fra questi due punti equivale a

$$97,3 - 0,2 + 0,7 = 97,8$$

unità, e quindi il valore in gradi veri di una di queste unità è

$$v = \frac{100}{97,8} = 1°,0225.$$

Con questo numero e tenendo conto della determinazione dello zero si calcola la tabella definitiva, di cui qui diamo alcuni numeri.

GRADI DELLA SCALA	GRADI VERI
0	— 0,2
10	10,22 — 0,2 = 10,02
20	20,35 — 0,2 = 20,15
. .	. . . . .
100	99,29

Siccome il punto di gelo non è fisso, così la correzione è variabile, ma il valore dei varii tratti del cannello in gradi veri non muta. È quindi forse più opportuno costruir la tabella nella supposizione che lo zero sia esatto e servirsene poi in ogni caso apportando soltanto la correzione conseguente allo spostamento dello zero, la qual correzione è la stessa per tutti i numeri.

122. **Delle varie scale termometriche.** — Generalmente nelle ricerche scientifiche si adotta la scala centigrada: però in Inghilterra, in Russia, in America è usata quasi esclusivamente la scala di Fahrenheit; e in molti paesi e nei vecchi trattati anche quella di Réaumur. Indicando con t_c, t_r, t_f i numeri esprimenti una medesima temperatura letta rispettivamente sulle scale di Celsio, di Réaumur e di Fahrenheit, si hanno le relazioni

$$t_c = \frac{10}{8}\, t_r = \frac{10}{18}\,(t_f - 32)$$

$$t_r = \frac{8}{10}\, t_c = \frac{4}{9}\,(t_f - 32)$$

$$t_f = \frac{18}{10}\, t_c + 32 = \frac{9}{4}\, t_r + 32.$$

A maggior comodità trovansi inserite nell'ultima parte dell'opera le tabelle XX *a* e XX *b*, che servono a ridurre le temperature Réaumur e Fahrenheit in temperature centesimali.

123. **Uso del termometro e correzioni relative.** — Se il termometro viene adoperato a determinare la temperatura di un liquido o di un ambiente limitato, conviene tenerlo lontano dalle pareti, le quali possono per irradiazione di calore alterarne le indicazioni. Conviene anche agitare di continuo il liquido od il gas, in cui sta immerso lo strumento, affinchè la temperatura sia uniforme, e, se il fluido viene artificialmente riscaldato, bisogna regolare l'intensità della fonte di calore in modo che la temperatura si mantenga sensibilmente costante per alcuni minuti.

Volendo fare delle ricerche termometriche sopra un corpo di piccola massa e di piccolo calore specifico, si adopreranno termometri con piccolo serbatoio, affinchè la sottrazione del calore ceduto ad essi dal corpo non alteri di troppo la temperatura di questo.

Senza necessità non si porti mai un buon termometro a temperature molto elevate, perchè si corre pericolo di spostarne considerevolmente lo zero. Se poi si deve immergerlo in un liquido piuttosto caldo, non lo si fa ad un tratto, ma prima si riscalda il termometro alquanto, e poi per due o tre volte lo si tuffa nel liquido, e lo si solleva prontamente, onde evitare che l'ineguale dilatazione del vetro mandi in pezzi lo strumento.

Finalmente si avrà cura di tenere il termometro sempre verticale o sempre orizzontale, affinchè la diversa pressione della colonna termometrica sul liquido e sulle pareti del serbatoio non faccia variare il volume di questo indipendentemente dalla dilatazione prodotta dal calore.

Circa al modo di regolare la temperatura di un bagno, se ne tratterà particolarmente quando si parlerà della dilatazione dei liquidi. In quanto alle correzioni per imperfezione della scala o per spostamento dei punti fissi, si è già detto abbastanza.

Ai termometri, che vengono usati frequentemente e per i quali non v'ha pericolo di spostamento rapido dello zero, è buona pratica applicare un piccolo cartello con l'indicazione della posizione dello zero.

Non è poi raro il caso, in cui occorre un'altra correzione. Se si vuole determinare la temperatura d'un liquido, nel quale il termometro non sia totalmente immerso, la porzione sporgente della colonna deve ricevere una correzione eguale alla dilatazione apparente di essa per un intervallo di temperatura presso a poco eguale alla differenza fra le temperature del liquido e dell'aria.

Il coefficiente di dilatazione apparente del mercurio varia con la qualità del vetro; esso è d'ordinario non molto diverso da 0,000 157.

In generale dicendo γ questo coefficiente, la correzione sarà

$$\lambda = \gamma \, . \, n \, . \, (T - t)$$

dove n è il numero delle divisioni abbracciate dalla colonna sporgente, T la temperatura del liquido, t quella del mercurio nella colonna sporgente. Questa correzione va aggiunta col proprio segno, cioè sommata quando $T > t$, sottratta quando $T < t$.

Per determinare la temperatura t della colonna sporgente, si appende accanto al cannello un altro termometro, il cui bulbo riesca presso a poco all'altezza del punto di mezzo di quella colonna e se ne legge l'indicazione. In ogni modo questa correzione è sempre incerta. Quando si tratta di esperienze molto esatte, bisogna cercare di evitarla, sia con l'immergere tutta la colonna nel liquido, sia con usare il termometro a peso del quale si parlerà al § 174.

Diremo più innanzi d'altri espedienti diretti a scemare l'incertezza della correzione medesima.

124. **Comparazione di due termometri.** — Se si possede un termometro esatto, si può con questo campionare altri termometri senza bisogno di ricorrere alla calibrazione. Bisognerà a tal uopo collocare i due termometri, fra i quali si vuole istituire il confronto, in un medesimo vaso ripieno di liquido, ed usare tutte quelle precauzioni dirette a stabilire l'identità delle condizioni dei due termometri, delle quali si dirà più innanzi parlando della dilatazione dei liquidi. Un tal confronto per le temperature notevolmente elevate e per quelle inferiori allo zero è difficile non presenti qualche incertezza. Per eseguirlo con precisione sarebbe necessario che la temperatura del liquido in cui stanno i due termometri, potesse per ciascuna osservazione venir mantenuta a lungo costante, cioè che per buon tratto di tempo nè l'uno, nè l'altro dei due termometri desse indizio alcuno di variazione. Ove ciò non si possa ottenere, è bene almeno per ogni punto di confronto fare più osservazioni entro un intervallo di temperatura assai ristretto e prendere quali termini di confronto le medie rispettive delle indicazioni di ciascun termometro. Inoltre per togliere gli errori che potrebbero derivare dalla differente sensibilità dei due termometri, si procurerà che nella serie di osservazioni, che vanno comprese in una stessa media, la temperatura ora vada crescendo ed ora diminuendo.

Ecco un esempio del modo di procedere:

Termometro campione	*Termometro da campionare*
Scala arbitraria: $1^{o} = 8^{D},1792$ lo zero a $27^{D},3$	Il grado è diviso in cinque parti
320,0	35,68
321,0	35,78
321,1	35,80
320,2	35,70
320,5	35,72
Medio $320,5 = 35^{o},85$	Medio $35^{o},74$

Notiamo ancora che le temperature desunte dal confronto con un termometro campione e da una tavola di correzione, che si fosse calcolata calibrando lo strumento, possono differire notevolmente fra loro in causa della differente legge di dilatazione delle due specie di vetro, di cui sono formati il termometro campione e quello che si esamina. A questo proposito citeremo le esperienze di Regnault (*) e di Pierre (**), dalle quali risulta che due termometri di forma ordinaria costruiti con vetri di specie diversa, benchè s'accordino ai punti 0 e 100 e benchè vengan posti in identiche circostanze, presentano delle differenze variabili dall'uno all'altro termometro, le quali per temperature comprese fra 200 e 300° possono salire a tre e più gradi. Pierre trovò che un termometro a serbatoio di cristallo dà indicazioni superiori a quelle che dà un termometro a bulbo di vetro, e un egual fatto, benchè in proporzioni minori, gli parve che avvenisse anche fra 0 e 100. Da tutto ciò si conclude che per esatte determinazioni conviene adoperare un termometro più perfetto, come il termometro ad aria od uno a mercurio campionato su questo.

125. **Termometri per basse temperature.** — Molti confronti vennero eseguiti dai fisici fra il termometro ad aria od a mercurio e quello ad alcool, ma tutti giunsero a risultati diversi, che si spiegano con la differente qualità del vetro e dell'alcool adoperati nella costruzione degli strumenti. Questi risultati variano poi naturalmente secondo i punti fissi che vengono assunti per i due termometri.

Per citare un esempio delle differenze di temperatura segnate da

---

(*) Regnault, *Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences*, T. XXI, p. 163.
(**) Pierre, *Annales de Chimie et de Physique* (3), V, p. 427.

un termometro ad alcool e da uno a mercurio riportiamo i risultati ottenuti con somma cura da Pierre prendendo a punti estremi della scala il punto di gelo e la temperatura di 76,73.

Termometro a mercurio	60,41	50,33	39,93	28,00	16,93	6,98	— 4,54	— 15,44	— 27,02	— 32,22
Termometro ad alcool	58,50	47,52	37,49	25,73	15,34	6,33	— 3,98	— 13,20	— 22,73	— 26,82
Differenze	— 1,91	— 2,81	— 2,44	— 2,27	— 1,59	— 0,65	+ 0,56	+ 2,24	+ 4,29	+ 5,40

Da questa tabella risulta che se in alcune determinazioni occorresse adoperare un termometro ad alcool, converrebbe antecedentemente paragonarlo con uno a mercurio o meglio con uno ad aria. Però quando si esiga soltanto una discreta approssimazione, si può anche fare a meno di questo confronto, purchè, se si tratti d'usare lo strumento a temperature basse, come è d'ordinario il caso, il punto fisso superiore nel graduare il termometro ad alcool si prenda abbastanza vicino allo zero, p. es. a 25 o 30°.

Il Pierre cercò se altri liquidi si potessero prestare per termometri destinati a temperature inferiori, e concluse che nessuno dei liquidi da lui studiati soddisfa bene allo scopo: in particolare trovò che il solfuro di carbonio, proposto da altri fisici come liquido termometrico eccellente, è fra tutti uno dei più difettosi, perchè verso 53° del termometro a mercurio la differenza delle indicazioni fra i due strumenti si eleva a più di 22° ed a — 13,14 tale differenza è similmente di 20°.

Termometro ad aria.

126. **Del termometro ad aria. — Descrizione dello strumento.** — I vantaggi, che offre il termometro ad aria, son tali da consigliarne l'uso in ogni ricerca delicata, quantunque l'osservazione delle temperature sia alquanto incomoda ed il calcolo relativo piuttosto lungo. Un vantaggio grandissimo è questo, che le indicazioni termometriche sono pressochè indipendenti dalla dilatazione del vetro e quindi tutti i termometri ad aria sono fra loro comparabili; altro vantaggio si è, che lo strumento si presta egualmente bene per temperature molto alte e molto basse. Di più nella costruzione d'un termometro ad aria, prendendo il serbatoio di opportuna grandezza, si può aumentare quanto si vuole la sensibilità dello strumento.

Fra i varii termometri ad aria, che furono proposti dai fisici, quello

di Jolly è il più comodo per le ricerche di laboratorio. Una sfera *a* (Fig. 9), od un cilindro di vetro, della capacità di 25 o più centimetri cubici costituisce il serbatoio dell'aria. Da essa parte un cannello sottile *ab*, che si eleva per pochi centimetri, poi si piega due volte ad angolo retto e termina in un tubo di vetro *r* notevolmente più largo. Questo viene inferiormente abbracciato da una guarnitura di ferro, la quale per mezzo d'una vite, che si serra con apposita chiave, può venir fissata ad altra guarnitura di ferro *R*; quest'ultima è poi congiunta all'estremo d'un lungo e grosso tubo di gomma, rivestito esternamente con un forte tessuto e prolungato all'altro estremo in un tubo di vetro R^1 di sezione eguale a quella del tubo *r*. Il pezzo *R* ed il tubo R^1 sono fissati a due corsoi *A* ed A^1, che scorrono lungo un ritto verticale di legno, sostenuto da un solido treppiede di ferro munito di viti: questi corsoi possono venire fissati a qualunque altezza mediante viti di fermata.

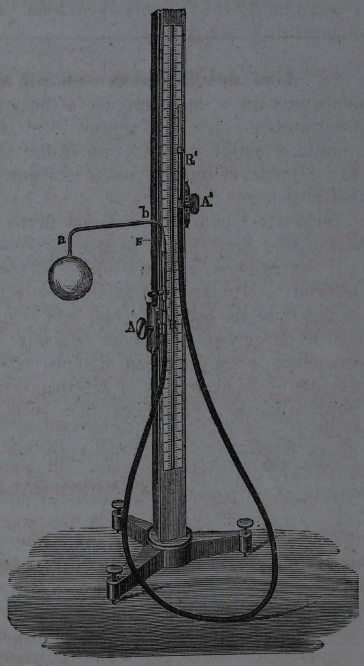

Fig. 9.

Il ritto verticale di legno porta incassata in una delle sue quattro faccie una lastra di vetro divisa sul lato posteriore in millimetri e poi amalgamata al modo dei soliti specchi. Così se un oggetto trovasi innanzi alla lastra divisa ed a poca distanza dalla medesima, se ne può vedere l'imagine riflessa, farla coincidere con l'oggetto e leggerne in pari tempo l'altezza mercè le divisioni della scala. Riempiendo dunque di mercurio il tubo di gomma e parte dei tubi *r* ed R^1, si può leggere direttamente, o con un cannocchiale orizzontale posto a piccola distanza, l'altezza del mercurio nelle due braccia comunicanti del tubo. Siccome poi nel braccio *r* si dee fare che il mercurio arrivi sempre alla stessa sezione, così nell'interno del tubo si trova una punta di smalto *s*, a toccare la quale conducesi sempre il mercurio

movendo opportunamente il tubo R^1 col corsoio A^1. Si riconosce che questo contatto esiste quando fra la punta e la sua imagine riflessa dal mercurio non vi sia alcun intervallo, senza però che la punta sembri smussata per essere in parte immersa nel liquido.

Girando opportunamente una chiavetta applicata alla guarnitura del tubo r, si può

1° stabilire una comunicazione fra il serbatoio a ed il tubo R,

2° togliere questa comunicazione,

3° far comunicare separatamente con l'aria esterna mediante un piccolo canaletto laterale il serbatoio a o il tubo R, restando chiuso il passaggio fra a ed R.

127. **Uso del termometro ad aria.** — Il metodo, che si segue nella misura delle temperature mediante questo termometro, consiste nel mantener l'aria a volume costante, tanto alla temperatura 0, quanto a quella T, che si vuole determinare, e nel dedurre l'aumento di temperatura dall'aumento di forza elastica, applicando la legge di Mariotte.

Supposto che il serbatoio sia pieno d'aria secca, lo si circonda di ghiaccio e lo stesso si fa per il tratto verticale del tubetto fin presso alla ripiegatura. Il resto del tubo ab rimane a contatto dell'aria esterna e quindi prossimamente alla temperatura t_0 di quella.

Movendo il corsoio A^1 si porta il livello del mercurio nel tubo r a contatto con la punta s; poi, dato tempo all'aria del serbatoio di assumere la temperatura di 0° e verificata nuovamente la posizione del mercurio rispetto alla punta, si legge la differenza di livello del mercurio nelle due braccia del tubo ricurvo. Prima di fare questa lettura, se è passato qualche minuto dacchè si è stabilita la coincidenza fra la punta s ed il livello del mercurio, è bene battere leggermente col dito in r od in R^1 per evitare errori provenienti dalla adesione del mercurio al vetro ed ottenere un menisco ben pronunciato: dopo di che converrà esaminare se la coincidenza sussista ancora.

La differenza di livello h_0, che fu osservata, aggiunta all'altezza barometrica H_0, dà la pressione $H_0 + h_0$, cui è soggetta l'aria chiusa nella sfera e nel tubo. È chiaro che h_0 dovrebbe avere segno negativo, se il livello in R^1 fosse più basso che in r.

Indicando rispettivamente con V e v le capacità a 0° del serbatoio e del cannello fino in s, con α il coefficiente di dilatazione dell'aria, ed ammettendo che il piccolo volume v non varii sensibilmente per un aumento di temperatura qual è quello da 0 a t_0, il prodotto del volume dell'aria per la sua pressione sarà rappresentato da

$$\left(V + \frac{v}{1 + \alpha t_0}\right)(H_0 + h_0).$$

Una simile esperienza si ripete poi alla temperatura T, che si vuole determinare: la pressione in tal caso sarà data da $H_1 + h_1$: il volume dell'aria ridotto a 0° è

$$\frac{V(1+kT)}{1+\alpha T} + \frac{v}{1+\alpha t_1}$$

dove k è il coefficiente di dilatazione cubica del vetro e t_1 la temperatura dell'aria, che circonda il cannello ab nella seconda osservazione.

Per la legge di Mariotte sarà

$$\left(V + \frac{v}{1+\alpha t_0}\right)(H_0 + h_0) = \left(\frac{V(1+kT)}{1+\alpha T} + \frac{v}{1+\alpha t_1}\right)(H_1 + h_1)$$

donde

$$T = \frac{(H_1 + h_1) - (H_0 + h_0) + \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1+\alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1+\alpha t_0}\right)}{\alpha\left\{(H_0 + h_0) - \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1+\alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1+\alpha t_0}\right)\right\} - k(H_1 + h_1)} \quad [1].$$

Se per avventura abbiansi a fare parecchie osservazioni a temperature assai poco differenti l'una dall'altra, si sposti ogni volta il corsoio A^1, e poi si ristabilisca il contatto con la punta s.

Prima d'imprendere una serie di osservazioni con questo termometro, si abbia cura di rifare la determinazione a 0°, perchè se è passato qualche tempo dall'ultima determinazione consimile, non è raro il caso che si trovi notevolmente mutato il valore di $H_0 + h_0$.

Ricordiamo infine che le altezze barometriche e le differenze di livello h_0 ed h_1 devono esser ridotte a 0° prima d'introdurle nelle formule. I calcoli relativi a queste correzioni ed ai valori della quantità $1 + \alpha t$ verranno abbreviati dalle tavole XV, XVI e XXVI.

128. **Preparazione dello strumento.** — Nel parlare dell'uso del termometro ad aria si è supposto che lo strumento fosse già preparato, cioè che fossero state in precedenza determinate le quantità costanti relative allo strumento medesimo da introdursi nei calcoli e che il serbatoio fosse ripieno d'aria ben secca. Ma può darsi che queste operazioni non sieno state eseguite o si debbano rifare con maggior diligenza.

Le quantità costanti da determinarsi, speciali per ciascuno strumento, sono k e $\frac{v}{V}$. Il valore del coefficiente k si trova col metodo, che sarà esposto a proposito della dilatazione dei solidi ai §§ 170-173: avvertiamo intanto che essendo k assai piccolo ed entrando nella

formula solo in un termine di correzione, non è necessario determinarlo con precisione grandissima.

Il rapporto $\frac{v}{V}$ si trova nel modo seguente. Si stacca la porzione $absr$ dello strumento e si empie di mercurio ben puro ed asciutto la sfera ed il tubo. Tenendoli poi capovolti rispetto alla loro posizione ordinaria, si circondano di ghiaccio pesto, e, dopo un'ora od un'ora e mezza, s'introduce lungo il tubo r l'estremità aperta ed affilata di un cannello di vetro terminato dall'altra parte con un bulbo chiuso simile a quello d'un ordinario termometro. Riscaldando il bulbo e poi immergendo nel mercurio l'estremità, si ottiene che, quando l'aria del bulbo si raffredda, il mercurio penetri nel cannello e vi si elevi. Si continua questa operazione finchè il livello del mercurio rimasto giunga precisamente alla punta s. Allora si toglie lo strumento dal ghiaccio, lo si asciuga bene e lo si pesa.

Una simile determinazione, parimenti a 0°, si eseguisce facendo in modo che il mercurio occupi ancora la sfera a, ma del cannello quella parte soltanto, che va dalla sfera fino ad un centimetro circa dalla prima ripiegatura, cioè fino al punto, a cui arriva d'ordinario il ghiaccio, oppure il liquido, che nelle esperienze termometriche circonda lo strumento. In questa operazione non si può giovarsi dell'espediente testè descritto, ma si riesce facilmente per tentativi, tanto più che non occorre far che il mercurio arrivi precisamente fino ad un punto determinato, essendo trascurabile l'errore che può derivare da una differenza di qualche millimetro; diffatti il rapporto $\frac{v}{V}$ entra solo in termini di correzione molto piccoli ed è per sè stesso una piccola quantità. Infine si pesa l'apparecchio dopo averne estratto tutto il mercurio, e dalle tre pesate si deduce tosto il rapporto $\frac{v}{V}$, od anche, volendo, i termini del medesimo.

Se P_1, P_2, P_3 sono i tre pesi successivamente trovati sarà

$$\frac{v}{V} = \frac{P_1 - P_2}{P_2 - P_3}.$$

Ma l'operazione più delicata ed importante è quella di riempire la sfera con aria ben secca. Ecco il modo di procedere a tale scopo. Si stacca dall'apparecchio la parte $absr$ e mediante un tubo metallico, nel quale sia inserita una chiavetta a tre vie, lo si adatta al piatto di una macchina pneumatica. Alla imboccatura laterale della chiavetta si applica un tubo di gomma, che metta all'apparecchio di essiccazione. Questo si compone di tre o più tubi ad U pieni di pezzetti di pietra pomice, la quale sia stata antecedentemente calcinata, im-

pregnati di acido solforico. Invece della pietra pomice si può anche adoperare del vetro frantumato. I tubi potrebbero anche venir riempiti di cloruro di calcio ben puro e secco, ma generalmente si preferisce l'uso dell'acido solforico.

Ponendo da prima in comunicazione il serbatoio con la macchina pneumatica, se ne estrae l'aria e contemporaneamente lo si riscalda con una fiamma ad alcool o con un beccuccio di Bunsen. Poi si gira la chiavetta in modo da togliere la comunicazione del serbatoio con la macchina e stabilire invece la comunicazione di quello con l'aria esterna attraverso i tubi di essiccazione. Affinchè l'aria si possa ben disseccare, si ha cura che essa entri con molta lentezza, e questo si riconosce facilmente osservando la frequenza delle bolle d'aria attraversanti il piccolo strato d'acido solforico, che si forma sul fondo dei tubi ad *U*. Questa operazione si ripete 20 o 30 volte, raddoppiando le cure da ultimo, perchè l'aria sia prima ben rarefatta e poi rientri lentamente. Infine chiudesi la chiavetta del tubo stesso dello strumento e questo si stacca dalla macchina per applicarlo al manometro.

Non basta poi che l'aria del serbatoio sia perfettamente asciutta; conviene pure che sia asciutto il mercurio che sta nel manometro. A tal fine dopo d'averlo depurato e filtrato, lo si riscalda oltre a 100° in un crogiuoletto di porcellana, e prima d'introdurlo nello strumento si fa passare attraverso il tubo R^1A^1R una corrente d'aria asciutta per mezzo d'una piccola pompa a mano e di qualche tubo di essiccazione. Dopo ciò si applica in R il serbatoio, si volge la chiavetta in modo da stabilire la comunicazione della porzione R del tubo con l'aria esterna, e si versa il mercurio per il tubo R^1. Si cessa dal versare mercurio quando questo esce dal canaletto della chiavetta, si scuote il tubo di gomma perchè si sviluppino quelle bolle d'aria che per avventura fossero rimaste aderenti, poi si alza d'alquanto il corsoio A^1 in modo che qualche goccia di mercurio sgorghi nuovamente dal canaletto e, ciò fatto, si ristabilisce la comunicazione fra le due parti del tubo e quindi fra il manometro e il serbatoio. Bisogna accertarsi poi che l'aria sia perfettamente asciutta, senza di che lo strumento potrebbe dare delle indicazioni affette da grandissimi errori. A tal uopo non v'ha altro mezzo che quello di ricorrere alla determinazione del coefficiente di dilatazione di quell'aria, il che si può fare abbastanza esattamente con lo strumento medesimo mediante due osservazioni, l'una a 0°, l'altra a 100°. Per quest'ultima si può fare in modo che il serbatoio del termometro venga collocato entro la parte centrale dell'apparecchio, che serve alla determinazione del punto 100 d'un termometro. Se si chiude poi il foro con un turacciolo, il serbatoio resterà continuamente avvolto dai vapori, che si elevano dall'acqua bollente.

Il coefficiente si calcola con la formola

$$\alpha = \frac{(H_1 + h_1)(1 + kT) - (H_0 + h_0) + \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1 + \alpha t_0}\right)}{T\left\{H_0 + h_0 - \frac{v}{V}\left(\frac{H_1 + h_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{H_0 + h_0}{1 + \alpha t_0}\right)\right\}}$$

dove T indica la temperatura, alla quale nelle condizioni dell'esperienza è avvenuta l'ebollizione.

A dir vero, la quantità α entra anche nel secondo membro della equazione, ma si può procedere col metodo delle approssimazioni successive, ponendo dapprima nel secondo membro

$$\alpha = 0{,}003\ 667$$

e correggendo successivamente i risultati, come fu esposto al § 5.

Non è difficile che, almeno nei primi tentativi, si trovi per α un valore superiore a quello ora indicato, che è il medio fra quelli trovati da Regnault, da Magnus e da Jolly. Se il valore trovato non ne è molto discosto si potrebbe tener conto di quel valore e sostituirlo nella [1] quando si deve calcolar T; ma trattandosi d'uno strumento che non si deve adoperare se non per misure termometriche di gran precisione, è d'uopo eliminare qualsiasi incertezza. Si rifarà dunque l'operazione descritta per introdurre aria secca e ciò finchè si ottenga il valore di α sopraindicato.

A raggiungere l'ultimo grado di essiccazione, il quale d'ordinario è appunto il più difficile ad ottenersi, si può ricorrere al processo già usato dal Rudberg.

Staccato il serbatoio dall'apparecchio, si abbraccia il tubo r con le due metà alquanto incavate d'un buon turacciolo di sovero e lo si adatta al collo d'un vaso abbastanza profondo e quasi interamente riempito di pezzetti e di polvere di cloruro calcico purissimo ed asciuttissimo. La chiavetta del tubo si apre nell'atto che lo si introduce nel vaso e perchè la polvere non penetri nello strumento, si ha cura di collocare un fiocco di cotone all'estremità del tubo. Si spalma di poi abbondantemente con cera il turacciolo per togliere ogni comunicazione dell'aria esterna con quella del vaso. L'apparecchio si lascia in questa posizione per molte ore e di tratto in tratto si riscalda fortemente con una fiamma il serbatoio a ed il cannello ab lasciando poi che si raffreddino lentamente. Questa operazione va ripetuta almeno 60 o 70 volte. Poi si toglie l'apparecchio dal vaso chiudendo prontamente la chiavetta.

129. **Esempio** *(dal giornale delle esperienze del laboratorio di Fisica dell'Università di Padova).* — In un primo tentativo di es-

siccazione dell'aria del termometro si trovò

$$\alpha = 0{,}003\ 776.$$

Poi successivamente cercando di migliorare le condizioni dell'apparecchio essiccante, si trovò

$$0{,}003\ 717, \quad 0{,}003\ 702, \quad 0{,}003\ 685.$$

Avendo poi per più volte ottenuto quest'ultimo risultato, anche dopo aver fatto altri tentativi di essiccamento, si ricorse al metodo di Rudberg e dopo l'applicazione di questo, si ottennero i tre valori

$$0{,}003\ 666 \qquad 0{,}003\ 671 \qquad 0{,}003\ 657.$$

Il medio di questi valori è

$$\alpha = 0{,}003\ 665$$

abbastanza prossimo al valore

$$\alpha = 0{,}003\ 667$$

che è il medio, come si è detto, di quelli trovati da Regnault, Magnus e Jolly.

Misura della dilatazione lineare dei corpi solidi.

130. **Considerazioni generali.** — Fra i varii metodi imaginati per misurare la dilatazione dei solidi, alcuni valgono a direttamente determinare la dilatazione lineare, altri la cubica. Tratteremo per ora soltanto dei primi.

Le esperienze più esatte e più recenti eseguite sopra questo argomento conducono ad ammettere che l'aumento di una delle dimensioni di un corpo, ossia il suo allungamento prodotto dal calore, se anche si tratti d'un metallo o d'altro corpo molto discosto dal punto di fusione, non avvenga proporzionalmente agli aumenti della temperatura neppure fra i limiti 0 e 100°. Bensì pare che possa ammettersi con molta approssimazione, entro i limiti ora indicati e per un corpo molto discosto dal punto di fusione, che, se la lunghezza d'un'asta a 0° è l_0, a $t°$ sia

$$l_t = l_0 (1 + a\,t + b\,t^2)$$

dove a e b sono due costanti, le quali dipendono dalla natura del corpo e vanno determinate sperimentalmente. Se con β poi s'indica il medio coefficiente fra 0 e t, il quale è funzione di t, si ha

$$l_t = l_0 (1 + \beta t)$$

donde

$$\beta = a + b t.$$

Per un'asta di una data sostanza, qualora sieu note la lunghezza l_0, la quantità a e la

$$b = \frac{d\beta}{dt},$$

si avrà quanto occorre per conoscere la lunghezza l ad una temperatura qualunque.

È chiaro che b altro non è se non l'incremento che β soffre per ogni grado, di cui varia la temperatura t. Se con l'uno o con l'altro dei metodi, che verranno più sotto descritti, si osservino le lunghezze dell'asta alle temperature 0, t_1, t_2, le quali lunghezze indicheremo con l_0, l_1, l_2, avremo

$$\beta_1 = \frac{l_1 - l_0}{l_0 t_1}, \qquad \beta_2 = \frac{l_2 - l_0}{l_0 t_2}.$$

Si potrà quindi calcolare

$$b = \frac{\beta_2 - \beta_1}{t_2 - t_1}$$

e poichè

$$a = \beta_1 - b t_1$$

si conoscerà anche il valore di a da sostituirsi nell'espressione generale di β.

In ogni caso sarà bene eseguire più di due osservazioni, sia per verificare se il corpo, che si studia, segua la legge indicata, sia per prender le medie delle varie determinazioni e ottenere in tal modo maggiore esattezza.

Qui si è ammesso che l'esperienza iniziale si faccia a 0°. Se invece venisse fatta ad una temperatura t_0, purchè abbastanza vicina allo zero, si assumerebbe

$$\beta = a + b (t - t_0)$$

ossia

$$\beta = a - b t_0 + b t$$

dove la costante $a - b\,t_0$ sostituisce la quantità indicata con a nella espressione di β precedentemente trovata.

Qualora si volesse considerare la dilatazione lineare d'un corpo solido, oltre il punto 100, il che succede di rado, si dovrà in generale assumere una formula, la quale contenga almeno la terza potenza di t, cioè

$$l_t = l_0\,(1 + a\,t + b\,t^2 + c\,t^3).$$

Della misura diretta degli allungamenti.

131. **Principio del metodo.** — Gli allungamenti, che soffre l'asta, su cui si sperimenta, sono sempre quantità piccolissime. Di qui la necessità di usare mezzi di particolare precisione, quando si voglia misurarli direttamente. Il metodo consiste nel far uso d'una vite micrometrica, la cui punta soffra uno spostamento eguale a quello dell'unica estremità libera dell'asta. Mediante la divisione della testa della vite potremo ottenere la misura di piccolissime frazioni di millimetro.

Il metodo fu posto in pratica in più modi. Ne indicheremo due alquanto diversi.

132. **Apparecchio di Ramsden e Roy perfezionato da Froment** (*). — Abbiansi tre eguali truogoli A, B, C (Fig. 10),

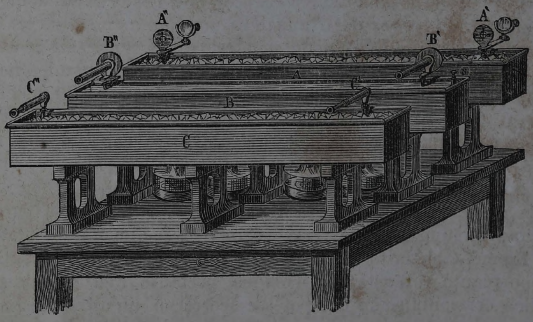

Fig. 10.

disposti parallelamente e non lontani l'uno dall'altro. Nei due estremi

(*) Jamin, *Cours de Physique*, II, 10. — *Phylos. Trans. for* 1788.

A e C dispongansi due aste di ferro fuso eguali in lunghezza e si circondino di ghiaccio. In quello di mezzo B va collocata l'asta, su cui si deve sperimentare, la quale deve essere eguale in lunghezza alle altre due, cioè quanto la lunghezza dei truogoli permette.

Le due aste estreme sono saldamente fermate entro i truogoli e restando sempre circondate di ghiaccio, mantengono invariata la loro posizione e la lunghezza. L'asta di mezzo invece è disposta sopra rulli di vetro in modo che sia libera di allungarsi e di moversi, e dopo esser stata a lungo circondata da ghiaccio, essa deve venir circondata da acqua calda, della quale si possa determinare la temperatura.

Per misurare gli allungamenti, si è fatto in modo che i tre capi delle aste, che sono da una medesima parte, come pure gli altri tre, formino rispettivamente le varie parti d'un apparecchio di collimazione. Sopra ciascun capo di una delle aste estreme è piantata una colonnetta metallica verticale, che sostiene un anello A', A'', in cui son tesi due sottilissimi fili in croce. Sopra ciascun capo dell'asta di mezzo è collocato un obbiettivo B', B''; sopra la terza asta un oculare C', C'' con reticolo.

Se si fa in modo che quando tutte e tre le aste sono nel ghiaccio, i due apparecchi di collimazione sieno bene centrati, cioè l'imagine del filo in croce cada esattamente sul reticolo dell'oculare, ciò non sarà più dopo avvenuto il riscaldamento. Ora per misurare l'allungamento avvenuto, si riporterà anzitutto uno degli obbiettivi B' nella posizione necessaria ad ottenere la collimazione, e a tal uopo serve un congegno che consiste in una leva angolare, uno dei cui bracci batte contro l'estremo dell'asta, mentre l'altro può esser mosso mediante una vite. All'obbiettivo B'' è applicata una vite micrometrica, la quale può dargli un movimento nel senso della lunghezza dell'asta. Quando uno dei capi è assestato, come si è detto, in modo da ottenere la perfetta collimazione, si farà girare all'altro capo la vite micrometrica per far scorrere il sostegno dell'obbiettivo B''.

È a notarsi che se la vite micrometrica si trovasse prima circondata da ghiaccio e poi immersa nell'acqua, soffrirebbe essa pure delle variazioni di lunghezza, e verrebbe inoltre facilmente ossidata. Per ciò il Froment ha fatto sì che la vite stesse fuori del truogolo e a tal uopo piantò sull'asta una colonna portante una grossa piastra metallica orizzontale, su cui potesse scorrerne un'altra mediante la vite micrometrica. Questa seconda piastra è quella che porta l'obbiettivo.

Questo apparecchio perfezionato da Froment nel modo indicato presenta le condizioni più opportune per ottenere esattezza.

Nello sperimentare converrà aver molta cura che, durante le osservazioni, le quali esigono qualche tempo, la temperatura si man-

tenga costante nel truogolo di mezzo. Il termometro si potrà immergere interamente nell'acqua a fianco dell'asta, e sarà anzi opportuno far uso di più termometri ben confrontati antecedentemente fra loro, per accertarsi che la temperatura dell'acqua è uniforme in tutto il truogolo. Sarà pur utile tener quell'acqua in continuo movimento e non accingersi ad una osservazione, finchè la temperatura non è uniforme e costante.

133. **Apparecchio di Matthiessen** (*). — L'asta, su cui si doveva sperimentare, veniva collocata dal Matthiessen in un lungo truogolo di lamina di zinco in modo che i suoi capi sporgessero dalle pareti estreme per due aperture. In queste aperture e in vicinanza di esse l'asta era circondata da due tubi, che erano saldati alle pareti del truogolo, ed eran lunghi 5 centimetri. Essi aveano l'ufficio di sostener l'asta, d'impedir l'uscita del liquido e di mantenere le piccole porzioni sporgenti dell'asta ad una temperatura più prossima a quella del liquido interno, che non fosse quella dell'aria esterna. Nell'interno poi l'asta era appoggiata su tre sostegni. Il truogolo era lungo 1^m,8, largo 0,18, profondo 0,15. Le faccie laterali ed il coperchio avevano doppia parete.

In una apertura praticata nel coperchio verso il mezzo veniva collocato il termometro, il cui serbatoio stava immerso nel liquido alla altezza medesima dell'asta.

Affinchè uno dei capi dell'asta si trovasse sempre nella posizione medesima, sicchè gli spostamenti dell'altro fossero eguali agli allungamenti, si fece in modo ch'esso venisse sempre a premere contro l'estremità di una grossa canna di vetro che si dispose orizzontalmente nella direzione stessa dell'asta e si fermò sopra due solide pietre. Per impedire il riscaldamento di questa canna e quindi gli spostamenti dei suoi capi, che ne avrebbero dovuto conseguire, si circondò ciascuno di quei capi, che erano tagliati obbliquamente, con un rivestimento cilindrico di zinco: dell'acqua avente la temperatura ordinaria facevasi continuamente entrare nella canna per uno di quei rivestimenti e uscire per l'altro. Il contatto dell'asta con uno dei capi della canna era assicurato mediante delle molle, che erano collocate nell'interno del truogolo e spingevan fortemente l'asta contro la canna.

L'altro capo dell'asta era pur mantenuto a contatto d'una grossa canna di vetro disposta anch'essa orizzontalmente in prolungamento dell'asta e inserita entro un largo tubo di vetro saldato con cemento

---

(*) Matthiessen, *Pogg. Ann.*, CXXVIII, p. 521.

ad una grossa pietra. Quella canna però era mobile e delle molle la costringevano a premere continuamente contro il capo dell'asta. Per mantenere la canna a temperatura costante si era adottato l'espediente medesimo di due rivestimenti di zinco all'estremità, ad uno dei quali giungeva continuamente l'acqua: questa s'introduceva nella canna, l'attraversava, e poi ne usciva per l'altro rivestimento. Anzi la stessa acqua, che aveva all'altro capo attraversato la canna fissa, veniva poi condotta mediante un tubo di gomma alla canna mobile. Anche i due capi di questa canna erano tagliati obbliquamente.

Degli schermi applicati intorno ai capi dell'asta difendevano le parti laterali dell'apparecchio dagli effetti del riscaldamento per via di radiazione.

Per la misura degli allungamenti serviva una vite micrometrica, che poteva misurare le lunghezze con l'esattezza di $\frac{1}{1000}$ di millimetro. La punta di questa vite si manteneva sempre a contatto di uno dei capi della canna mobile, mentre l'altro capo, per ciò che si è detto, stava sempre a contatto di una delle estremità dell'asta. Per riscaldare l'acqua contenuta nel truogolo si faceva uso di un apparato riscaldante composto di 18 beccucci a gas. L'uso della vite micrometrica esige alcune avvertenze, delle quali s'è già parlato al § 47.

134. **Calcolo delle esperienze.** — Dai risultati delle esperienze eseguite con un apparecchio qualunque, che dia direttamente gli allungamenti di un'asta, è cosa assai agevole dedurre la legge di dilatazione lineare dell'asta medesima. Poniamo che da 0 a t_1 siasi misurato l'allungamento λ_1 e λ_2 da 0 a t_2, e che l_0 sia la lunghezza dell'asta a 0° previamente misurata. Sarà

$$\beta_1 = \frac{\lambda_1}{l_0 t_1} \qquad \beta_2 = \frac{\lambda_2}{l_0 t_2}.$$

Ne consegue per ciò che si è detto al § 130

$$b = \frac{\lambda_2 t_1 - \lambda_1 t_2}{l_0 (t_2 - t_1) t_1 t_2}$$

ed

$$a = \frac{\lambda_1 t^2_2 - \lambda_2 t^2_1}{l_0 (t_2 - t_1) t_1 t_2}.$$

Amplificazione degli allungamenti mediante leva angolare.

135. **Principio del metodo.** — Se l'asta, su cui si sperimenta, ha uno dei suoi capi irremovibilmente fissato e l'altro appoggiato all'estremità del braccio corto di una leva angolare, lo spazio percorso dall'estremità del braccio più lungo sarà eguale all'allungamento sofferto dall'asta nel riscaldarsi moltiplicato per il rapporto fra la lunghezza di quest'ultimo braccio e quella dell'altro. In cambio di far uso del lungo braccio di leva si applica all'asse della leva un cannocchiale, e si misurano sopra una biffa collocata a molta distanza gli spostamenti del punto, in cui il prolungamento dell'asse ottico del cannocchiale incontra la biffa medesima.

Questo metodo, che comunemente si adotta nella sua forma più semplice per render palese nelle scuole la dilatazione dei solidi, esige, per poter essere adottato nella determinazione delle leggi di dilatazione, degli apparecchi di dimensioni considerevoli e di costruzione difficile e dispendiosa. Inoltre v'ha sempre in questo metodo la difficoltà di determinare con precisione il rapporto fra le due braccia di leva, determinazione che è di essenziale importanza, perchè gli allungamenti si ottengono dividendo per quel rapporto la lunghezza osservata. Di più un piccolo spostamento, che in causa del riscaldamento venisse apportato all'asse di rotazione del cannocchiale, produrrebbe nel valore di quel rapporto un'alterazione non facile a constatarsi. Per tali ragioni non ci tratteniamo a dare la descrizione minuta dell'apparecchio o ad indicare le particolarità degli esperimenti.

Smeaton e Lavoisier e Laplace si servirono di questo metodo nelle loro numerose esperienze (*).

Confronto degli allungamenti di due aste metalliche.

136. **Descrizione del metodo.** — Il metodo fu applicato da De Luc, da Borda e da Dulong e Petit; lo descriveremo brevemente secondo le disposizioni assunte da questi due ultimi fisici (**).

(*) Il lavoro di Lavoisier e Laplace fu pubblicato interamente per la prima volta nel *Traité de Physique* di Biot, 1816, V. I, p. 158.

(**) Dulong e Petit, *Annales de chimie et de physique*, 1816, II.

Abbiansi due aste metalliche di lunghezza poco diversa, l'una d'un metallo, la cui legge di dilatazione è conosciuta, l'altra del metallo, su cui si vuole sperimentare. Esse vengon poste in tutta la loro lunghezza l'una sopra l'altra nel modo indicato dalla Fig. 11 e da una

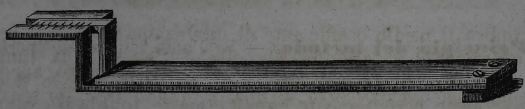

Fig. 11.

parte i loro capi vengono fermamente fissati insieme, ad esempio, mediante una traversa di ferro congiunta a quei capi per mezzo di viti robuste.

Sull'altro capo di ciascuna delle aste è piantato un pezzo prismatico della stessa sostanza, il quale si rialza prima verticalmente e poi si ripiega orizzontalmente per parecchi centimetri. I tratti orizzontali di queste due appendici possono scorrere liberamente l'uno lungo l'altro, quando le due aste, in causa del riscaldamento, si allungano inegualmente, e siccome essi son divisi in parti eguali lungo la linea di contatto, si può in una prima esperienza a 0° notare due divisioni coincidenti, indi in un'altra esperienza a t osservare lo spostamento di quelle due divisioni; di qui si potrà dedurre di quanto una delle aste siasi allungata rispetto all'altra.

Nell'apparecchio di Dulong e Petit le divisioni di una delle aste erano in quinti di millimetro e sull'altra asta era inciso un nonio, che dava i ventesimi. Così si poteva giungere a valutare i centesimi di millimetro. Dulong e Petit collocarono le due aste congiunte in un recipiente di rame lungo metri 1,4, largo 0,1, profondo 0,15. Il recipiente era pieno di un olio fisso. Da una parte e dall'altra delle aste v'erano delle piastre metalliche, che si facevano scorrere continuamente per mantenere agitato il liquido.

Per punto di partenza si prese lo stato delle aste lasciate nel bagno d'olio per più giorni entro una stanza, la cui temperatura non variava sensibilmente. Le altre osservazioni si fecero alle temperature di 100, 200, 250°, ecc. A tal uopo si faceva salire la temperatura fino al punto voluto, poi si rallentava il riscaldamento: la massima temperatura durava per 10 o 12 min., il che consentiva di fare le osservazioni con comodità e precisione. Queste non si eseguivano se non era prima accertato che l'immobilità del nonio durasse da qualche tempo.

Le aste adoperate da Dulong e Petit avevano la lunghezza di $1^m,2$, la larghezza di 0,025, la grossezza di 0,004.

137. **Calcolo delle esperienze.** — Poniamo che lo spostamento osservato a t_1 fra le due divisioni, che coincidevano a 0°, sia σ; sarà

$$\sigma = (l_1\beta' - l\beta)\, t_1$$

dove β' indica il medio coefficiente di dilatazione fra 0° e t_1 dell'asta che maggiormente si allunga, β quello dell'altra, l_1 la lunghezza della prima asta, l quello dell'altra a 0°, supposto che le due lunghezze non sieno perfettamente eguali. Queste lunghezze vanno misurate dal punto, in cui le due aste sono congiunte fino allo spigolo estremo delle appendici verticali.

L'uno o l'altro dei coefficienti β e β' deve esser noto; poniamo che sia β: avremo

$$\beta' = \frac{\sigma}{l_1 t_1} + \beta \frac{l}{l_1}.$$

Con un'altra esperienza ad una temperatura t_2 si determinerà un altro valore di β' e si potrà quindi dedurre i valori di a e b nel modo già indicato al § 130.

Metodo fondato sul fenomeno delle interferenze.

138. **Principio del metodo.** — Se al di sopra di una superficie riflettente e leggermente convessa, oppur concava, si collochi una lastra piana di vetro, è noto che appare il fenomeno degli anelli colorati. Chè se la luce è semplice, come, ad esempio, quella dell'alcool salato, abbiamo alternativamente anelli di luce colorata ed anelli oscuri. Poniamo che un corpo, di cui si vuole studiare la dilatazione, venga in una sua faccia reso levigato e leggermente convesso: al di sopra di questa faccia e ad una piccola distanza si collochi una lastra piana di vetro. Supposto che la faccia inferiore del corpo rimanga immobile, e resti pure immobile la lastra di vetro, la faccia superiore, qualora succeda riscaldamento, si avvicinerà alla lastra piana di vetro. E gli anelli colorati si sposteranno, perchè il luogo, a cui prima corrispondeva una determinata distanza fra il vetro e la faccia riflettente non sarà più il medesimo, ma sarà più lontano dal centro. Si vedrà quindi in causa del riscaldamento moversi gli anelli dal centro verso la periferia; e ad ogni intervallo fra due successivi anelli colorati, che passerà oltre un punto qualunque segnato per riferimento sopra la lastra, si sarà diminuita la distanza dei due corpi di una metà di lunghezza d'onda.

Di qui si scorge che il principio, su cui il metodo è fondato, consente, purchè le pratiche disposizioni vi rispondano bene, un'esattezza di gran lunga maggiore di quella degli altri metodi. In fatto se si adopera, ad esempio, la luce dell'alcool salato, il passaggio di uno dei detti intervalli corrisponde ad un allungamento di

$$\text{mill.}\ \frac{0{,}000\,588\,8}{2}$$

e siccome si può valutare facilmente con l'occhio la decima parte di quello spostamento, così l'allungamento che potrà venir valutato sarà

$$\text{mill.}\ \frac{1}{10}\ \frac{0{,}000\,588\,8}{2} = \frac{1^{\text{mill.}}}{339\,675}.$$

Si ha in tal modo il vantaggio notevole di poter sperimentare sopra piccole quantità della sostanza da studiarsi. Il metodo fu immaginato dal Fizeau, che eseguì con esso un gran numero di accuratissime esperienze (*).

139. **Descrizione degli apparecchi.** — Abbiasi un disco metallico sostenuto da tre viti, le quali lo attraversano e terminano superiormente in una punta smussata. Nelle esperienze del Fizeau il disco aveva il diametro di 4 centimetri e la grossezza di mezzo centimetro; le tre viti erano dello stesso metallo del disco, aveano il passo lungo $\frac{1}{4}$ di millimetro, erano lunghe 5 centimetri all'incirca: le loro teste stavano al dissotto del disco e vicine all'estremità inferiore. Queste teste erano divise sull'orlo in parti eguali, affinchè mediante un indice si potesse valutare lo spostamento delle punte, quando le teste si facevan girare.

Il metallo, di che si valse dapprima il Fizeau per costruire il disco e le viti, fu l'acciaio; di poi l'abbandonò per il platino fuso con $\frac{1}{10}$ di iridio secondo il metodo di Sainte-Claire Deville. Questo metallo ha il vantaggio di un peso specifico maggiore, il che vale a dare maggiore stabilità all'apparecchio, d'essere meno facilmente alterabile e di dilatarsi con maggiore regolarità.

(*) Fizeau, *Comptes rendus des séances de l'Académie*, LVIII, p. 923, LXII, p. 133, LXVIII, p. 1125.

Per procedere alle esperienze prendasi un pezzo della sostanza da studiarsi di grandezza tale, che esso bene si adatti alle dimensioni dell'apparecchio. Gli si dia la grossezza di 5 a 10 millimetri e due delle sue faccie riducansi parallele: l'una deve appoggiarsi sul disco, l'altra deve essere volta all'in su: quest'ultima deve venir ben levigata e resa leggermente convessa.

Prima di collocare la sostanza sul disco, bisogna determinarne accuratamente la grossezza mediante uno sferometro. Ciò fatto, la si dispone sul disco, si alzano le punte delle viti, sicchè sorpassino l'altezza della detta sostanza, si appoggia sulle punte una lastra piana di vetro e servendosi delle teste delle viti, si fa in modo che la distanza fra la faccia levigata e la lamina di vetro sia molto piccola; era mill. 0,02 nelle esperienze del Fizeau.

Il treppiedi così apparecchiato collocasi di poi nel centro di una scatola di rame a grosse e doppie pareti, dove esso viene illuminato da una fiamma d'alcool salato. Due lampade sottoposte servono a riscaldare l'apparecchio, e due termometri, i cui serbatoi trovansi a poca distanza dal treppiedi, indicano la temperatura dell'aria nello spazio interno. Là entro ponesi inoltre una certa quantità di potassa caustica per ottenere l'essiccazione dell'aria.

Un foro è praticato nel coperchio ed è chiuso con lastra piana di vetro: esso sta immediatamente al di sopra del treppiedi. Al di fuori sulla verticale che passa per l'asse del treppiedi medesimo, è collocato un prisma di vetro isoscele e ad angolo retto in modo, che uno dei suoi cateti sia volto all'apertura ed uno all'osservatore. Guardando con un cannocchiale e ricevendo i raggi che partono dall'apparecchio interno e si riflettono totalmente nel prisma, si può osservare gli anelli anche da qualche distanza.

Una prima osservazione si fa alla temperatura dell'ambiente prima di riscaldare l'apparecchio. Si attende a tal uopo che sia passato qualche tempo senza che il termometro o gli anelli abbiano dato alcun segno di variazione di temperatura. È inoltre importante che in quel tempo medesimo la pressione barometrica non siasi notevolmente mutata.

Quando queste condizioni sien soddisfatte, si osserva la posizione degli anelli. A tal uopo son segnati sulla lastra di vetro più punti di riferimento, 10 nelle esperienze del Fizeau. Si potrà registrare la posizione degli anelli rispetto a ciascuno di questi punti. Si riscalda di poi l'apparecchio e si fa un'altra osservazione a temperatura più elevata, non prima però che siasi ottenuta temperatura costante per un tempo abbastanza lungo. Durante il riscaldamento si avrà potuto tener conto del numero degli intervalli fra due successivi anelli colorati, i quali avranno oltrepassato l'uno o l'altro dei punti della lastra, e quando la temperatura sia ridotta costante, si potrà valutare

le frazioni d'intervallo facendo un'osservazione per ciascuno dei punti e prendendo la media.

Da queste osservazioni si dedurrà di quanto la faccia levigata siasi accostata alla lastra di vetro. Questo spostamento però equivarrebbe all'allungamento della sostanza presa a studiare nel solo caso, che le asticciuole delle viti, le quali sostengono la lastra, non si allungassero anch'esse. Lo spostamento osservato è dunque propriamente la differenza fra la dilatazione della sostanza e quella delle asticciuole metalliche. È quindi necessario determinare una volta per tutte la legge di dilatazione della sostanza, di cui son costituite le viti. A tal uopo si toglie ogni sostanza dal disco metallico, poi, supposto che la superficie del disco stesso sia leggermente convessa, si osservano gli anelli colorati che si formano fra essa e la lastra di vetro. Questi si possono ottenere in condizioni tali da sperimentare con precisione, anche se la distanza fra la lamina di vetro e la superficie del disco sia relativamente grande. Nelle esperienze del Fizeau essa giunse anche a 10 mill. Del resto procedesi in questa determinazione come si è prima indicato.

Il Fizeau per determinare la legge di dilatazione delle asticciuole di platino del suo apparecchio ha fatto tre serie di esperienze corrispondenti in complesso a 21 osservazioni.

Per ciascuna sostanza studiata eseguì invece almeno tre osservazioni, ciascuna delle quali comprendeva, come si è detto, dieci determinazioni della posizione degli anelli.

Egli fece anzitutto una osservazione alla più alta temperatura, all'incirca 70°, poi una a 45°, da ultimo una alla temperatura dell'aria esterna fra 10° e 20°.

140. **Calcolo delle esperienze.** — Sia n il numero degli intervalli fra due successivi anelli colorati, che son passati per uno dei punti segnati sulla lastra. L'allungamento apparente è

$$\frac{n\lambda}{2}$$

se λ è la lunghezza dell'onda spettante alla riga D. Ma poichè anche le asticciuole delle viti si allungano, per avere il vero allungamento della sostanza converrà aggiungere allo spostamento osservato l'allungamento delle asticciuole. Suppongasi pertanto che sieno state in precedenza eseguite delle esperienze speciali per determinare la legge di dilatazione delle dette asticciuole. Se in queste esperienze si avrà fatto una prima osservazione ad una temperatura bassa t ed un'altra ad una temperatura elevata t_1, si avrà ottenuto il valore

$$\frac{n_1\lambda}{2}$$

per il totale allungamento delle asticciuole, supposto che n_1 indichi il numero degli intervalli spostati. Il coefficiente medio di dilatazione fra t e t_1 per il metallo delle viti sarà dunque

$$\beta' = \frac{n_1 \lambda}{2 (t_1 - t) e}$$

dove e indica l'altezza della punta delle aste, ossia della lastra di vetro sopra il piano del disco, la quale altezza si può misurare mediante la divisione dell'orlo della testa delle viti. Col mezzo di un'altra o di più altre esperienze si potrà determinare il valore delle due costanti a e b, e quindi calcolare il valore del medio coefficiente β' per tutti i gradi della scala termometrica compresi nell'intervallo, in cui dovranno cader le esperienze da farsi con le varie sostanze.

Una tabella contenente questi diversi valori potrà servir poi opportunamente nel calcolo di qualunque esperienza.

Torniamo ora all'esperienza eseguita sopra una data sostanza, e poniamo d'indicare ancora con t e t_1 le temperature delle due osservazioni. Allo spostamento osservato $\frac{n \lambda}{2}$ bisognerà aggiungere l'allungamento delle aste, che sarà

$$\beta'_1 e (t_1 - t)$$

se con β'_1 s'indica il valore speciale che β' avrà nella tabella per il caso particolare considerato e con e ancora la distanza della lastra dal disco.

Se con ϵ indichiamo la grossezza della sostanza collocata sul disco, avremo per essa il medio coefficiente fra t e t_1 dato da

$$\beta_1 = \frac{\frac{n \lambda}{2} + \beta'_1 e (t_1 - t)}{\epsilon (t_1 - t)}.$$

Con un'altra osservazione si potrà ottenere un secondo valore di β, e quindi i valori di a e b, per mezzo dei quali si può calcolare la dilatazione della sostanza per qualunque temperatura (§ 130).

141. **Correzioni.** — La lunghezza λ delle ondulazioni di una data luce semplice varia al variare della densità dell'aria e quindi della temperatura e della pressione. È dunque necessario che nel calcolare il coefficiente di dilatazione, sia della sostanza studiata, sia delle asticciuole metalliche, si introduca il valore di λ corrispondente alle condizioni dell'esperienza. In cambio di ciò si potrà correggere il

numero degli intervalli spostati, aggiungendo al numero n osservato la quantità

$$\nu = \frac{2e}{\lambda}(m - m_1)$$

dove λ rappresenta il valore della lunghezza delle onde nelle condizioni normali, m ed m_1 gl'indici di rifrazione nelle condizioni delle due esperienze, ed e la grossezza dello spazio, in cui si producono gli anelli. Per i valori di m ed m_1 si ricorre alla formola

$$\frac{m^2 - 1}{d} = \frac{m^2_1 - 1}{d_1} = 0{,}000\,588$$

data da Biot ed Arago, nella quale d e d_1 indicano le densità dell'aria nei due stati, posta eguale ad 1 la densità a 0° e 760^{mm}.

La legge rappresentata da quella formola essendo stata principalmente stabilita rispetto ai cangiamenti di densità dovuti ai mutamenti di pressione, il Fizeau volle indagare se la formola valesse anche per i mutamenti dipendenti dalla temperatura e la trovò esatta.

Dilatazione assoluta dei liquidi.

142. **Considerazioni generali.** — Più metodi vennero adoperati per misurare la dilatazione assoluta dei liquidi, e sono i seguenti:

1) Misura diretta della dilatazione assoluta;
2) Metodo dei vasi comunicanti;
3) Metodi fondati sulla misura della dilatazione apparente;
4) Metodo idrostatico.

Li descriveremo successivamente trattenendoci in particolare su quelli che sono più appropriati per le esperienze di laboratorio.

Misura diretta della dilatazione assoluta.

143. **Principio del metodo.** — Se un vaso di vetro contenesse alla temperatura di 0° una tale quantità di mercurio che ad una temperatura qualunque t l'aumento di volume di quel mercurio esattamente equivalesse all'aumento di capacità del vaso, la dilatazione di un liquido sovrapposto al mercurio entro il vaso stesso, direttamente osservata o col raccoglierne la porzione effluita dal vaso o col

valutare il volume della colonna avanzatasi in un cannello, sarebbe eguale all'assoluta.

Su questo principio è fondato il metodo usato da Plücker.

141. **Ricerca della quantità di mercurio necessaria alla compensazione.** — Per determinare la quantità di mercurio necessaria alla compensazione, si riempie di mercurio il vaso, in modo che a 0° esso giunga fino al punto, dove l'altro liquido pure a 0° dovrebbe giungere: poniamo per semplicità che sia fino all'orlo superiore del vaso. Pesato lo strumento così pieno di mercurio, lo si porti ad una temperatura t, lo si mantenga per un certo tempo a questa temperatura e si raccolga il mercurio che ne effluisce.

Sia p il peso di questo mercurio,

P quello di tutto il mercurio contenuto prima nel vaso,

x quello della quantità necessaria alla compensazione.

Imaginiamoci separata la quantità, che ha il peso x, dall'altra $P - x$; se la prima quantità soddisfa esattamente alla compensazione, il volume del mercurio effluito dovrà corrispondere alla dilatazione assoluta della quantità $P - x$, sicchè, se s'indica con Δ il peso della unità di volume del mercurio a 0°, sarà

$$\frac{P-x}{\Delta}\,\tau t = \frac{p}{\Delta}\,(1+\tau t)$$

dove in luogo di τ si sostituirà il valore del coefficiente medio di dilatazione del mercurio fra 0 e t quale venne dato da Regnault ed è riferito nella tabella XXII.

Dall'ultima equazione si ottiene

$$x = P - p\left(1+\frac{1}{\tau t}\right).$$

145. **Difetti del metodo.** — Ammesso che la compensazione si verifichi per una temperatura t, converrebbe che le leggi di dilatazione del mercurio e del vetro nell'intervallo di temperatura, che si considera, fossero rigorosamente identiche, affinchè la compensazione stessa si verificasse in tutto quell'intervallo. Ora ciò non si può ammettere che per piccoli tratti della scala termometrica.

Sarà ancor meno facile che la compensazione si avveri, allorchè si voglia sorpassare il limite t di quell'intervallo. Il metodo pertanto non può dare risultati sicuri se non fra limiti di temperatura assai vicini. È inoltre alquanto difficile l'introdurre nello strumento l'esatta quantità di mercurio necessaria alla compensazione e v'ha quindi

pericolo di andare incontro ad un errore costante, che alteri tutti i risultati.

Il Geissler costruì un apposito strumento per operare con questo metodo facendo in modo che il mercurio stesso, che serve alla compensazione, spinto dal liquido, su cui si sperimenta e che si dilata per riscaldamento, s'avanzi in un cannello e valga ad indicare la dilatazione di quel liquido.

Benchè questo strumento sia stato costruito con moltissima cura, e benchè il Plücker l'adoperasse abilissimamente, i risultati ottenuti appalesano i difetti del metodo. Lo strumento ha anche l'inconveniente che quando una parte considerevole del mercurio è passata nel cannello, non vi può più essere l'esatta compensazione.

Prima del Plücker, il Muncke aveva sperimentato con questo metodo, ma nella sua forma più semplice (*).

Metodo dei vasi comunicanti.

146. **Principio del metodo.** — Abbiansi due tubi comunicanti riempiti col medesimo liquido. L'uno di questi tubi mantengasi a 0°, l'altro si possa portare a temperature diverse e mantenere per un certo tempo ad una data temperatura t, alla quale si vuol fare una osservazione.

Se $h_0\, h_t$ sono rispettivamente le altezze del liquido nei due tubi sopra il tubo orizzontale che li congiunge, e se d_0 e d_t sono le densità del liquido a quelle due temperature, per una nota legge di fisica sarà

$$\frac{h_t}{h_0} = \frac{d_0}{d_t}.$$

Le densità poi sono in ragione inversa dei volumi specifici, intendendo per volume specifico di un corpo quello dell'unità di peso del corpo medesimo. Sieno v_0 e v_t i volumi specifici del liquido a 0 e a t, e sia δ_t la dilatazione dell'unità di volume del liquido da 0 a t, avremo

$$\frac{h_t}{h_0} = \frac{v_t}{v_0} = 1 + \delta_t$$

(*) Muncke, *Mémoires présentés à l'Académie impériale des sciences de St-Pétersbourg par divers savants*, T. I, 1831, p. 250.
Plücker e Geissler, *Pogg. Ann.*, LXXXVI, p. 238.

donde

$$\delta_t = \frac{h_t - h_0}{h_0}.$$

Qualora si ammettesse che la dilatazione avvenisse proporzionalmente agli aumenti di temperatura, o si volesse il medio coefficiente x da 0 a t, lo si avrebbe dalla equazione

$$x = \frac{\delta_t}{t} = \frac{h_t - h_0}{h_0 t}.$$

147. **Caratteri del metodo.** — Questo metodo ha molta importanza perchè, quantunque esso valga a misurare soltanto indirettamente la dilatazione assoluta, i risultati con esso ottenuti sono affatto indipendenti dalla dilatazione del vaso. I più esatti e i più comunemente usati fra gli altri metodi consistono invece nel dedurre la dilatazione assoluta dall'apparente. A tal uopo convien conoscere la dilatazione del vaso, e siccome questa non può dedursi con sicurezza dalla dilatazione lineare di un'asta d'egual sostanza e per il vaso stesso non può determinarsi senza conoscere la legge di dilatazione di un liquido contenutovi, così i citati metodi di misura della dilatazione dei liquidi si fondano appunto sui risultati ottenuti con gran precisione per il mercurio col metodo dei tubi comunicanti.

Siccome questo metodo esige apparecchi di grandi dimensioni e di gran prezzo, ed è quindi poco proprio ai comuni laboratorii, così non ci soffermeremo più lungamente sopra di esso.

Dulong e Petit e poi Regnault se ne valsero per la determinazione della legge di dilatazione del mercurio (*).

Metodi fondati sull'osservazione della dilatazione apparente.

I° Metodo.

148. **Principio del metodo.** — Abbiasi in un vaso una certa quantità di liquido, che a 0° giunga fino ad un punto determinato.

(*) Dulong e Petit, *Ann. de chim. et de phys.* (2), T. VII, p. 124.
Regnault, *Mém. de l'Acad. des Sciences*, XXI, p. 271.

Si conosca la capacità V_0 del vaso a quella temperatura fino a quel punto, e il peso del vaso vuoto. Pesando nuovamente lo strumento, si otterrà il peso P del liquido e quindi la densità a 0°

$$d_0 = \frac{P}{V_0}.$$

Quando il vaso venga riscaldato fino ad una temperatura t, si osservi il nuovo volume occupato dal liquido e poniamo che si possa valutarne il vero valore V_t. La densità a $t°$ sarà data da

$$d_t = \frac{P}{V_t},$$

e se bastasse ottenere il valore relativo della densità a $t°$ rispetto a quello, ch'essa ha a 0°, si avrebbe

$$d_t = \frac{V_0}{V_t} d_0 .$$

Noto il valore relativo o assoluto della densità, se ne deduce immediatamente quello del volume specifico del liquido e quello della dilatazione, come già fu indicato nel § 146.

149. **Strumenti da adoperarsi — Determinazione del volume di essi.** — Gli strumenti, di cui si fa uso, quando vogliasi adottar questo metodo, sono per forma e capacità somiglianti ad un sensibile termometro. Siccome gli altri liquidi in generale dilatansi con più rapidità del mercurio, così i cannelli prendonsi alquanto più larghi.

Nello scegliere i cannelli converrà avere gran cura perchè possibilmente sieno di uniforme sezione. Se non si potesse riuscirvi, si cercherà almeno che la sezione vada in essi continuamente variando nel medesimo senso e che queste variazioni sieno quanto più piccole è possibile. Supposto che si presenti appunto tal caso, per ottenere la capacità del cannello dall'origine fino ad un punto x della scala, si potrà procedere col metodo di Kopp, come è indicato al § 120. Allora la detta capacità viene rappresentata da una formola contenente le potenze crescenti della x, prendendo per unità, ad esempio, la prima divisione, e si può con una tabella stabilire le correzioni spettanti alle singole letture.

Del resto, qualora non si volesse o non si potesse adottare questo metodo, si potrà ricorrere all'uno od all'altro dei metodi di calibrazione esposti ai §§ 116-121.

Qui però occorre di determinare anche il valore della capacità del serbatoio e di una delle particelle del cannello o almeno del rapporto fra le due quantità. Per determinare la capacità del serbatoio, dopo aver pulito e asciugato lo strumento, lo si pesa vuoto; indi riempiutolo di mercurio o d'acqua, lo si pone nel ghiaccio pesto, e si ha cura che il livello del liquido, quando questo ha raggiunto la temperatura di 0°, non rimanga al dissotto dell'origine della scala. Si tien conto della divisione, a cui giunge il livello del mercurio, e che dovrà esser vicina all'origine della scala, poi si asciuga lo strumento e si pesa. La differenza dei due pesi trovati, divisa per la densità del liquido a 0°, darà il volume occupato dal liquido a quella temperatura.

Questa operazione deve esser fatta con molta cura. Nel far le pesate converrà tener conto del peso dell'aria spostata e adoperare il metodo della tara.

Quanto alla misura della capacità di una delle particelle del cannello, sono a considerarsi due casi, quello del cannello di sezione uniforme e l'altro, in cui la sezione sia variabile, ma varii, come si è supposto, sempre nel senso medesimo.

Nel primo caso, diviso che si abbia il cannello con la macchina divisoria in parti d'egual lunghezza, si introdurrà una colonna di mercurio nel cannello, la quale ne occupi pressochè tutta la lunghezza. Si osserverà attentamente il numero delle divisioni abbracciate dalla colonna di mercurio e lo si registrerà: poi si raccoglierà il mercurio in un'apposita bacinella ben pulita ed asciutta, tenendo conto della temperatura della stanza. Questa operazione si ripeterà più volte, e tutto il mercurio si raccoglierà nella bacinella medesima e lo si peserà.

Sia P questo peso. Se d_0 è la densità del mercurio a 0°, γ il coefficiente di dilatazione del mercurio fra 0° e la temperatura t della stanza, n il numero complessivo delle particelle abbracciate da tutte le colonne osservate, il cercato volume sarà

$$w = \frac{P(1+\gamma t)}{d_0 n} .$$

Se il tubo non ha uniforme sezione, mediante la calibrazione, che se ne avrà fatto secondo uno dei metodi indicati per i cannelli dei termometri, si potrà passare da un numero m di divisioni osservato al numero m_1, quale sarebbe stato letto se tutte le divisioni fossero eguali in capacità alla prima. Allora si può procedere nel modo stesso testè indicato, purchè alla somma n dei numeri direttamente ottenuti si sostituisca il numero n_1 corretto. Questa operazione può farsi prima ancora d'applicare il cannello al serbatoio, od anche dopo averlo applicato.

Si può anche per questa operazione procedere, benchè forse con minor precisione, così. Si pesa lo strumento vuoto, poi lo si empie di mercurio, lo si pone nel ghiaccio, e si fa che il livello del mercurio arrivi fino ad una delle più alte divisioni del cannello, indi si pesa nuovamente. Dopo aver tratto una piccolissima quantità di liquido per via di riscaldamento, si ripete l'operazione e così si fa per tre o quattro volte. Poi si fa uscire dal cannello una quantità tale di liquido, che il livello si accosti all'origine della scala, e si fanno parimenti in vicinanza a quel punto altrettante osservazioni seguite dalle pesate relative.

Sia N la media dei numeri corretti corrispondenti alle letture fatte alla sommità della scala, N_1 la media similmente ottenuta dalle letture fatte presso all'origine della scala, P e P_1 le medie dei pesi del mercurio dedotte dalle pesate corrispondenti. Se con w s'indica il volume della divisione presa per unità, con M il volume del serbatoio espresso in divisioni eguali a w, sarà

$$(M + N)\, w = \frac{P}{d_0},$$

$$(M + N_1)\, w = \frac{P_1}{d_0},$$

dalle quali equazioni si può dedurre il valore di M e di w. Per accertarsi che l'operazione è stata fatta con esattezza, si potrà fare una determinazione simile affatto alle precedenti per un punto intermedio della scala, sicchè il numero delle divisioni sia N_2 e il peso del mercurio P_2, e verificare se il valore di P_2 dato dall'equazione

$$P_2 = d_0\, w\, (M + N_2),$$

dove per w ed M vanno sostituiti i valori trovati, corrisponda in modo soddisfacente a quello risultante dalla esperienza.

150. **Altre operazioni preparatorie.** — Importante assai per l'esattezza delle esperienze da farsi è la determinazione del coefficiente di dilatazione dello strumento. Essa dovrà venir fatta *direttamente per mezzo del mercurio e per ciascuno strumento*. Inoltre, quando si esiga gran precisione, non basterà il determinare la dilatazione totale del vaso da 0 a 100°, ma converrà determinarla per più punti intermedii, e, ove occorra, anche al di là di 100, poi costruire una curva rappresentante la dilatazione stessa e giovarsi delle ordinate di essa nel calcolo delle esperienze. Di questa operazione si tratterà ai §§ 170-173.

Determinata che sia la legge di dilatazione dello strumento, lo si vuoterà interamente del mercurio collocatovi, e lo si riempirà del liquido, su cui si vuole sperimentare. Prima però, ove occorresse, si potrà torvi qualche impurità introducendovi dell'acido nitrico, mediante riscaldamento e raffreddamento. Si cercherà poi di cacciare l'acido interamente e si introdurrà ripetutamente di quel liquido stesso, che si vuole studiare, cacciandolo poi finchè si possa esser certi che lo strumento sia libero d'ogni altra sostanza.

Nel riempir lo strumento del liquido da studiarsi bisogna cercare che questo sia possibilmente privo d'aria. Alcuni liquidi, come, ad esempio, l'acqua, non si possono privar d'aria, se non con grande difficoltà. Per questi si opererà nel modo seguente.

L'estremità superiore del cannello dello strumento venga assottigliata, stirata e ripiegata alquanto a modo di uncino. Non potendo far ciò, si cercherà di supplirvi congiungendo quella estremità mediante anelli di gomma ad un tubo di vetro di forma opportuna. Si versi poi in una bacinella una certa quantità del liquido, di cui si vuole empire lo strumento, e lo si mantenga in ebollizione. Si immerga in quel liquido l'estremità aperta del cannello, si riscaldi il serbatoio e poi lo si lasci raffreddare. Entrerà così una certa quantità di liquido; lo si riscaldi e lo si porti all'ebollizione, continuando sempre a far bollire anche il liquido della bacinella. Si lasci di poi raffreddare il liquido nel serbatoio, indi si faccia bollire di nuovo e così via, finchè lo strumento sia pieno interamente e finchè in due o tre raffreddamenti successivi non rimanga presso al collo dello strumento alcuna bolla d'aria. Quest'ultimo risultato è talora difficile ad ottenersi, e per cacciar la bolla, s'intende già nel caso che essa sia piccolissima, si potrà tener ritto lo strumento, e poi, riscaldando lentamente il serbatoio, far sì che la bolla salga e venga espulsa attraverso il liquido della bacinella.

Qualora siasi privato il liquido d'aria, si leverà l'estremità del cannello dalla bacinella, e, ritiratosi alquanto il liquido, si chiuderà il foro con un colpo di fiamma. È chiaro che qui bisognerebbe cogliere il momento opportuno, in cui il liquido ha tale temperatura, che raffreddandosi poi fino a 0°, il suo livello si arresti ad un'altezza opportuna. Occorrerà probabilmente fare a tal uopo più di un tentativo. Pesando poi lo strumento che fu già pesato quand'era vuoto, si deduce il peso del liquido contenuto.

151. **Esperienze di misura.** — La prima esperienza si farà alla temperatura di 0°. Si circonderà a tal fine lo strumento di ghiaccio pesto e si osserverà la posizione del livello del liquido soltanto dopo un tempo abbastanza lungo perchè si possa esser certi che tutto il liquido abbia assunto la temperatura di gelo. Sieno n le parti del

cannello occupate dal liquido, V_0 il volume del serbatoio, e w la capacità di una particella. Il volume del liquido a 0°, sarà

$$V_0 + n w.$$

Le osservazioni a temperature più alte sono facili ad eseguirsi, se quelle temperature sono prossime a quella dell'ambiente.

In tal caso basterà prendere un vaso di legno o di metallo pieno d'acqua piuttosto ampio, nel coperchio del quale sienvi due fori circolari per farvi passare lo strumento ed un termometro, che potranno venir sostenuti mediante due turaccioli traforati di sovero o di gomma applicati a quei fori.

È superfluo il dire che il termometro deve essere stato accuratamente verificato, e che si dovrà prima di adoperarlo determinare la posizione dello zero.

Si cercherà che il serbatoio del termometro e quello dell'altro strumento si trovino alla medesima altezza, ma tuttavia sarà necessario agitare continuamente l'acqua, affinchè in tutti gli strati essa si trovi alla medesima temperatura. A tal fine si può adoperare un anello oppure un segmento circolare di piastra metallica saldato ad un'asta verticale, che si possa alzare ed abbassare facendola scorrere entro opportuna guaina fissata nel coperchio del vaso. L'asta dell'agitatore e quindi anche la guaina sarà bene che sieno di sezione rettangolare per evitare che, rotando l'asta, possa l'agitatore battere contro gli strumenti e romperli.

Siccome il movere l'agitatore continuamente è cosa piuttosto incomoda, così si fa talora uso di un piccolo motore, come ad esempio di un motore elettrico o, più semplicemente, di un sistema di orologeria.

L'osservazione non si farà se non quando si scorga che la temperatura sia da qualche tempo rimasta costante. Per maggior sicurezza si potrà con l'aggiunta d'una piccola quantità d'acqua più calda o più fredda, alzare od abbassare di poco la temperatura, far così un'altra o più osservazioni e poi prender la media sì delle temperature osservate, come delle letture fatte sull'altro strumento.

Fu da taluni ascritto a difetto di questo metodo la circostanza che aderendo il liquido alla superficie interna delle pareti, i risultati possono per ciò venire alterati. Per ovviarvi si può far le osservazioni sempre passando a temperature più alte. Sembra però che questa causa di errore sia di poca importanza, e certo molto meno efficace di altre, che non si possono sopprimere.

Quando si tratta di fare delle determinazioni a temperature notevolmente differenti da quella dell'ambiente, sien esse superiori od inferiori, si presentano non piccole difficoltà, e queste si fanno sempre

maggiori quanto più cresce la differenza di temperatura. Supponiamo dapprima che si voglia eseguire delle esperienze a temperature più alte di quella dell'ambiente. Si potrà allora far uso di un doppio recipiente, cioè si potrà immergere il medesimo vaso, di cui si è fatto parola testè, in un altro vaso metallico più largo e più profondo, in modo che tra le pareti verticali e tra i fondi dei due recipienti rimanga un intervallo, che verrà empito d'acqua. Gioverà se le pareti ed il fondo del vaso interno sieno, anzichè di metallo, di sostanza poco conduttrice, come ad esempio di legno. Nell'intervallo anulare, che sta fra le pareti verticali dei due vasi si collocherà un termometro e vi si adatterà pure un agitatore anulare, la cui asta potrà essere superiormente congiunta con quella dell'agitatore del vaso interno perchè si possa moverle insieme. Per ciò sarà d'uopo che i due vasi abbiano un coperchio comune, in cui sieno i fori opportuni per adattarvi gli strumenti e delle guaine per gli agitatori, oppure che il detto spazio anulare abbia uno speciale coperchio, che s'adatti all'orlo del vaso esterno. Sotto il fondo di questo ultimo si collocherà la sorgente di calore, e si cercherà, regolandone opportunamente l'intensità, di raggiungere prossimamente la temperatura voluta e di ottenere che per un certo tempo le variazioni di temperatura indicate dal termometro situato nello spazio anulare sieno ridotte assai tenui. Solo allora si comincerà ad osservare l'altro termometro, che diremo interno, e continuando sempre a muovere gli agitatori, si attenderà che la temperatura indicata da quel termometro sia da parecchi minuti costante. Allora si potrà fare la contemporanea osservazione sì del termometro interno, come dello strumento.

Anche qui sarà bene fare parecchie osservazioni, tutte con le cure medesime e a temperature assai prossime, e prendere le medie aritmetiche delle fatte letture.

Per difetto di costruzione dell'apparecchio e per la difficoltà di regolare la sorgente di calore, avviene talvolta che non si possa mantener costante la temperatura per un tratto di tempo di tal lunghezza da poter ammettere che ambedue gli strumenti abbiano raggiunto la medesima temperatura. Allora le osservazioni si fanno, come si suol dire, *al punto di massimo o di minimo*. Poniamo, ad esempio, che da una data temperatura, alla quale s'è fatta una osservazione, si voglia passare ad un'altra superiore. Si aumenterà l'intensità della sorgente di calore, e quando si vedrà che il termometro esterno sarà molto prossimo al punto voluto, si modererà la fiamma in modo da far sì che il riscaldamento si arresti e che anzi il calore somministrato sia alquanto minore di quello che vien perduto contemporaneamente dall'apparecchio. Con un po' di pratica si raggiunge facilmente l'intento. Se due osservatori seguono allora continuamente le

indicazioni dei due strumenti, le vedranno rispettivamente aumentare con lentezza, raggiungere un massimo e poi decrescere. È appunto il massimo valore dato dall'uno e dall'altro strumento quello che dee venir registrato come risultato dell'esperienza.

In modo affatto simile si opererà qualora si voglia fare un'esperienza al punto di minimo. Nell'un caso e nell'altro però si deve cercare che le temperature s'accostino ai punti di massimo o di minimo con lentezza grandissima.

Se si tratta di fare osservazioni a temperature inferiori a quella dell'ambiente, qualora sia piccola la differenza di temperatura, si potrà adoperare lo stesso apparecchio testè descritto e raffreddare l'acqua nel recipiente esterno mediante pezzi di ghiaccio ben pesto. In tal modo si otterrà che la temperatura rimanga costante per un tempo sufficiente per poter fare le osservazioni. In ogni modo esse potranno eseguirsi con sufficiente esattezza al punto di minimo.

Se poi il raffreddamento si deve spingere a più gradi al di sotto della temperatura dell'ambiente, allora conviene adottare apparecchi specialmente adatti a questo caso.

Poniamo che la temperatura, cui si vuole raggiungere, sia parecchi gradi discosta da quella dell'ambiente, ma non inferiore allo zero. Si potrà allora prendere un recipiente di legno, che si empirà d'acqua. In esso verran collocati gli strumenti e lo si provvederà di un agitatore. Questo recipiente si collocherà in altro maggiore e l'intervallo fra essi si empirà di sostanza poco conduttrice, come ad esempio di penne, paglia tagliata, segature di legno. Il raffreddamento si otterrà facilmente mediante ghiaccio ben pesto che si aggiungerà di tratto in tratto. Le osservazioni si faranno al punto di minimo.

Qualora si volesse raffreddare gli strumenti fino a più gradi sotto lo zero, è necessario servirsi d'una miscela frigorifera, come, ad esempio, di ghiaccio pesto e di sal comune, oppure di ghiaccio e di cloruro di calcio cristallizzato. La mescolanza si fa nelle proporzioni necessarie ad ottenere il massimo raffreddamento, ed è opportuno raggiungere immediatamente la minima temperatura per poi passare ai punti intermedi. Si può nella stagione invernale, usando una delle miscele indicate, giungere anche a più di 20° sotto lo zero.

L'agitazione della miscela non dovrà mai venire interrotta, perchè altrimenti rapidamente si formano dei grossi pezzi di ghiaccio, che, smossi poi dall'agitatore, possono battere contro gli strumenti e romperli.

Dopo fatta una osservazione alla minima temperatura, per farne un'altra a temperatura più elevata, si toglierà dal vaso una certa quantità della miscela, e vi si sostituirà, come suggerì il Regnault, un'eguale quantità della miscela stessa calda e concentrata. Si vede allora alzarsi la temperatura, ma questo riscaldamento si arresta dopo

un certo tempo, si giunge ad un massimo e succede poi un lento raffreddamento cagionato dalla fusione del ghiaccio che tuttora esiste nel vaso. Dopo un certo tempo però la temperatura si arresta e si può procedere alla osservazione.

Se gli strumenti che si immergono nella miscela sono assai delicati, bisognerà adottare un metodo alquanto diverso per evitare il pericolo di spezzarli. Si potrà a tal uopo collocarli in apposito recipiente pieno di una soluzione alcoolica, e questo recipiente disporre a sua volta entro il vaso contenente la miscela. Converrà in tal caso mantenere agitata la soluzione alcoolica e tener coperto il vaso che la contiene, perchè essa altrimenti perderebbe una parte dell'alcool contenutovi e potrebbe ridursi tanto povera d'alcool da congelarsi in parte, anche se si continua l'agitazione. Rispetto alla proporzione d'alcool necessaria, non sarà male il notare che l'abbassamento al di sotto di 0° della temperatura di congelamento nelle soluzioni alcooliche è direttamente proporzionale alla quantità dell'alcool mescolato all'acqua, per le soluzioni che non contengono più del 10 % di alcool. Tale abbassamento corrisponde a 0°,45 per ogni grammo d'alcool contenuto in 100 grammi di miscela. Nelle soluzioni che contengono più del 10 % d'alcool, il punto di congelamento si abbassa più rapidamente al crescere del peso dell'alcool mescolato. Bisognerà poi eccedere alquanto nelle proporzioni dedotte da questi dati appunto per evitare le conseguenze dell'evaporazione.

Talvolta si esige la determinazione della densità o del volume specifico di un liquido ad una temperatura antecedentemente stabilita. Ora, senza gran perdita di tempo, non è ordinariamente possibile di portare la temperatura esattamente al punto voluto. Di più converrebbe tener conto di tutte le correzioni da farsi ai termometri. Per ciò si preferisce fare un'osservazione ad una temperatura prossima inferiore a quella data, e un'altra ad una prossima superiore. Indi si calcola il valore corrispondente alla temperatura intermedia per mezzo di una semplice interpolazione, supponendo retta in quel tratto la linea che rappresenta il fenomeno.

152. **Calcolo delle esperienze.** — L'esperienza eseguita alla temperatura di 0° ci darà la densità del liquido a questa temperatura mediante l'equazione

$$d_0 = \frac{P}{V_0 + n w},$$

dove V_0 è il volume del vaso fino all'origine della scala, n il numero delle particelle del cannello occupate dal liquido, w il volume d'una delle particelle, P il peso del liquido contenuto.

Poniamo che per una osservazione fatta alla temperatura qualunque t sia n_t il numero delle particelle occupate dal liquido. Se k è il coefficiente di dilatazione cubica del vetro, sarà

$$d_t = \frac{P}{V_0(1+kt) + n_t w},$$

ammettendo che sia trascurabile l'aumento avvenuto per il riscaldamento nella capacità delle divisioni del cannello.

Se anche non si conoscesse il valore di P, si potrebbe sempre avere da queste due equazioni il valor relativo di d_t

$$d_t = \frac{V_0 + n w}{V_0(1+kt) + n_t w} d_0$$

riferito a quello della densità a 0°.

Invece della densità possiamo dedurre da queste esperienze i valori del volume dell'unità di peso, o, come si suol dire, del volume specifico. Indicando questa quantità con v, avremo:

$$v_0 = \frac{V_0 + n w}{P}$$

$$v_t = \frac{V_0(1+kt) + n_t w}{P}$$

ed anche

$$v_t = \frac{V_0(1+kt) + n_t w}{V_0 + n w} v_0.$$

La differenza fra v_t e v_0 ci darà per qualsiasi temperatura t il valore della dilatazione del volume v_0 da 0 a t, e dividendola per v_0 e per t si potrà avere il medio coefficiente δ fra 0 e t

$$\delta = \frac{v_t - v_0}{v_0 t}.$$

Siccome però nei liquidi la dilatazione non è in generale proporzionale alla temperatura, ma segue una legge più complessa, così val meglio ricavare il valore della totale dilatazione assoluta Δ_t da 0 a t

$$\Delta_t = \frac{v_t - v_0}{v_0}.$$

153. **Correzioni da farsi alle osservazioni.** — Prima di introdurre nelle formule ora indicate i risultati delle esperienze, conviene esaminare se non si debbano fare ai medesimi delle correzioni.

Non ci tratteniamo nuovamente sulle correzioni da farsi alle letture del termometro sia per lo spostamento dello zero, sia per disuguaglianza di sezioni, nè su quella da farsi all'altro strumento per quest'ultima cagione. Si è parimenti detto abbastanza sul modo di correggere il termometro per la diversa temperatura della colonna sporgente (§ 123). Parlando di questo argomento, si è detto che una tale correzione non si può fare senza che, quando trattasi di esatte esperienze, non ne derivi qualche incertezza nei risultati. Gli è per ciò che, ove sia possibile, si suggerì di sostituire al comune termometro a cannello quello a peso oppure quello ad aria, benchè ambedue questi strumenti esigano cure maggiori nell'uso. Qui però nel metodo di cui si tratta, l'incertezza non può venire in tal modo affatto evitata, perchè una simile correzione devesi apportare anche alla lettura dello strumento contenente il liquido che si studia.

Per fare quest'ultima correzione con una approssimazione discreta si procede come per il termometro. Si colloca un altro piccolo termometro in contiguità al cannello, in modo tale che il bulbo trovisi a metà della colonna sporgente e al momento dell'osservazione si tien conto della temperatura x da esso indicata. Il numero delle particelle sporgenti sia m. Ammettendo ch'esse si trovino tutte alla temperatura x, si avrà il volume del liquido in esse contenuto, qual esso sarebbe se la temperatura esterna fosse quella stessa t del vaso, dalla espressione

$$\frac{m w (1 + \Delta_t)}{1 + \Delta_x},$$

e quindi il volume del liquido contenuto nel cannello dopo questa correzione sarebbe

$$(n - m) w + \frac{m w (1 + \Delta_t)}{1 + \Delta_x},$$

che dovrebbe andar sostituito ad nw nelle formule del § 152.

Siccome x è una temperatura inferiore a t, alla quale si può ammettere che la quantità Δ_x sia stata antecedentemente determinata, così si potrà sostituirne il valore in quella espressione. Quanto a Δ_t, si potrà determinarne prima il valore senza tener conto della correzione, poi il valore così ottenuto sostituirlo nel termine di correzione e giovarsi di questo per ottenere un valore più approssimato di Δ_t.

Per meglio difendersi dagli errori che con questo sistema di correzioni sono inevitabili, si può anche adottare un altro espediente,

che fu già usato a tale scopo dal Pierre. Sul coperchio del recipiente in cui gli strumenti vengono collocati, piantasi un cilindro di vetro che abbracci i cannelli degli strumenti medesimi e sia più alto di essi. A mantener ritto quel cilindro converrà che dal coperchio del vaso s'alzi un orlo circolare di diametro poco maggiore di quello esterno del cilindro. Vi si applicherà l'estremità inferiore di questo e poi con adatto mastice si farà in modo che se si riempia d'acqua il cilindro, essa non abbia a sfuggirne.

Per mantener costante la temperatura del cilindro, si farà che dell'acqua avente la temperatura ordinaria venga condotta continuamente mediante un tubo apposito fino al fondo del cilindro, e che una eguale quantità sgorghi per un sifone applicato superiormente. Di più mediante un agitatore congiunto a quello del vaso principale si manterrà in agitazione continua l'acqua del cilindro, affine di renderne uniforme la temperatura. Un termometro collocato a metà dell'altezza servirà a misurarla.

Per calcolare la correzione si procederà in modo identico a quello testè indicato. L'espediente ora descritto sarebbe vantaggioso se esso non portasse con sè l'inconveniente di rendere più difficili ed incerte le letture e per l'acqua interposta e per le rifrazioni irregolari, che possono venir prodotte dal vetro. Meglio gioverebbe circondare i cannelli, anzichè con un cannello di vetro, con un rivestimento metallico di sezione rettangolare, una delle faccie del quale fosse sostituita da una lastra di vetro da specchi ben omogeneo e di uniforme grossezza.

154. **Strumenti con cannello mobile.** — Per pulire, asciugare ed empire più facilmente i serbatoi si possono adoperare degli strumenti, in cui il cannello sia separabile dal serbatoio. Quest'ultimo può avere la forma di sfera o di cilindro, e il cannello vi si deve in ogni caso adattare così giustamente e fermamente, come se le due parti formassero insieme un sol tutto. A tal uopo la bocca del serbatoio si fa leggermente conica e corrispondentemente all'estremità inferiore del cannello si dà forma di cono. Un leggero risalto di quest'ultima serve a definire ancor più esattamente la posizione del cannello. Ove si abbia timore che il liquido sfugga per l'interstizio, vi si applica un leggerissimo strato di grasso. Del resto con questo strumento procedesi in modo affatto simile a quello indicato. Di esso si servì il Jolly nelle sue esperienze sulla dilatazione dell'acqua, e, a differenza degli altri sperimentatori, tenne superiormente aperto il cannello, anzi lo allargò in una bolla. Per evitare poi l'evaporazione il Jolly introdusse nel cannello una breve colonna di mercurio, lasciando però un intervallo occupato da aria fra il livello dell'acqua e il mercurio. Le più esatte esperienze intorno alla dilatazione dei li-

quidi secondo il metodo descritto nei §§ precedenti sono state eseguite da Despretz, Pierre, Kopp e Jolly (*).

II° Metodo fondato sull'osservazione della dilatazione apparente.

155. **Principio del metodo.** — In un recipiente di vetro si collochi il liquido, che si vuole studiare, facendo in modo che alla temperatura, a cui si vuol fare l'osservazione, il liquido giunga fino ad un punto esattamente definito. Si determini il peso del liquido. Se è noto il volume del vaso, si potrà immediatamente calcolare la densità e il volume specifico. Si operi egualmente a tutte le altre temperature. È chiaro che in questo metodo deducesi la dilatazione apparente dalla diminuzione di peso che soffre il liquido, contenuto nel vaso fino al punto stabilito, al crescere della temperatura, e che dalla dilatazione apparente deducesi l'assoluta.

156. **Strumenti da adoperarsi. — Modo di eseguir le esperienze.** — Prendasi uno strumento costituito da un serbatoio sferico o cilindrico di vetro avente un collo piuttosto stretto, che termini in un sottilissimo foro. Questo collo sia per un certo tratto perfettamente cilindrico e smerigliato, in modo che vi si possa adattare sia un coperchietto pure di vetro, che copra la bocca dello strumento, sia un cannello sottile di vetro, che inferiormente si allarga appunto per abbracciare il collo dello strumento e superiormente pure si allarga in un cilindro aperto. Il coperchio, come si vedrà, serve a trattenere quella piccola quantità di liquido, che, dopo un'osservazione fatta a temperatura più bassa di quella dell'ambiente, potesse uscire durante le pesate dalla bocca dello strumento, e serve in ogni caso a trattenere i vapori che si formassero.

Le operazioni di pulitura e di riempimento riesciranno con questo strumento più facili che non con quello a forma di termometro, che si usa col metodo precedente. Per ripulirlo si potrà giovarsi d'acido nitrico, dopo di che bisognerà lavarlo ripetutamente con acqua distillata e asciugarlo. Per riempir lo strumento, sia di mercurio, sia d'altro liquido, vi si applicherà il cannello, e nel cilindro superiore

---

(*) Despretz, *Ann. de Ch. et de Phys.* (2), T. LXX, p. 1.
Pierre, *Annales de Ch. et de Phys.* (3), T. XV, p. 325.
Kopp, *Pogg. Ann.*, LXXII, p. 1.
Jolly, *Sitzungsber. der bayer. Ak.* 1864, I, p. 141.

di questo si verserà un po' di liquido. Riscaldando poi il serbatoio dal di sotto, si farà sfuggire un po' alla volta l'aria, e lasciando raffreddare ogni volta lo strumento dopo che fu riscaldato, si farà che il liquido entri. Per privare il liquido d'aria si potrà togliere il cannello, e, se non si tratta di mercurio, dopo aver fatto bollire il liquido per qualche tempo, si collocherà lo strumento sotto la campana della macchina pneumatica. Rarefacendo l'aria in quello spazio, la si estrarrà dal liquido più prontamente che non con l'ordinaria ebollizione.

Per fare la determinazione sia del volume a 0°, sia della densità di un liquido a quella temperatura, si applicherà il cannello al serbatoio già pieno di liquido, e poi si verserà dell'altro liquido fatto separatamente bollire nel cannello medesimo. Se restasse dell'aria imprigionata in quest'ultimo, si ricorrerà al solito espediente di riscaldamenti e raffreddamenti alternati. Si porrà poi lo strumento nel ghiaccio pesto, e quando si sia certi che il liquido del serbatoio abbia assunto la temperatura di gelo, si leverà dal cannello gran parte del liquido rimastovi. Ciò si può ottenere introducendo nel cannello un tubo sottilissimo congiunto ad un bulbo di vetro, come si è indicato al § 128. Togliesi di poi il cannello, lasciando sempre lo strumento nel ghiaccio, se ne asciuga diligentemente il collo e vi si applica il coperchio. Si può allora togliere lo strumento dal ghiaccio, asciugar bene tutta la superficie esterna, attendere che lo strumento abbia assunta la temperatura ordinaria e poi collocarlo sulla bilancia per determinare il peso del liquido.

In modo perfettamente identico si fanno le determinazioni alle altre temperature, e sarebbe affatto superfluo il descrivere le relative avvertenze, poichè può valere per questo metodo ciò che si è detto per il precedente.

Le pesate si faranno col metodo della tara. Si collocherà sopra uno dei piatti una tara che pesi alquanto di più dello strumento riempiuto di liquido. Si equilibrerà questa tara con pesi posti sull'altro piatto, e per ogni pesata s'aggiungerà allo strumento posto su quest'ultimo quanto occorre per ristabilir l'equilibrio.

157. **Modo di calcolar le esperienze.** — Il calcolo della densità del liquido per una temperatura qualunque è semplicissimo. Sia P_0 il peso del liquido contenuto nello strumento a 0°, V_0 il volume di questo pure a 0°, la detta densità a 0°, sarà

$$d_0 = \frac{P_0}{V_0} .$$

Se k è il coefficiente di dilatazione cubica del vetro, P_t il peso del

liquido contenuto alla temperatura t, la densità a $t°$ è invece

$$d_t = \frac{P_t}{V_0 (1 + k t)}$$

e similmente si possono avere i volumi specifici

$$v_0 = \frac{V_0}{P_0} \qquad v_t = \frac{V_0 (1 + k t)}{P_t} .$$

158. **Pregi e difetti del metodo.** — Il metodo descritto ha il vantaggio che, quando siasi con cura determinato il coefficiente di dilatazione del vetro, si può con la massima precisione ottenere il valore della dilatazione del liquido, perchè il limite, cui deve giungere il livello di questo, è sempre lo stesso, e la ristrettezza del foro riduce affatto insensibili gli errori. L'esattezza dei risultati dipende allora dalle pesate, le quali si possono fare con molta precisione, purchè si disponga di una buona bilancia, e dalla misura delle temperature.

Il metodo ha anche il vantaggio, che siccome è brevissima la porzione del collo che si fa sporgere dal ghiaccio o dall'acqua, non v'ha d'uopo della correzione per la colonna sporgente, la quale rendeva incerte le osservazioni con l'altro metodo. È vero che la correzione resterà da farsi al termometro, ma si potrà, in luogo del comune termometro a cannello, adoperare un termometro a peso, oppure uno ad aria.

È invece uno svantaggio di questo metodo a paragone del precedente, che ogni osservazione esige una pesata, di che viene una perdita assai grande di tempo, e s'aumenta il pericolo di qualche accidente.

Il metodo fu usato già da Blagden e Gilpin per determinare il massimo di densità dell'acqua, e più recentemente da Henrici nelle sue ricerche sulla dilatazione dell'acqua da 30° a 100° (*).

III° Metodo fondato sulla misura della dilatazione apparente.

159. **Paragone coi metodi precedenti.** — Questo terzo metodo differisce soltanto dai precedenti per ciò, che si adopera uno

(*) Le esperienze di Henrici sono descritte nella già citata memoria di Jolly.

strumento, il quale permette di applicare, a seconda che meglio conviene, l'uno o l'altro di quei due metodi. Abbia lo strumento un serbatoio di capacità notevolmente maggiore dei serbatoi dei comuni termometri, e vi sia applicato un cannello diviso in parti eguali, che parimenti dovrà essere di sezione alquanto più ampia di quella dei cannelli dei termometri. In quanto alle dimensioni opportune, non sarà male avvertire, che delle buone esperienze si possono eseguire con istrumenti, i quali abbiano un serbatoio della capacità di 60 a 70 centimetri cubici, e nei quali il diametro del cannello sia di circa 1 mill. È naturale poi che si possa scostarsi notevolmente da queste dimensioni, ma converrà cercare che, se si varia in un dato senso la capacità del serbatoio, venga pure debitamente variata nel senso medesimo la sezione del cannello.

Il cannello ha ordinariamente una lunghezza compresa fra 10 e 15 centimetri. Lo si divide in millimetri, oppure anche talvolta in 100 parti eguali.

Il cannello si allarga superiormente in un cilindro alto da 4 a 6 centimetri, largo 1 centimetro: mediante un altro cilindro, che termina superiormente in un tubo sottile ed aperto, si può chiudere quasi interamente il cannello per ripararlo dalla polvere e diminuire la probabilità di evaporazione.

Le operazioni preparatorie già descritte per i metodi precedenti si dovranno pure eseguire per questo e con le avvertenze medesime.

Il cannello dovrà esser stato scelto di sezione costante, e siccome la sua lunghezza è piccola, la cosa non presenta alcuna difficoltà.

La determinazione della capacità di ciascuna particella si farà nel modo indicato al § 149; e similmente rispetto alla determinazione del volume a 0°, nulla v'è da aggiungere a quanto fu detto innanzi.

Quanto al modo di sperimentare, se si tratta di fare delle determinazioni della densità o del volume specifico a temperature poco distanti le une dalle altre, o in quella parte della scala termometrica, dove il liquido, che si studia, dilatasi lentamente, si potrà far in modo che il livello del liquido giunga poco più in su dell'origine delle divisioni nella prima esperienza fatta alla temperatura più bassa. Le altre osservazioni potranno farsi a temperature più elevate, quando il livello del liquido si sarà innalzato, ma non sarà giunto ancora alla divisione più alta del cannello. In tal caso lo strumento si adopera come quello del primo metodo e valgono per esso tutte le formule indicate per quello.

Se poi le determinazioni si devono fare a temperature tali, che il liquido nell'intervallo fra l'una e l'altra percorra col suo livello tutta la lunghezza della scala, allora lo strumento si adopera come quello del secondo metodo. Si riconduce cioè il livello del liquido, togliendone una opportuna quantità, sempre al punto medesimo, si fa l'os-

servazione e poi si determina il peso del liquido rimasto. E qui è chiaro che si può fare anche a meno di ricondurre sempre a quel punto il livello del liquido, che basta cioè far sì che esso stia entro il cannello e tener conto delle divisioni occupate.

Sarà bene però che le varie osservazioni sieno fatte prossimamente sempre intorno ad un punto e che il volume dello strumento fino a quel punto sia direttamente determinato con cura speciale.

Se si conservano tutte le notazioni adoperate per i due metodi precedenti, la densità ad una temperatura qualunque t sarà data da

$$d_t = \frac{P_t}{V_0 (1 + k t) + n w} ,$$

e quindi il volume specifico da

$$v_t = \frac{V_0 (1 + k t) + n w}{P_t} .$$

Siccome adoperando lo strumento nel secondo modo dall'una all'altra osservazione varia anche il valore di P_t, così i calcoli sono per questo metodo più faticosi di quelli del secondo, mentre le operazioni sperimentali sono pressochè le medesime. Questo metodo però ha un notevole vantaggio sul precedente, ed è che intorno alla medesima temperatura si possono fare parecchie determinazioni per poi prendere le medie delle varie letture. Per queste varie determinazioni vale la pesata medesima. Così si può ottenere precisione molto maggiore senza grande aumento di lavoro.

Gli strumenti, di cui si fa uso in quest'ultimo metodo, sono quelli che furono proposti per la prima volta da Regnault per la determinazione della densità dei liquidi (*). Il metodo poi fu posto in pratica dal Rossetti nello studio della dilatazione dell'acqua (**) e dal Louguinine in quello della benzina (***).

160. **Esempio** *(dalla citata memoria del Rossetti).* — Fra le molte osservazioni della densità dell'acqua ne sceglieremo quattro eseguite in tali condizioni, che il liquido mantenevasi per tutte entro il cannello dello strumento, e questo per conseguenza si comportava come un termometro.

Essendo la temperatura di 0° assai facile ad ottenersi e mantenersi,

---

(*) Regnault, *Ann. de ch. et de phys.* (3), IX, 322.
(**) Rossetti, *Atti dell'Istituto Veneto* (3), XII, XIII.
(***) Louguinine, *Ann. de ch. et de phys.* (4), XI, 453.

la densità dell'acqua alle varie temperature si può riferire a quella a 0°, ponendo quest'ultima eguale ad 1. Fu eseguita anzitutto un'osservazione a 0°. Il numero delle particelle del cannello occupate allora dall'acqua s'indichi con n_0, e con P_0 il peso dell'acqua distillata contenuta nello strumento. Sarà

$$d_0 = 1 = \frac{P_0}{V_0 + n_0 w},$$

donde

$$V_0 = P_0 - n_0 w.$$

Per lo strumento adoperato era

$$w = 0^{cc},000\ 382\ 5.$$

Il peso dello strumento vuoto si trovò essere

$$58^{gr},252.$$

Collocato poi lo strumento nel ghiaccio pesto e lasciatovelo più di due ore, si fece in modo che l'acqua giungesse fino alla divisione 100, togliendo il liquido eccedente mediante sottili rotoletti di carta asciugante. Il peso dello strumento pieno d'acqua, fino a 100 divisioni, immediatamente dopo l'osservazione, tenuto conto dell'aria spostata, fu trovato

$$124,4260,$$

e in un'altra esperienza successiva

$$124,4258,$$

sicchè il medio valore dee ritenersi

$$124,4259.$$

Sottraendo il peso dello strumento vuoto, si ha

$$P_0 = 66,1739.$$

Se ne deduce

$$V_0 = 66,1739 - 100 \,.\, 0,000\ 382\ 5$$

$$= 66,1739 - 0,038\ 25$$

$$= 66,135\ 65.$$

Un'altra esperienza diede

66,135 79,

quindi il valor medio è

$$V_0 = 66{,}135\ 72.$$

Il coefficiente di dilatazione k si trovò

fra 0 e 25° eguale a 0,000 024 750

» 0 » 50° » 0,000 025 088

» 0 » 70° » 0,000 025 359

» 0 » 100° » 0,000 026 164.

Con questi dati fu costruita una curva, e nel calcolare le esperienze si prese sempre da questa curva il valore di k corrispondente alla temperatura dell'esperienza.

La tabella seguente contiene le letture spettanti alle quattro osservazioni summenzionate:

N°	t	n
1	2,25	71,0
2	4,33	58,0
3	5,13	56,2
4	11,21	92,0

Il peso del liquido contenuto nello strumento fu trovato dopo le esperienze

$$P_t = 66{,}1738.$$

Sostituendo nella

$$d_t = \frac{P_t}{V_0 (1 + kt) + nw}$$

i varii valori numerici sopra riferiti, si trova

a 2°,25 $d = 1{,}000\ 109\ 5$

a 4°,33 $d = 1{,}000\,133\,6$

a 5°,13 $d = 1{,}000\,124\,1$

a 11°,21 $d = 0{,}999\,774\,1.$

Questi valori della densità possono servire a trovare quelli dei volumi specifici, esprimendo questi per le reciproche delle densità corrispondenti. Avremo quindi i seguenti valori di v_t e della dilatazione Δ_t

a 2°,25 $v = 0{,}999\,890\,5$ $\Delta = -\,0{,}000\,109\,5$

a 4°,33 $v = 0{,}999\,866$ $\Delta = -\,0{,}000\,134$

a 5°,13 $v = 0{,}999\,876$ $\Delta = -\,0{,}000\,124$

a 11°,21 $v = 1{,}000\,226$ $\Delta = +\,0{,}000\,226.$

Volendo riferire i valori delle densità e dei volumi specifici a quelli relativi alla temperatura di 4°, convien fare un gran numero di osservazioni intorno a questa temperatura, e poi, determinando la legge della dilatazione sia con una formula, sia con una curva, ottenere il valore della densità o del volume a 4°. Se questo valore sia, ad esempio, x, si porrà 1 in sua vece, e anche tutti gli altri numeri andranno ridotti nel rapporto $x : 1$.

Metodo idrostatico.

161. **Principio del metodo.** — Per il principio d'Archimede la forza che sollecita un corpo immerso in un fluido a sollevarsi contrastando alla gravità, è eguale al peso del fluido spostato. Se adunque si determini la differenza che passa tra il peso di un corpo solido e la forza con cui esso tende a cadere quando è immerso in un liquido, noi avremo così il peso di un volume di liquido eguale a quello del solido. E siccome questa determinazione si può fare a 0° e poi a temperature superiori, di qui si può trarre la legge della dilatazione del liquido.

162. **Disposizione degli apparecchi ed esecuzione delle esperienze.** — Dalla faccia inferiore di un piatto d'una sensibile bilancia si fa discendere un filo metallico, che sostenga il corpo so-

lido, il quale deve immergersi nel liquido. Questo corpo è d'ordinario una palla cava di vetro, entro la quale si pongono dei pallini di piombo. Talora invece si fa uso di una palla di ottone. Per semplificare il linguaggio, indicheremo col nome di palla di vetro il corpo che va immerso nel liquido, intendendo che valga per ogni corpo usato in sua vece ciò, che si dice per essa.

Qualunque sia il corpo solido, di cui si fa uso, se esso è cavo, converrà anzi tutto accertarsi che il suo volume non cangia sensibilmente per le variazioni della pressione atmosferica, o per la pressione esercitata su esso dal liquido sovraincombente. Se si verificasse che il corpo soffre delle alterazioni per la pressione, si potrebbe cercare di misurarle, come già fece lo Stampfer (*), ma siccome queste misure esigono molto tempo e sono difficili a farsi, meglio vale l'abbandonare quel corpo e prenderne uno massiccio o di così robuste pareti, che non s'abbia a temere il menomo cedimento alle esterne pressioni.

Del corpo solido medesimo convien poi determinare la legge di dilatazione, e poichè ciò non si può fare quasi mai direttamente sul corpo stesso, convien prendere un'asta dell'identica sostanza e di questa determinare il coefficiente di dilatazione lineare; poi prendendone il triplo, si avrà il coefficiente di dilatazione cubica, del quale si farà uso nel calcolar le esperienze. Questa determinazione del coefficiente di dilatazione lineare verrà eseguita nell'uno o neH'altro dei modi, che furono indicati nei §§ 130-141 e si avrà cura di farla per più punti diversi fra 0 e 100°, affine di poter bene stabilire la legge della dilatazione. Se si tratta di vetro, come vogliamo supporre, sarà bene studiare la dilatazione della canna stessa, dalla quale deve poi venir soffiata la palla, che si adopererà nelle esperienze.

Il filo, di cui si farà uso per sostener la palla di vetro, sarà sottile filo metallico e tale che non si ossidi facilmente, anche se posto a contatto dell'acqua. Vi si sospenderà la palla e si collocherà sul piatto situato dalla parte opposta un carico tale (non importa conoscerne il peso) da ottenere il perfetto equilibrio. Ciò fatto, spostando la palla, si collocherà al di sotto del piatto da cui essa pende e ad altezza opportuna un vaso contenente il liquido, di cui si vuole studiare la dilatazione. Questo vaso deve essere alla sua volta contenuto in un altro pieno d'acqua, che si riscalda direttamente mediante una sorgente di calore applicatavi. Il calore da essa si trasmette al liquido contenuto nel vaso interno, e un termometro collocato in quest'ultimo indica le temperature del liquido contenuto. Ciò fatto, s'immergerà

(*) Stampfer, *Pogg. Ann.*, XXI, 75 (1830).

la palla nel liquido e si stabilirà l'equilibrio aggiungendo dei pesi sul piatto stesso, da cui pende la palla. Quando l'equilibrio è raggiunto, si legge l'indicazione del termometro immerso nel liquido. In identico modo si procede a qualsiasi temperatura.

163. **Calcolo delle esperienze.** — La prima osservazione sia fatta ad una temperatura t. Il peso aggiunto per tale osservazione sia P. Se con V_0 indichiamo il volume della palla immersa alla temperatura di 0°, con k il suo coefficiente di dilatazione cubica, avremo

$$d_t = \frac{P}{V_0 (1 + kt)} .$$

Ad un'altra temperatura t_1 si troverebbe

$$d_{t_1} = \frac{P_1}{V_0 (1 + k t_1)} .$$

Poniamo che la densità a $t°$ sia quella a cui riferiamo quelle osservate a tutte le altre temperature. Avremo

$$d_{t_1} = \frac{P_1}{P} \frac{1 + k t}{1 + k t_1} d_t .$$

Similmente se invece si tenesse conto dei volumi specifici

$$v_{t_1} = \frac{P}{P_1} \frac{1 + k t_1}{1 + k t} v_t .$$

La temperatura t, alla quale la densità o il volume specifico ponesi eguale ad 1, può essere per molti liquidi quella di 0°, per l'acqua quella di 4°. Se si tratti di portare la temperatura del liquido, che si studia a punti inferiori a 0° o superiori a 100, è superfluo il dire che converrà sostituire all'acqua contenuta nel vaso esterno o una miscela frigorifera o un olio fisso. Nelle determinazioni dei pesi P e P_1 converrà tener conto delle correzioni dovute all'aria spostata, seguendo le norme indicate ai §§ 66-67.

164. **Avvertenze relative al liquido, su cui si sperimenta e al filo, che pende dalla bilancia.** — Per privar d'aria il liquido lo si farà bollire nel vaso stesso, in cui deve esser collocato durante le esperienze, e poi si farà uso della macchina pneumatica, come già si è detto al § 156. Il mantener poi il liquido così privo

d'aria è in questo metodo più difficile che non fosse nei metodi precedenti, perchè la superficie di livello è molto più ampia che in quelli e sempre in contatto con l'aria, sicchè in breve tempo dopo l'espulsione fattane con l'ebollizione, altr'aria viene assorbita. Perciò nel corso delle esperienze conviene di tratto in tratto levare dall'apparato il vaso contenente il liquido e farvi bollire quest'ultimo lungamente per poi riporre il vaso a suo luogo.

Il metodo esclude l'agitazione diretta del liquido, che si studia, perchè non si potrebbe allora stabilire l'equilibrio della bilancia. A supplire in qualche modo si cerca che lo strumento e il termometro abbiano i loro serbatoi alla medesima altezza, e si fa che l'acqua del vaso esterno venga continuamente agitata.

Se il filo non rimanesse immerso sempre fino al punto medesimo e se non fosse molto sottile, potrebbe derivarne qualche errore nel valore dei risultati. Per tal ragione prendesi il filo, almeno nella parte inferiore, della massima sottigliezza, che sia comportabile all'ufficio che deve prestare, e per di più si ha anche cura che il livello resti costante nel vaso.

Una causa d'errore non trascurabile è quella proveniente da ciò, che si condensano e si raccolgono sulla superficie del filo i vapori, che alle temperature abbastanza elevate si sollevano dal liquido. Per ovviarvi il Matthiessen coprì tutto il vaso con un coperchio: un foro centrale permetteva il passaggio al filo, che sosteneva il corpo immerso; ad un altro foro era applicato un tubo, il quale metteva ad un camino situato a poca distanza. Con una fiamma a gas mantenevasi in questo camino una corrente d'aria. Per tal modo avveniva che i vapori, i quali si svolgevano dal liquido, venivano trasportati dalla corrente d'aria, la quale entrando per il foro stesso, per cui passava il filo, si dirigeva al camino. Era tolto così ogni pericolo che quei vapori avessero a condensarsi sul filo. Per assicurarsi poi che la corrente non alterava i risultati, si fece un'esperienza alla temperatura ordinaria con la corrente, indi una senza di essa, ma in quanto al resto nelle condizioni medesime; nè si trovò alcun divario.

Le esperienze devono esser condotte con cura per difendersi da altre cause perturbatrici. Una piccola quantità di materia, la quale si depositi sopra il corpo immerso o sul filo, basta a rendere erronee le determinazioni. Converrà dunque di tratto in tratto trarre il corpo immerso dall'acqua e pulirlo.

Perturbazioni ancora maggiori possono essere prodotte alle temperature elevate dalle bollicine d'aria, che si attaccano al corpo immerso. Anche perciò converrà trarre quest'ultimo frequentemente dal liquido, pulirlo e riporlo a suo luogo e fare subito dopo le osservazioni.

Diligenti esperienze col metodo idrostatico vennero eseguite dall'Hagen (*) e dal Matthiessen (**).

Determinazione della dilatazione dei liquidi a temperature superiori al punto ordinario di ebollizione.

165. **Metodo dell'Hirn** (***). — Il solo Hirn fece fino ad ora, per quanto ci è noto, delle esperienze sulla dilatazione dei liquidi a temperature notevolmente superiori al punto di ebollizione. Queste esperienze presentano delle difficoltà pratiche considerevoli: ne esporremo sommariamente il processo, rimandando per le particolarità dell'esecuzione alla memoria originale. Per poter fare le esperienze nelle dette condizioni eccezionali bisogna mantenere i liquidi sotto una pressione maggiore della ordinaria. A tal uopo l'Hirn prese un recipiente di rame a grosse pareti, il quale era congiunto ad un altro recipiente di ferro fuso sottoposto mediante un tubo verticale, che partiva dal fondo del primo e andava alla parte più elevata del secondo. Dal fondo del recipiente inferiore partiva un tubo di ferro, che correva orizzontalmente per breve tratto e poi s'alzava verticalmente fino a $11^m,25$ al di sopra del recipiente inferiore. Si versava del mercurio in questo tubo in modo che esso giungesse ad empire il vaso inferiore e occupasse anche un piccolissimo tratto del tubo congiungente i due vasi.

Si versava poi nel vaso superiore il liquido, di cui si voleva studiare la dilatazione in modo da empirlo perfettamente e si chiudeva a vite il vaso medesimo mediante un cilindro cavo di ferro, che s'addentrava nel vaso ed era destinato a contener del mercurio, in cui s'immergeva un termometro. Infine si empiva di mercurio tutto il resto del tubo di ferro.

Il solo vaso superiore veniva riscaldato. Un'esperienza iniziale facevasi alla temperatura ordinaria, quand'essa fosse abbastanza costante.

La capacità del vaso superiore era stata antecedentemente determinata, ed essendo pur stata determinata la dilatazione conseguente alla pressione, si poteva conoscere il valore di quella capacità e quindi il peso P del liquido contenutovi.

(*) Hagen, *Math. Abh. der K. Akad. der Wiss. in Berlin*, 1855, p. 1.
(**) Matthiessen, *Pogg. Ann.*, CXXVIII, p. 512 (1866).
(***) Hirn, *Ann. de ch. et de phys.* (4), X, p. 32 (1867).

Quando questo liquido veniva riscaldato fino ad una certa temperatura t, alla quale si voleva fare un'osservazione, un certo peso p di quel liquido doveva essere uscito dal recipiente superiore ed esser passato nel tubo o nell'altro vaso. Ma ciò non avrebbe potuto succedere se contemporaneamente un egual volume del mercurio, che trovavasi nel tubo lungo verticale, non fosse effluito dall'estremità superiore. Se con τ s'indica la temperatura del mercurio entro l'apparecchio prima d'uscire, con π il peso del mercurio uscito e con Δ il peso dell'unità di volume del mercurio a 0°, sarà

$$\frac{\pi (1 + \gamma \tau)}{\Delta}$$

il volume del mercurio effluito, che è poi eguale a quello dell'altro liquido uscito dal vaso superiore e passato nel tubo e nel vaso inferiore.

Moltiplicando per la densità δ_{t_1} del liquido alla temperatura t_1 del recipiente inferiore, si ha il peso del liquido effluito

$$P_1 = \delta_{t_1} \frac{\pi (1 + \gamma \tau)}{\Delta}.$$

Il liquido che occupa il vaso superiore avrà quindi il peso

$$P - P_1 = P - \delta_{t_1} \frac{\pi (1 + \gamma \tau)}{\Delta},$$

e il suo volume sarà

$$V_1 = V_0 (1 + k t),$$

dove k è il coefficiente di dilatazione cubica del rame. La densità del liquido a $t°$ sarà dunque

$$\delta_t = \frac{P - \pi \frac{1 + \gamma \tau}{\Delta} \delta_{t_1}}{V_0 (1 + k t)}.$$

Questo metodo esige che si abbia gran cura affinchè non abbia a svolgersi del gas o del vapore dal liquido, su cui si sperimenta, perchè in tal caso la sostanza aeriforme si accumulerebbe al sommo del vaso superiore, e dilatandosi più rapidamente del liquido, altererebbe d'assai i risultati. Perciò si dovrà privare accuratamente il liquido d'aria, e mantenerlo sempre sotto una pressione tale che non permetta la formazione di vapori.

Determinazione del massimo di densità.

166. **Metodo da seguirsi per determinare la densità intorno al massimo.** — Se si sperimenta sopra un liquido che offra un massimo di densità, tutti i metodi descritti per la misura della dilatazione possono valere alla ricerca di quel punto; ma il migliore fra tutti è certamente il metodo descritto ai §§ 159-160.

In generale è opportuno di fare la determinazione con due serie di esperienze, la prima poco numerosa e ad intervalli di temperatura piuttosto grandi per indagare soltanto con discreta approssimazione la posizione del massimo di densità, e la seconda a piccoli intervalli di temperatura ed estesa soltanto a pochi gradi al di là e al di qua per determinarlo con precisione.

167. **Determinazione del vero punto di massima densità.** — Supponiamo che i risultati delle esperienze, di cui si è parlato nel § precedente, vengano costruiti graficamente. Di ciò si è già parlato abbastanza perchè possiamo dispensarci dall'occuparcene. Quando siasi condotta la curva rappresentante la legge di variazione della densità, si può determinare il massimo o graficamente o col calcolo. Nel primo caso si condurrà una linea retta parallela all'asse delle ascisse e tangente alla curva. Per ottenere poi con precisione il punto di tangenza, si può condurre parecchie corde parallele all'asse delle ascisse a poca distanza dal punto di massimo, e per i punti di mezzo di queste corde far passare una linea continua. Il punto cercato sarà l'intersezione di questa linea con la curva delle densità.

Un altro metodo consiste nello scegliere ad intervalli opportuni di temperatura più valori della densità e mediante questi calcolare una equazione, che dia il valore della densità in funzione della temperatura. Se l'equazione è, per esempio,

$$d_t = a + bt + ct^2,$$

si porrà eguale a 0 la derivata

$$b + 2ct,$$

e il valore

$$t = -\frac{b}{2c}$$

sarà la temperatura del massimo.

168. **Esempio** *(dalla memoria del Rossetti « Sul massimo di densità delle soluzioni alcooliche »* (*)). — Prendiamo a considerare una soluzione alcoolica contenente 5,85 % di alcool assoluto, la cui densità intorno al punto del massimo sia data dalla seconda colonna della seguente tabella

TEMPERATURE	DENSITÀ OSSERVATE	DENSITÀ CALCOLATE
+ 0,19	0,9897585	0,989758
1,18	7970	798
2,22	8222	822
3,33	8295	829
4,21	8210	820
5,32	7900	791

Le densità riferite in questa tabella sono abbastanza bene rappresentate dalla formula

$$d = \frac{1}{10^7}\left\{9897491 + 509\,t - 80{,}9\,t^2\right\}.$$

I valori calcolati col mezzo di questa formula, sostituendo i rispettivi valori delle temperature, son dati dalla terza colonna della tabella medesima.

Se ora si pone a zero la derivata, si ha

$$509 - 161{,}8\,t = 0,$$

da cui si ottiene la temperatura del massimo

$$t = \frac{509}{161{,}8} = 3{,}15.$$

Graficamente invece nel modo indicato nel § antecedente si trovò

$$t = 3{,}17,$$

che è il numero riferito nella citata memoria.

(*) Rossetti, *Atti del R. Istituto Veneto* (3), XV.

Misura della dilatazione cubica dei corpi solidi.

169. **Considerazioni generali.** — È noto che, quando si tratta di un corpo omogeneo, si può per approssimazione ritenere che il coefficiente di dilatazione cubica sia il triplo del coefficiente di dilatazione lineare. Così la legge di dilatazione trovata per un corpo rispetto ad una sua dimensione potrà applicarsi anche all'aumento di volume. Ad esempio, se si fosse trovato per gli allungamenti la legge

$$l_t = l_0 (1 + at + bt^2),$$

per i volumi si potrebbe ammettere

$$v_t = v_0 (1 + 3at + 3bt^2).$$

Però in molti casi, quando occorra grande esattezza, bisogna ricorrere alla misura diretta dell'aumento di volume. Può darsi che si debba determinare l'aumento di capacità d'un vaso o l'aumento di volume di un corpo. Considereremo separatamente i due casi.

Misura degli aumenti di capacità di un vaso.

170. **Principio del metodo.** — Se il vaso, di cui si deve studiare la dilatazione, sia ripieno di mercurio a 0° e venga poi riscaldato, una certa quantità di mercurio uscirà e manifestamente tanto maggiore quanto meno il vaso si dilata. Di qui si può trar partito per determinare la dilatazione del vaso, purchè quella del liquido sia conosciuta. Gli è perciò che sono particolarmente importanti le esperienze di Dulong e Petit e di Regnault sulla dilatazione del mercurio eseguite col metodo dei tubi comunicanti, il quale, come si è detto, è indipendente dalla dilatazione dei vasi.

171. **Modo di sperimentare.** — Supporremo che la determinazione del coefficiente di dilatazione debbasi fare per un vaso di vetro, essendo questo il caso che presentasi più di frequente. Ammetteremo pure che la bocca superiore del vaso sia molto ristretta, il che è necessario per poter fare la determinazione con esattezza.

Conviene anzi tutto ripulire e asciugare il vaso, pesarlo e versarvi del mercurio ben puro, lasciando al di sopra un certo spazio vuoto

perchè il mercurio dilatandosi e bollendo non esca dal vaso. Si fa poi bollire là entro il mercurio mediante carboni o mediante una fiamma a gas, e quando esso va poi raffreddandosi, vi si aggiunge dell'altro mercurio che siasi fatto separatamente bollire. Si circonda poi il vaso con ghiaccio e si fa in modo che il mercurio, quando ha raggiunto la temperatura di 0°, arrivi fino alla bocca superiore del vaso. Se il collo dello strumento si può allungare con la fiamma e ripiegare, è bene che la sua punta volta all'ingiù stia immersa nel mercurio finchè lo strumento circondato da ghiaccio va raffreddandosi. Solo quando si è certi che la temperatura di 0° sia stata perfettamente raggiunta, si può levare la bacinella di mercurio, in cui stava immersa la punta.

Nel caso che il tubo non si possa ripiegare, ma che si tratti però di un cannello o di un collo sottile, si potrà adottare l'espediente di un turacciolo e di un tubo più largo, come fu indicato al § 112 e levare la quantità eccedente quando la temperatura di 0° è raggiunta.

Quando si tolga lo strumento dal ghiaccio, bisognerà fare in modo che il mercurio, il quale effluisce in seguito al riscaldamento, venga tutto raccolto e pesato. Così si otterrà il peso P del mercurio contenuto a 0° nello strumento.

Si faccia poi un'altra simile operazione con la sola differenza che lo strumento, invece d'essere circondato di ghiaccio, sia immerso in un liquido che abbia una temperatura t, la quale si mantenga costante per qualche tempo. Mediante una seconda pesata potremo ottenere il peso del mercurio uscito dallo strumento per il riscaldamento da 0 a t. Le operazioni necessarie a quest'uopo essendo tutte identiche a quelle già descritte per la misura della dilatazione dei liquidi, non ci tratteniamo a descriverle.

Anche qui, ammesso pure che si voglia considerare la dilatazione di un vaso soltanto fra 0 e 100°, sarà bene non appagarsi di due sole determinazioni ai punti estremi per dedurre il medio coefficiente nell'intervallo, ma converrà far parecchie osservazioni intermedie per costruire una curva o calcolare una formula, che rappresenti il fenomeno.

Potrebbe darsi che si trattasse di determinare il coefficiente di dilatazione per uno strumento simile a quello, che fu descritto al § 159 parlando della misura della dilatazione dei liquidi.

Si procede allora in egual modo, senonchè non v'ha bisogno di alcun particolare espediente per ottenere che lo strumento sia pieno di mercurio alla temperatura dell'osservazione. Basterà ad esempio innanzi alla prima esperienza far sì che il mercurio occupi anche parte del cilindro, che sta all'estremità superiore del cannello, e quando si è certi che la temperatura voluta è raggiunta, levare con un cannello sottile congiunto ad un bulbo tanto mercurio che il livello ne giunga alla parte divisa del cannello. Al momento della os-

servazione si leggerà la divisione, cui giungeva il mercurio, e pesando poi lo strumento si troverà il peso del mercurio contenutovi.

Parimenti si opererà alle temperature più elevate.

Questo strumento presenta il vantaggio che, quando si fanno delle osservazioni a temperature inferiori a quella dell'ambiente, si può portarlo dopo l'osservazione a contatto dell'aria esterna senza pericolo che n'esca il mercurio, perchè il cilindro superiore basta a raccoglierlo.

172. **Calcolo delle esperienze.** — Sia k l'incognito medio coefficiente di dilatazione fra 0° e t, γ quello del mercurio, Δ la densità di questo a 0°, p il peso del mercurio uscito, sarà

$$\frac{P}{\Delta}(1+\gamma t) = \frac{P}{\Delta}(1+kt) + \frac{p}{\Delta}(1+\gamma t),$$

donde

$$k = \gamma - \frac{p}{Pt}(1+\gamma t). \qquad [1]$$

Se lo strumento fosse munito di cannello e fosse nota la capacità delle particelle di questo, si calcola k nel modo seguente.

Sia n_0 il numero delle particelle che il mercurio occupa quand'è a 0°, P_0 il peso del mercurio contenuto, n e P_t sieno le quantità corrispondenti in una seconda osservazione a t, ammettendo che sia stato necessario levare una certa quantità di mercurio e che non si abbia ricondotto il livello al punto primitivo.

Per la prima osservazione sarà

$$P_0 = \Delta(V_0 + n_0 w),$$

per la seconda

$$P_t = \frac{\Delta(V_0 + n w)(1+kt)}{1+\gamma t}.$$

La prima osservazione serve a determinare V_0; sostituendo questo valore nella seconda equazione, si può ricavarne quello di k.

173. **Esempio. — Determinazione del coefficiente di dilatazione d'uno strumento con cannello destinato alla misura della dilatazione dei liquidi** *(dal giornale delle esperienze del Laboratorio di Fisica dell'Università di Padova).* — Il peso dello strumento vuoto fu trovato

gr. 53,487,

quello dello strumento pieno di mercurio a 0° fino a 100 divisioni

gr. 894,587,

donde si ha il peso del mercurio

841,100,

cui va aggiunto il peso dell'aria spostata. Questo peso sarà dato da

$$p_1 = \frac{841{,}1}{13{,}596} \frac{1+\gamma t}{1+\alpha t} \frac{H}{760} 0^{gr},00129.$$

Al momento della pesata era

$$t = 8° \qquad H = 755{,}94;$$

quindi

$$p_1 = \frac{841{,}1}{13{,}596} \frac{1{,}00145}{1{,}0294} \frac{755{,}94}{760} 0{,}00129$$

$$= 0{,}077.$$

Il peso corretto del mercurio contenuto a 0° sino alla divisione 100 è quindi

gr. 841,177.

Dividendo per la densità del mercurio a 0°, si ha il volume

61,86974,

e siccome fu antecedentemente trovato

$$w = 0{,}00132,$$

si ottiene

$$V_0 = 61{,}86974 - 0{,}132 = 61{,}73774.$$

Il coefficiente di dilatazione fu determinato fra 0 e 25°, fra 0 e 50°, fra 0 e 70°, fra 0 e 100°. Lo strumento venne collocato in un vaso d'acqua insieme con due termometri, adottando le disposizioni e seguendo le norme già prima d'ora indicate. Consideriamo ad esempio la seconda determinazione. Quando la temperatura fu pressochè costante e prossima a 50°, si levò del mercurio in modo che il livello restasse certamente nel tratto diviso.

L'osservazione fu fatta quando la temperatura data dai termometri era da qualche minuto costante: il suo valore era 52,16. La posizione del livello nel cannello diviso era 98,2; il peso del mercurio contenuto nello strumento, debitamente corretto per l'aria spostata, si trovò essere

$$\text{gr. } 834{,}458.$$

Ricordando che per 53°

$$\gamma = 0{,}000\ 180\ 32,$$

abbiamo

$$1 + kt = \frac{834{,}458 \times 1{,}0094}{13{,}59593 \times (61{,}86974 - 0{,}00238)}$$

$$= 1{,}0013758$$

e quindi

$$k = \frac{0{,}0013758}{52{,}16}$$

$$= 0{,}000\ 026\ 377.$$

174. **Del termometro a peso.** — L'equazione [1] del § 172, se sia noto il valore di k e ignoto quello di t, può darci quest'ultimo valore. Qualora adunque si prenda uno strumento di vetro che abbia forma opportuna e di cui sia noto il coefficiente di dilatazione, e si operi nel modo indicato, dai risultati delle due esperienze fatte l'una a 0°, l'altra alla temperatura ignota t, si potrà dedurre il valore di t.

Il termometro a peso d'ordinario consiste in un serbatoio di vetro della capacità di 50^{cc} all'incirca, dalla cui estremità superiore parte un cannello di piccolo diametro interno, che poi si ripiega orizzontalmente, indi verticalmente di nuovo verso il basso, terminando in un foro ristretto. Per poter adoperare lo strumento con facilità, esso è collocato entro una guaina formata da fili o da lamine sottili di metallo e applicata ad un largo anello di ottone avente un manico di legno. In un foro dell'anello medesimo si può collocare un vasetto di ferro, ed essendo questo foro praticato a distanza opportuna, il tratto discendente del cannello vi si addentra, quando lo strumento è collocato a suo posto.

Se dunque siasi versato del mercurio nel vasetto, potrà il foro dello strumento restarvi sommerso, e nelle varie operazioni da farsi, il mercurio, che avesse ad effluire dallo strumento, verrà sempre raccolto nel vasetto medesimo.

Per adoperare questo termometro nella misura della temperatura t di un liquido, si empie anzitutto lo strumento con mercurio, poi tenendone tuffata la punta nel mercurio del vasetto, si pone lo stru-

mento nel ghiaccio pesto. Quando la temperatura di 0° sia raggiunta, si vuota interamente il vasetto, si toglie lo strumento dal ghiaccio, gli si lascia tempo di assumere la temperatura dell'aria, indi lo si porta alla bilancia e lo si pesa, insieme col vasetto medesimo, in cui sarà passata una certa quantità di mercurio. Così si potrà ottenere il peso P contenuto nello strumento a 0°.

Il termometro vien poi immerso nel liquido, di cui si vuol misurare la temperatura t, e quando questa è sufficientemente costante, si solleva la bocca del cannello dal mercurio e si vuota il vasetto. Si fa poi la seconda pesata, con che si determina il peso p uscito dal termometro per il riscaldamento da 0 a t.

Anche senza conoscere il valore di k si può far uso del termometro a peso, purchè una determinazione in tutto simile a quella fatta a $t°$ si faccia alla temperatura T dei vapori dell'acqua bollente.

Allora la temperatura incognita t si può ottenere ricorrendo alla formula

$$t = T \frac{p}{\pi} \frac{P - \pi}{P - p},$$

dove π è il peso del mercurio uscito per il riscaldamento da 0 a T. Il Regnault (*) dimostrò come questa formula dia per t un valore identico a quello che darebbe un termometro a cannello posto nelle stesse condizioni.

Misura dell'aumento di volume di un corpo solido qualunque mediante le variazioni del peso dell'acqua spostata.

175. **Descrizione del metodo.** — Questo metodo è identico in quanto al modo di procedere con quello destinato alla misura della dilatazione dei liquidi e chiamato *idrostatico*. Si può dire che esso consiste in una serie di determinazioni del peso specifico del corpo a varie temperature col mezzo della bilancia idrostatica. Per tutte le particolarità delle operazioni rimandiamo quindi ai §§ 69 e 162; nel primo si trattò della determinazione del peso specifico d'un solido con la bilancia idrostatica, nell'altro del metodo idrostatico per la dilatazione dei liquidi.

176. **Calcolo delle esperienze.** — Poniamo che in una prima esperienza fatta alla temperatura t siasi trovato che il peso dell'acqua

(*) Regnault, *Mém. de l'Acad.*, XXI, p. 199.

spostata era p; con un'altra esperienza alla temperatura t_1 siasi trovato che il peso dell'acqua spostata era p_1.

La densità dell'acqua alle varie temperature è stata determinata con molta esattezza dai fisici: la si può dedurre dalla tabella XXIII. Sia essa d a t, d_1 a t_1; avremo

$$\frac{p_1}{d_1} = \frac{p}{d}\left(1 + \beta\,(t_1 - t)\right),$$

indicando al solito con β il medio coefficiente fra t e t_1. Un'altra esperienza combinata con la prima, varrà a dare, come già si è detto più volte, le due costanti a e b, supposto che la legge di dilatazione cubica del corpo si possa esprimere con una formula di secondo grado.

Questo metodo fu adoperato dal Matthiessen, che ne ottenne dei risultati, la cui bontà è comprovata dalla concordanza con quelli del Fizeau (*).

Metodo del termometro a peso.

177. **Principio del metodo.** — Se per ipotesi entro il termometro a peso, di cui si è parlato al § 174, si fosse trovato un corpo solido, questo si sarebbe dilatato col riscaldamento, e manifestamente la grandezza della sua dilatazione avrebbe dovuto influire sul peso del mercurio effluito. Su questa considerazione è fondato il metodo che ora esporremo.

178. **Modo di sperimentare.** — Prendasi un'asticciuola della sostanza, che si vuole studiare, indi scelgasi un tubo di vetro chiuso da un capo, che abbia diametro e lunghezza alquanto maggiori di quelli dell'asticciuola medesima. Per questa si determini anzi tutto il peso e la densità; per il vetro è d'uopo determinare il coefficiente di dilatazione. Ciò si potrà fare prendendo il tubo di vetro notevolmente più lungo dell'asticciuola, riscaldandolo con la fiamma all'estremità aperta e stirando questa in modo da ottenere un cannello sottile, che termini in punta come quello di un termometro a peso. Ciò fatto, si opererà come si è indicato al § 171.

Quando siasi ottenuto il coefficiente di dilatazione del vetro, si toglierà via dal tubo la parte ridotta a cannello, affine di avere un'apertura abbastanza larga per potervi introdur l'asticciuola. Le cose devono essere disposte in maniera, che l'asticciuola occupi una parte

(*) Matthiessen, *Pogg. Ann.*, CXXX, p. 50 (1867).

considerevole della capacità interna. Affinchè essa non abbia a traballare là entro, si fa che porti ai suoi estremi quattro appendici o costole, le quali stiano a contatto del vetro. Collocata a suo posto l'asta, si rammollisce ancora con la fiamma l'estremità del tubo, e si fa ch'essa termini, come prima, in una punta sottile per adoperare lo strumento come termometro a peso. Di poi si procede precisamente nel modo che fu indicato al § 171, quando trattavasi di determinare il coefficiente di dilatazione di un vaso fra 0 e t.

179. **Calcolo delle esperienze.** — Sia p il peso dell'asticciuola,
d il suo peso specifico a 0°,
P il peso del vaso già contenente l'asticciuola, ma senza mercurio,
P_1 il peso del vaso medesimo contenente l'asticciuola e riempito di mercurio a 0°,
π il peso del mercurio effluito per il riscaldamento da 0 a t,
Δ la densità a 0° del mercurio,
x il medio coefficiente di dilatazione cubica che si cerca,
γ quello del mercurio,
k quello del vaso.

Scrivendo che il volume a t del mercurio rimasto, più quello dell'asticciuola è eguale a quello del vaso, si ha

$$\frac{P_1 - P - \pi}{\Delta}(1 + \gamma t) + \frac{p}{d}(1 + x t) = \left(\frac{P_1 - P}{\Delta} + \frac{p}{d}\right)(1 + k t),$$

donde si può ricavare x, perchè tutte le altre quantità sono conosciute. Si ha

$$x = \frac{\pi d (1 + \gamma t) - (P_1 - P)(\gamma - k) t d + p \Delta k t}{p \Delta t}.$$

Questo metodo può solo applicarsi a sostanze che non vengano attaccate dal mercurio, qualora almeno non si prendano precauzioni particolari. Dulong e Petit l'applicarono anche al rame, e per difendere questo metallo dall'azione del mercurio ne ossidarono leggermente la superficie.

180. **Uso d'uno strumento a cannello mobile.** — Per l'applicazione di questo metodo possono servire opportunamente gli strumenti che consistono in un serbatoio, al quale viene applicato un cannello mobile.

Allora, detta V_0 la capacità dello strumento fino all'origine della scala a 0°,

P_1 il peso dello strumento contenente l'asticciuola e riempito di mercurio a 0° fino alla divisione n,

n_1 il numero delle divisioni del cannello occupate dal mercurio a t, quando se ne abbia tratto un peso π,

w la capacità di una particella della scala, e del resto conservate per le altre lettere i significati stessi del caso precedente, avremo le due equazioni

$$\frac{P_1 - P}{\Delta} + \frac{p}{d} = V_0 + nw,$$

$$\frac{P_1 - P - \pi}{\Delta}(1 + \gamma t) + \frac{p}{d}(1 + \varkappa t) = V_0(1 + kt) + n_1 w,$$

la prima delle quali dà V_0, e l'altra $\varkappa$.

Della misura della dilatazione dei gas.

181. **Dei metodi adoperati in queste ricerche.** — La misura della dilatazione dei gas diede oggetto di studio al Regnault ed al Magnus, i quali sperimentarono separatamente ed ottennero valori assai concordanti. Queste determinazioni esigono apparecchi speciali, che difficilmente sono posseduti dai laboratorii. È pur cosa rara che una tale ricerca presentisi in pratica. Noi ci asterremo pertanto dal parlar diffusamente di questa specie di esperienze, ristringendoci ad un modo assai semplice di operare. Nel caso che occorresse una minuta descrizione dei varii metodi di misura della dilatazione dei gas, sarà d'uopo ricorrere alle memorie originali dei due fisici sopra citati (*).

182. **Uso del termometro ad aria.** — Qualora si posseda un termometro ad aria, per esempio quello di Jolly, si potrà farlo servire come strumento destinato a misurare la dilatazione dei gas. Bisognerà a tal uopo levare dall'apparecchio la solita porzione mobile, collocarla sulla macchina pneumatica interponendo una chiavetta a tre vie, e porre in comunicazione il tubo laterale della chiavetta col gasometro contenente il gas, su cui si vuole sperimentare. Questa comunicazione dovrà avvenire attraverso il solito apparecchio essiccante. Estratta l'aria, si farà entrare il gas volgendo opportunamente la

(*) Magnus, *Pogg. Ann.*, LV. 1. LVII. 177 (1842).
Regnault, *Mém. de l'Acad.*, XXI. 15.

chiavetta, poi si estrarrà quel gas e se ne farà entrare di nuovo, e si ripeterà questa operazione tante volte, quante saranno necessarie perchè si possa esser sicuri che il gas sia perfettamente secco e non misto ad aria.

Rimesso il serbatoio a suo posto, si fanno due osservazioni, l'una a 0°, l'altra alla temperatura T dei vapori dell'acqua bollente, operando precisamente come per le determinazioni della temperatura. Il coefficiente di dilatazione per l'intervallo da 0 a T si determina mediante l'equazione del § 128. Con questo strumento si può ottenere soltanto il coefficiente di dilatazione a volume costante.

Della determinazione dei calori specifici dei corpi solidi.

183. **Varii metodi.** — Per determinare i calori specifici dei corpi solidi due metodi possono venire adoperati con buon successo: quello delle mescolanze e quello della fusione del ghiaccio. Dal terzo metodo, che si dice del raffreddamento, non si può ottenere, come mostrò il Regnault, risultati sicuri; esso è invece opportuno per i liquidi e ne tratteremo più innanzi.

Metodo delle mescolanze.

184. **Principio del metodo.** — Se il corpo, su cui si vuole sperimentare, venga riscaldato ad una temperatura conosciuta e piuttosto elevata, e poi venga immerso in acqua fredda di noto peso, cederà a questa una parte del suo calore, sicchè dopo un certo tempo quel corpo e l'acqua avranno temperatura comune. L'aumento di temperatura dell'acqua c'indicherà quante calorie sono state cedute ad essa dal corpo, e poichè così veniamo a sapere quante calorie ha perduto il corpo nel passare da una data temperatura ad un'altra, potremo agevolmente calcolarne il calore specifico.

È manifesto che in questo metodo occorrono due distinti apparecchi; l'uno deve servire a riscaldare il corpo fino ad una temperatura abbastanza elevata, la quale possa venir valutata con esattezza; l'altro deve contener l'acqua, in cui il corpo viene immerso affinchè succeda lo scambio di calore. A quest'ultimo si dà il nome di *calorimetro;* chiameremo l'altro *apparecchio riscaldante.*

Perchè le esperienze con questo metodo possano riescire esatte, è necessario

1° Che si conosca con precisione la temperatura del corpo nell'istante in cui viene immerso nell'acqua;

2° Che la temperatura dell'acqua del calorimetro non varii, durante l'esperienza, per altre cagioni, se non per il calore comunicato all'acqua dal corpo, oppure che si possa calcolare la correzione relativa.

Le due condizioni non sono facili a raggiungersi: occorrono per la prima apparecchi di bene adatta costruzione: per l'altra è d'uopo di gran diligenza nel condurre le esperienze e nell'osservare.

Diremo intanto degli apparecchi di Regnault, di Neumann e di Kopp.

185. **Apparecchio di Regnault** (*). — La Fig. 12 rappresenta nel suo complesso tutto l'apparecchio di Regnault per il metodo delle mescolanze, presso a poco qual esso lo usò nelle sue prime esperienze (1840).

Il cilindro A è la parte essenziale dell'apparecchio riscaldante: la figura separata ne rappresenta la sezione. Il corpo vien collocato nello spazio cilindrico centrale A. Il riscaldamento producesi mediante vapor d'acqua, il quale vien generato in una caldaia V e vien condotto nello spazio anulare B separato dal cilindro interno mediante una sottile parete metallica. Per uscire di là il vapore è costretto a percorrere un altro spazio anulare C; con ciò esso difende dalle influenze esterne lo spazio, dove trovasi il corpo.

Il corpo si sospende a metà dell'altezza del cilindro entro una cestella di rete di fil d'ottone. Il peso della cestella dev'essere una piccola frazione di quello della sostanza; essa può venir costruita con fili metallici di qualunque grossezza, purchè di poi la si immerga nell'acido nitrico e vi si lasci finchè ha raggiunto la leggerezza voluta. La cestella porta lungo il suo asse un piccolo cilindro di tela metallica, nel quale, durante il riscaldamento della sostanza, vien collocato il bulbo del termometro b; essa vien sostenuta mediante fili di seta. È importante che quando il termometro ha raggiunta la massima temperatura, la colonna di mercurio sporga di un centimetro al più dal cilindro.

Lo spazio interno dev'essere chiuso ai due capi perchè non vi si stabilisca una corrente d'aria: di sopra, mediante una specie di turacciolo di latta, attraverso il quale passa il termometro: di sotto, mediante un registro pure di latta e a doppie pareti.

Il descritto apparecchio è sostenuto da una specie di cassa D, che ripiegasi poi verticalmente; essa è piena d'acqua, che, quando vien collocata là entro, deve avere la temperatura ordinaria e rinnovasi di tratto in tratto.

(*) Regnault, *Ann. de Ch. et de Phys.* (2), LXXIII.

È essenziale in queste esperienze per la prima delle condizioni suesposte che, quando si fa cadere il corpo nel calorimetro, la sua temperatura si mantenga inalterata fino al momento, in cui esso viene immerso nell'acqua. Per ciò il calorimetro *H* si porta al momento opportuno sotto l'apparecchio riscaldante: la cassa d'acqua *D*

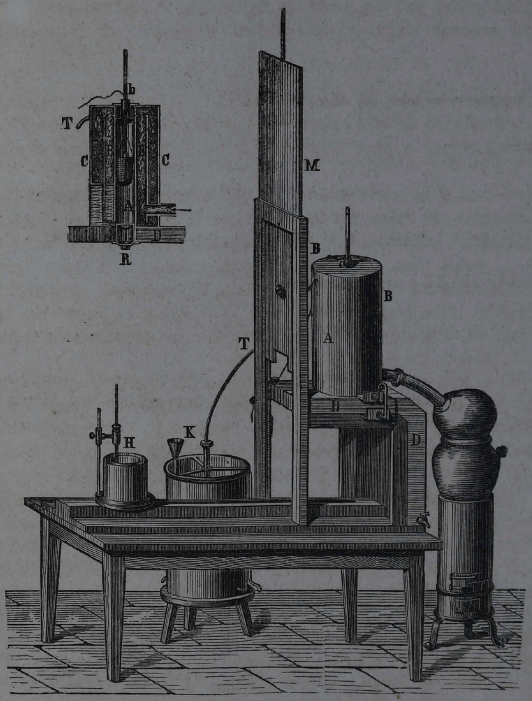

Fig. 12.

ha appunto lo scopo di difenderlo dal calore che potrebbe ricevere dal cilindro *A* e dalla caldaia *V*.

Il calorimetro è costituito da un cilindro di sottilissima lamina di ottone: esso è sostenuto da due fili di seta incrociati, fermati a un piccolo carretto di legno, che scorre lungo una guida. Un termometro sta nell'acqua alla distanza di un centimetro circa dalla parete. Il serbatoio di questo termometro ha sottili pareti ed ha l'altezza stessa

dell'acqua nel vaso. Il termometro deve essere assai sensibile; un grado, ad esempio, deve occupare almeno 15 mill.

Come si è già detto, la descrizione qui data si riferisce ad un apparecchio di Regnault quasi identico a quello da lui adoperato nelle prime esperienze: anche oggidì i costruttori seguono per lo più questo modello. Le esperienze pubblicate nel 1861 furono eseguite dal Regnault con un apparecchio alquanto diverso nelle parti accessorie (*). Tolse egli la cassa d'acqua *D* e la sostituì mediante un grosso strato di legno. Conformò inferiormente a tronco di cono rovescio i due spazi anulari *B* e *C*, e fece sì che l'acqua raccoltasi in essi tornasse alla caldaia per appositi tubi. Il vapore, dopo aver circolato in quei due spazii, veniva condotto ad un tubo che si alzava verticalmente sopra la caldaia, era chiuso al di sopra, e col capo inferiore aperto scendeva fin sotto il livello dell'acqua. La parte superiore del tubo era circondata da acqua fredda; ne seguiva che il vapore vi si condensava, e l'acqua così formata scendeva nella caldaia.

186. **Modo di sperimentare.** — Per procedere alle esperienze si riduce in pezzi la sostanza, su cui si vuole sperimentare, e la si colloca nella cestella. Questa si sospende entro lo spazio cilindrico, si colloca il termometro a posto, e si chiude lo spazio ai due capi.

In molti casi non è possibile ottener la sostanza in piccoli pezzi. Se essa è in polvere, si può tentare di raccoglierla in pallottole bagnandola leggermente e poi ponendola in un vaso e riscaldandola assai, oppure la si pesta a colpi di martello in un cilindro. Quando poi questi tentativi non riescono, bisogna collocare la sostanza in vasi a pareti sottili, per esempio, in piccoli cilindri di sottilissima lamina di ottone aventi 15^{mm} di diametro all'incirca e 60^{mm} di altezza. La sostanza vien fortemente compressa in questi cilindri che vanno poi collocati nella cestella. È bene adoperare quest'ultimo mezzo soltanto allora che ogni altro siasi provato inefficace.

Quando la sostanza sia stata collocata entro l'apparecchio, si riscalda l'acqua nella caldaia, affinchè il vapore circoli nei due spazi anulari. La temperatura nell'interno del cilindro sale dapprima rapidamente; ma occorre un tempo assai lungo perchè il termometro giunga ad un limite massimo. Anche quando ogni aumento di temperatura è cessato, il termometro non indica mai la temperatura del vapore; esso sta sempre di 1° o 2° al di sotto. D'ordinario dopo che il vapore ha circolato entro l'apparecchio per due ore, il termometro non si alza più in modo sensibile; si lascia tuttavia che l'operazione continui un'altr'ora, perchè importa accertarsi che la sostanza

(*) Regnault, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), LXIII, p. 1.

abbia assunto la temperatura indicata dal termometro. In tutta quest'ora la temperatura non deve elevarsi neppure di 0°,1 C.; se ciò avvenisse, converrebbe prolungare l'operazione.

Quando questa costanza di temperatura è prossima a raggiungersi, si versa l'acqua nel calorimetro misurandola con una bottiglia a collo stretto. Il suo volume deve esser tale che, dopo l'immersione della sostanza nel calorimetro, questo risulti quasi interamente riempito. Per ogni bottiglia, che si versa, si osserva la temperatura dell'acqua: in tal modo si può conoscere esattissimamente il peso dell'acqua impiegata, deducendone il peso dell'unità di volume dalle solite tabelle. Il Regnault si è accertato che vuotando la bottiglia entro il calorimetro e dandole ogni volta lo stesso numero di scosse per farne uscire le ultime goccie di liquido, il peso totale dell'acqua, che saliva a 500 gr. all'incirca, non differiva dall'una all'altra misura se non di qualche centigrammo.

Mediante un cannocchiale orizzontale si legge da una certa distanza le indicazioni del termometro immerso nell'acqua del calorimetro e anche quelle di un altro termometro, che sta fuori nell'aria. Quando è giunto il momento opportuno, si conduce rapidamente il calorimetro sotto l'apparecchio riscaldante, si apre il registro e si lascia cadere la cestella avendo cura che non venga sbalzata fuori dell'acqua. Subito dopo si riconduce il calorimetro al suo posto e si osserva l'andamento delle variazioni di temperatura, mentre un'altra persona tenendo la cestella per il filo attaccatovi, la agita continuamente entro il calorimetro.

187. **Apparecchio di Neumann** (*). — Questo ingegnoso apparecchio presenta, in quanto al riscaldamento della sostanza, delle condizioni, le quali forse assicurano l'esattezza meglio che non faccia l'apparecchio innanzi descritto. Esso è rappresentato dalla Fig. 13: *bb* è un tronco di cono di lamina di ottone, il quale è circondato da un involucro metallico a doppie pareti *a a*, la superficie interna del quale trovasi a perfetto contatto con la esterna di *b*. Queste due superficie sono ben levigate e quindi il tronco di cono interno può agevolmente girare entro l'altro. Il movimento si può facilmente produrre mediante il manico di legno *l*.

Nella superficie di *b* vi ha un foro, nel quale è inserito e saldato una specie di vaso rotondo *cc*, che si addentra nel tronco di cono interno, ma senza giungere a toccare col fondo l'opposta parete.

Nella parete del vaso rotondo e nella direzione dell'asse del cono

(*) Neumann, *Pogg. Ann.*, XXIII, p. 1.
Pape, *Pogg. Ann.*, CXX, p. 337.

è saldato un tubo *d d* aperto ai due capi e prolungato fino all'esterno, come indica la figura. Nel tratto, in cui il tubo sporge oltre la base minore del tronco di cono, esso è circondato da un altro tubo, e l'intervallo fra essi forma un prolungamento della cavità interna *b*. Il tubo *d* serve a ricevere un termometro, il quale per mezzo di due turaccioli viene stabilmente collocato in tal posizione, che il suo serbatoio stia in mezzo della cavità *c c*. L'involucro esterno non è tutto chiuso all'intorno; v'ha in esso un foro *m m*, il quale, nelle condizioni dell'apparecchio rappresentate dalla figura, lascia a contatto dell'aria esterna porzione della superficie inferiore del tronco di cono *b*. Questo foro è alquanto più ampio della bocca della cavità *c* ed è in tal posizione che se il tronco di cono interno girasse di 180°, la bocca della detta cavità verrebbe a corrispondere al foro.

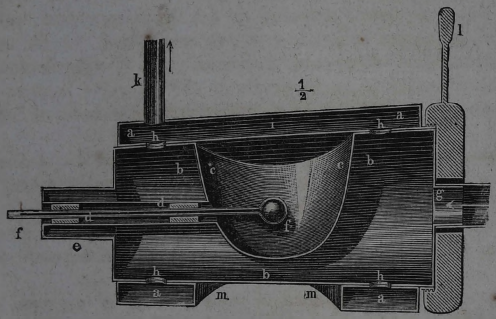

Fig. 13.

Gli orli delle due pareti di *a a* sono intorno al foro *m* riuniti mediante un anello di ottone, sicchè lo spazio *a a* è interamente separato dall'esterno. Quattro fori *h* aperti nell'una e nell'altra delle due pareti, che stanno a contatto, pongono in comunicazione lo spazio *b* con lo spazio *a* tanto nella posizione indicata dalla figura, quanto nel caso che la parte interna siasi fatta girare di 180°. In *g* v'ha un foro, in cui si adatta l'estremità d'un tubo, che viene da una caldaia; di qui entra il vapore, che empie lo spazio interno *b*, passa in *a*, poi sfugge all'esterno per *k*. Notisi che la rotazione di 180° più volte accennata non turba, se non momentaneamente, l'afflusso del vapore e la sua circolazione entro l'apparecchio.

Per impedire affatto l'accesso del vapore alla cavità *c*, dove sta la sostanza, si spalmano le due superficie coniche, che stanno a contatto, con grasso: in tal modo si ottiene perfettamente lo scopo, a segno che anche le sostanze igrometriche, come ad esempio il sol-

fato di rame anidro, collocate là entro, non danno traccia alcuna di umidità.

188. **Modo di sperimentare.** — S'imagini che l'apparecchio quale è indicato nella Fig. 13 venga capovolto e che poi si faccia girare di 180° la parte interna. Allora il foro *m* corrisponde alla bocca di *c*, e si può disporre la sostanza, sulla quale si vuole sperimentare, nella cavità *c* intorno al termometro. Rispetto al modo di preparar la sostanza, può valere quanto prima si è detto. Si avrà cura che la cavità venga riempita per modo che la rotazione non possa venire impedita, e che d'altra parte nella rotazione medesima non debba la sostanza smoversi troppo nell'interno. Si fa poscia rotare la parte interna di 180°, e si rovescia tutto l'apparecchio. Con ciò esso prende la disposizione indicata nella figura. Allora si può introdurre il vapore. Dopo tre quarti d'ora od un'ora il termometro indica la temperatura dell'acqua bollente, e si può ammettere che la sostanza l'abbia perfettamente raggiunta. Allora si porta il calorimetro sotto l'apparecchio riscaldante, si fa girare di 180° la parte interna sicchè il corpo cada nel calorimetro, e si incominciano le osservazioni.

189. **Apparecchio di Kopp** (*). — La sostanza da studiarsi ridotta in frantumi vien posta in un tubo di vetro a pareti sottili lungo circa 6^{cm} e largo 1,5. Lo si riempie poi con un liquido di noto calore specifico, che non disciolga la sostanza, e lo si chiude con un turacciolo, in cui sta infisso lungo l'asse un grosso filo di ferro che sporge per 10^{m} circa.

Affine di riscaldare la sostanza si pone il tubo in un vaso contenente mercurio in modo che anche la sua bocca ne venga coperta e lo si mantiene in tal posizione stringendo il filo di ferro tra le branche d'uno di quei sostegni che si usano nelle operazioni di chimica.

Per mantener poi la temperatura del mercurio al grado voluto per un tempo sufficientemente lungo, lo si colloca entro un bagno d'olio circondato da un bagno di sabbia. A comporre questo semplice apparecchio posson valere due vasi inseriti l'uno entro l'altro. La temperatura del mercurio vien data da un termometro sensibile ed esatto. Importa che essa si mantenga costante per un certo tempo, ma non tanto come negli altri apparecchi, perchè qui il liquido che occupa gli interstizii fra i vari pezzetti della sostanza, serve a far sì che questa raggiunga più presto la temperatura stessa del liquido esterno. Bastano all'uopo 10 o 12 minuti, durante i quali la temperatura non soffra sensibili variazioni.

(*) Kopp, *Liebig's Annalen. III Supplementenband* 1864 *und* 1865.

Il calorimetro è molto più piccolo di quelli di Regnault e di Neumann; esso contiene soltanto da 25 a 50 gr. d'acqua. Esso è un vasetto di sottilissima lamina di ottone sostenuto da tre piedi esilissimi di filo di ottone. Per difenderlo dalla radiazione di calore lo si circonda con un cilindro di lamina metallica. Nel calorimetro vi è un agitatore che ne occupa l'intera sezione, eccettuati soltanto due spazii corrispondenti al serbatoio del termometro e al tubo di vetro.

Quando siasi ottenuto che la temperatura nell'apparecchio riscaldante si mantenga costante per un tempo sufficientemente lungo, si versa nel calorimetro la quantità opportuna di acqua e lo si colloca in vicinanza del detto apparecchio per poter con un solo movimento del braccio portare il tubetto dal bagno di mercurio nel calorimetro. Si assesta il termometro abbracciandone il cannello con le branche di un sostegno, e, registrata la temperatura dell'acqua, si fa passare rapidamente il tubetto riscaldato nel calorimetro, e lo si tiene in posizione fissa e verticale, similmente fissando l'estremità del filo di ferro con un sostegno. Subito dopo si comincia a movere l'agitatore, e si continua a moverlo finchè è raggiunta la massima temperatura.

I varii dati necessari al calcolo delle esperienze si deducono immediatamente dall'osservazione: solo occorre un'avvertenza per la determinazione della temperatura della sostanza al momento che quella dell'acqua nel calorimetro giunge al suo massimo. Il termometro che sta nell'acqua indica la temperatura di questo liquido, ma non si può ammettere ch'essa sia eguale a quella della sostanza che sta entro il tubetto. Per determinare quest'ultima, si prende un tubetto identico od anche quello stesso, lo si empie d'acqua, vi si pone un termometro sottile e sensibile, poi si opera come in una ordinaria determinazione. Si osserva così qual differenza vi sia fra la temperatura interna del tubetto e quella dell'acqua, allorchè questa ha raggiunto il suo massimo. Il Kopp trovò questa differenza eguale a 0°,3. La differenza così trovata va aggiunta nelle varie osservazioni alla temperatura massima dell'acqua per avere quella che ha il corpo nell'istante medesimo.

190. **Calcolo delle esperienze.** — Il principio che serve a dedurre l'ignoto calore specifico dai risultati delle esperienze, è il medesimo per tutti e tre i descritti apparecchi: solo occorre tener conto nei calcoli della piccola diversità dei varii processi.

Sia c l'ignoto calore specifico,

p il peso del corpo,

T la sua temperatura al momento dell'immersione,

P il peso dell'acqua nel calorimetro,

t la temperatura dell'acqua all'istante dell'immersione,

θ la temperatura massima raggiunta dall'acqua nel calorimetro,

la quale ammettiamo *per ora* che sia pure quella del corpo nel momento medesimo.

Sarà

$$pc\,(T-\theta) = P\,(\theta - t). \qquad [1]$$

Questa semplice equazione non rappresenta però esattamente il fenomeno. Se poniamo, ad esempio, di attenerci al processo di Regnault, ammesso che p_1 sia il peso della cestella di fil d'ottone e c_1 il calore specifico dell'ottone, bisogna aggiungere a pc il prodotto $p_1 c_1$. Così nel processo di Kopp converrà aggiungere un prodotto consimile per il tubetto di vetro ed uno per il liquido introdottovi. Il calore poi perduto dal corpo va in parte ceduto alle pareti del calorimetro, al vetro e al mercurio del termometro: il secondo membro della [1] va dunque cangiato in

$$(P + P_1 C_1 + P_2 C_2 + P_3 C_3)\,(\theta - t),$$

supposto che i tre prodotti $P_1 C_1$, $P_2 C_2$, $P_3 C_3$ si riferiscano alle tre sostanze ora indicate.

Sarà quindi

$$c = \frac{P + P_1 C_1 + P_2 C_2 + P_3 C_3}{p}\,\frac{\theta - t}{T - \theta} - \frac{p_1 c_1}{p}. \qquad [2]$$

Il valore di P_1 si determina una volta per tutte, quello di C_1 si può togliere dalla tabella di Regnault. Così si ottiene $P_1 C_1$. Se la cestella è di fil d'ottone, sarebbe

$$c_1 = C_1,$$

ma non è bene dedurre $p_1 c_1$ dal calcolo, perchè presentando la cestella una grande superficie, perde una quantità abbastanza considerevole di calore nella caduta e di questo non si terrebbe alcun conto. Perciò è preferibile di dedurre quel valore dall'esperienza nel modo seguente. Prendasi un pezzo di piombo, che pesi 50 grammi all'incirca e se ne determini con più operazioni successive il calore specifico, tenendolo sospeso entro l'apparecchio riscaldante per un solo filo senza far uso di cestella o paniere. Poi si facciano altrettante operazioni usando la cestella. Da queste ultime, giovandosi del calore specifico del piombo prima determinato, si ottiene l'equivalente in acqua della cestella. Quanto ai due prodotti $P_2 C_2$ e $P_3 C_3$, se P_2 e P_3 son noti, si potrà dedurre C_2 e C_3 dalle tabelle, oppure, qualora si esiga grande esattezza, si potrà determinarli direttamente come segue. Poniamo che sia ignoto anche C_1 per assumere il caso più generale.

Anzi tutto si colloca nell'apparato riscaldante, senza far uso di cestella, un certo peso p del metallo medesimo, di cui le pareti del calorimetro sono costituite. Avremo allora l'equazione

$$p C_1 (T - \theta') = (P + P_1 C_1 + P_2 C_2 + P_3 C_3) (\theta' - t').$$

Poi si farà un'esperienza con un peso p' di vetro di qualità prossimamente eguale a quella del serbatoio del termometro: avremo

$$p' C_2 (T - \theta) = (P + P_1 C_1 + P_2 C_2 + P_3 C_3) (\theta - t).$$

Infine un'altra esperienza con un peso p'' di mercurio contenuto in un recipiente di vetro della medesima qualità di quello del serbatoio del termometro e di peso p_2 ci darà

$$(p'' C_3 + p_2 C_2) (T - \theta'') = (P + P_1 C_1 + P_2 C_2 + P_3 C_3) (\theta'' - t'').$$

In queste tre equazioni sono incognite soltanto C_1, C_2, C_3, e si potrà risolvendole determinarne i valori, per farne poi uso nel calcolo di tutte le esperienze successive. Raramente è noto il peso del vetro di un termometro e del mercurio contenutovi, nè sempre si può avere un pezzo di vetro della qualità medesima di quello del termometro. Si può allora determinare la quantità $P_2 C_2 + P_3 C_3$, riscaldando il termometro fino ad una data temperatura T abbastanza elevata e osservando il riscaldamento, che producesi nell'acqua del calorimetro con l'immergervi il detto strumento. La temperatura t dell'acqua prima dell'immersione viene misurata con un altro termometro, che si estrae subito dopo dal calorimetro. Sarà

$$(P_2 C_2 + P_3 C_3) (T - \theta) = (P + P_1 C_1) (\theta - t),$$

donde si potrà ricavare la quantità cercata.

191. **Correzioni.** — Nulla si è detto rispetto alle avvertenze relative all'uso dei termometri, perchè, dopo quanto fu premesso a suo luogo, ciò sarebbe riuscito affatto superfluo. Però v'han correzioni d'altra specie, di cui si dee tener conto, ed è d'uopo considerare con attenzione le condizioni delle esperienze descritte per cercar d'ottenere la massima approssimazione.

Il valore del calore specifico c dedotto dalle formule del paragrafo precedente sarebbe esatto, se durante il riscaldamento dell'acqua e prima di raggiungere la massima temperatura il calorimetro non perdesse calore verso l'esterno o non ne ricevesse; ma in fatto questa

trasmissione di calore avviene sempre e per lo più dall'interno all'esterno. Indicheremo alcuni degli espedienti che si possono adottare per ottenere il valore esatto di c ad onta di questa perdita.

Secondo il più semplice fra questi espedienti, che è dovuto a Rumford, si cerca di toglier l'errore anzichè di determinare la correzione, che devesi applicare ai risultati. A tal uopo con una prima esperienza grossolana si determina quanto sia prossimamente l'aumento di temperatura $\theta - t$ prodotto nell'acqua dall'immersione del corpo. Indi si fa in modo che al momento, in cui cade il corpo nel calorimetro, l'acqua di questo abbia la temperatura

$$t - \frac{\theta - t}{2},$$

dove t indica la temperatura iniziale dell'acqua nell'esperienza antecedente, la quale temperatura si suppone eguale a quella dell'aria esterna. Riscaldandosi l'acqua di $\theta - t$ durante l'esperienza, alla fine di questa la sua temperatura sarà

$$t + \frac{\theta - t}{2},$$

sicchè nella prima parte dell'esperienza l'acqua riceverà calore dall'esterno, nella seconda ne perderà. L'intervallo di temperatura percorso dall'acqua nelle due parti dell'esperienza è lo stesso, ma il tempo impiegato a percorrerlo è diverso; è molto più lungo nel secondo periodo che non nel primo, perchè la differenza di temperatura fra il corpo immerso e l'acqua va continuamente diminuendo e quindi va rallentando la trasmissione del calore. Perciò non v'ha equivalenza fra il calore ricevuto e il perduto, e il metodo non può dare grande esattezza.

Specialmente nel caso, in cui si tratti di una sostanza, la quale conduca male il calore, il miglior partito è calcolare, nel modo che ora indicheremo, la correzione che è d'uopo applicare alla temperatura osservata θ per avere la temperatura che l'acqua del calorimetro avrebbe se non fosse stato trasmesso del calore all'esterno.

Indichiamo con Δt la diminuzione di temperatura che avviene nel calorimetro per la radiazione del calore verso l'esterno in uno dei brevi intervalli di tempo, in cui supponiamo divisa la durata totale dell'esperienza dal momento dell'immersione a quello, in cui il corpo immerso e l'acqua hanno temperatura comune. La somma $\Sigma \Delta t$ sarà la quantità da aggiungersi a θ per avere la temperatura che il calorimetro avrebbe raggiunto senza l'azione delle cause perturbatrici.

Prima di far cadere il corpo nell'acqua si osserva di 20 in 20″ per

circa due minuti la temperatura dell'acqua del calorimetro per ottenere le variazioni di temperatura, che avvengono in quegli intervalli e quindi la temperatura dell'acqua al momento dell'immersione. Si attenderà che quelle variazioni siensi fatte costanti e, fatta un'osservazione, si condurrà il calorimetro al di sotto dell'apparecchio riscaldante, e 20″ dopo quella osservazione si farà cadere il corpo nel calorimetro. Immediatamente dopo si riconduce il calorimetro al suo posto, in modo da poter fare un'osservazione della temperatura a 20″ di distanza dal momento dell'immersione. Si prosegue di poi a fare le osservazioni di 20 in 20″ ed anche dopo raggiunta la massima temperatura.

Poniamo che fino al momento dell'immersione siensi osservate le temperature

$$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots, \tau_r,$$

e sia v la costante variazione che avviene in ciascun intervallo.

Supposto che anche in questo primo periodo il calorimetro vada raffreddandosi sarà

$$\tau_1 - \tau_2 = v, \quad \tau_2 - \tau_3 = v, \ldots, \tau_{r-1} - \tau_r = v.$$

A dir vero τ_r, temperatura dell'acqua al momento dell'immersione non può venire osservata, ma la si può dedurre dalla relazione

$$\tau_r = \tau_{r-1} - v.$$

Si osservino di poi le temperature

$$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n, \tau'_1, \tau'_2, \tau'_3, \ldots, \tau'_s$$

dove θ_n indica la temperatura, che indicammo finora con θ, dopo osservata la quale i decrementi della temperatura del calorimetro sono proporzionali ai tempi, la temperatura cioè comune all'acqua ed al corpo nel primo istante, in cui questa eguaglianza di temperatura si verifica (*).

(*) Questa temperatura θ_n non coincide generalmente con la massima, perchè nell'istante del massimo la quantità di calore ceduta dal corpo all'acqua è esattamente eguale a quella perduta verso l'esterno, e quindi il corpo deve aver temperatura superiore a quella dell'acqua. Si potrà invece ammettere che il corpo e l'acqua abbiano raggiunto la stessa temperatura in quell'istante, dopo il quale le perdite di calore sono proporzionali ai tempi. Quando si opera sopra corpi buoni conduttori, le due temperature prossimamente coincidono.

Sarà quindi

$$\theta_n - \tau'_1 = \tau'_1 - \tau'_2 = \tau'_2 - \tau'_3 = \ldots = \nu'.$$

Ammettendo che in ciascun intervallo di tempo la trasmissione del calore avvenga secondo la legge di Newton, avremo

$$\Delta t = a\left(\frac{\theta_m + \theta_{m+1}}{2} - x\right),$$

dove a è un coefficiente di proporzionalità, m il numero d'ordine di un'osservazione qualunque, x la temperatura dell'ambiente.

Le osservazioni precedenti l'immersione e susseguenti al massimo servono appunto ad eliminare a ed x. Poniamo

$$\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_r}{r}$$

e

$$\tau' = \frac{\tau'_1 + \tau'_2 + \ldots + \tau'_s}{s}.$$

Si potrà ammettere che sia

$$\nu = a\,(\tau - x)$$

e

$$\nu' = a\,(\tau' - x).$$

Sostituendo i valori di a e di x ricavati dalle due ultime equazioni, si ha il valore generico di Δt

$$\Delta t = \nu + \frac{\nu' - \nu}{\tau' - \tau}\left(\frac{\theta_m + \theta_{m+1}}{2} - \tau\right),$$

e quindi nei singoli tempi

$$\Delta t = \nu + \frac{\nu' - \nu}{\tau' - \tau}\left(\frac{\tau_r + \theta_1}{2} - \tau\right),$$

$$\Delta t = \nu + \frac{\nu' - \nu}{\tau' - \tau}\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \tau\right),$$

. . . . . .

$$\Delta t = \nu + \frac{\nu' - \nu}{\tau' - \tau}\left(\frac{\theta_{n-1} + \theta_n}{2} - \tau\right).$$

Si ha dunque

$$\Sigma \Delta t = n\nu + \frac{\nu' - \nu}{\tau' - \tau} \left\{ \sum_{q=1}^{q=n-1} \theta_q + \frac{\theta_n + \tau_r}{2} - n\tau \right\}.$$

Una causa d'errore, di cui non si tien conto nel calcolo precedente, è quella che consiste nel riscaldamento sofferto dal calorimetro nel breve tempo, in cui sta sotto all'apparecchio riscaldante, per il calore irradiato da quest'ultimo. Allo scopo di determinare la correzione relativa si farà una speciale esperienza, tenendo il calorimetro per qualche minuto sotto l'apparecchio riscaldante e determinando l'aumento di temperatura sofferto in tali condizioni. Veggasi a tal fine l'esempio riferito al § 193.

Le correzioni determinate nei modi indicati si applicano alla temperatura θ; dopo di che si può ottenere mediante l'equazione [2] del § 190 il valore di c con la necessaria esattezza. È bene accertarsi, mediante le osservazioni della temperatura dell'ambiente, che questa non ha sensibilmente variato durante l'esperienza.

Il modo di calcolare le correzioni ora esposto può applicarsi tanto all'apparecchio di Regnault, quanto a quello di Neumann. Rispetto al metodo di Kopp, veggansi le speciali avvertenze date al § 189.

Neumann e Pape hanno sottoposto a calcolo più minuzioso la trasmissione del calore che avviene durante l'esperienza. I calcoli piuttosto complessi, che ne risultano, e che qui sarebbe poco opportuno riferire, si possono trovare nelle citate memorie. Seguendo il loro metodo, bisogna anche tener conto con esattezza del tempo che passa dal momento dell'immersione a quello della massima temperatura. Siccome è d'uopo ricorrere nel corso del calcolo a più semplificazioni, e siccome occorrono speciali esperienze per ottenere il valore di alcune costanti introdotte nella formula, non v'ha grande vantaggio nel preferir questo metodo a quello testè indicato.

Abbiamo riferito il metodo più generale di calcolare le correzioni della temperatura del calorimetro, metodo specialmente opportuno per sostanze che sieno cattive conduttrici. L'esempio addotto nel § 193 mostrerà una semplificazione del metodo per il caso, in cui si tratti di sostanze, che conducano abbastanza bene il calore.

192. **Casi speciali.** — In generale quando si deve determinare il calore specifico di una data sostanza, la si riscalda, come fu indicato, fino a 100° all'incirca. Ma in alcuni casi speciali può darsi che occorra di conoscere il calore specifico della sostanza entro un intervallo diverso di temperatura. Il solo metodo di Kopp, fra i tre sopra descritti, lo permetterebbe. Il Regnault fece uso in tal caso di un altro apparecchio riscaldante costituito da un vaso contenente acqua o altro liquido, che si potesse facilmente portare alla temperatura voluta,

attraverso il quale passava un cilindro di ottone inclinato. Nell'interno di questo cilindro riponevasi al solito modo la sostanza col termometro che doveva indicarne la temperatura e i due capi del cilindro eran chiusi, ma al momento opportuno il capo inferiore si apriva e si lasciava scorrere lungo il cilindro la sostanza, la quale uscendo da questo cadeva nel calorimetro.

Il solito apparecchio di Regnault, però modificato nel modo, di cui si è fatto cenno in fine del § 185, serve ad ottenere una data temperatura con tutta la costanza necessaria per determinazioni esattissime. A tal uopo si pone nella caldaia, invece d'acqua, un liquido, il cui punto di ebollizione sia prossimo alla temperatura voluta. Così se vi si pone solfuro di carbonio, si ha la temperatura di 46°, con l'alcool di 78°, con l'essenza di trementina di 157°, ecc.

Si può anche approssimarsi assai ad una temperatura precedentemente fissata: basta far bollire il liquido, che si è scelto, sotto una pressione più grande o più piccola dell'atmosfera, in modo che il termometro della cestella si arresti alla temperatura voluta. Per ottenere questa differenza di pressione si fa comunicare la parte superiore della caldaia con un serbatoio d'aria, di cui si varia la pressione mediante una pompa.

Quando si debba operare sopra sostanze, le quali si fondono o si rammolliscono a temperature alcun poco elevate sopra le ordinarie, si raffredderà la sostanza, anzichè riscaldarla, fino ad una temperatura notevolmente inferiore a quella dell'ambiente, e si terrà conto del raffreddamento prodotto dall'immersione di essa nel calorimetro. Il raffreddamento della sostanza si potrà ottenere con una mescolanza frigorifera, o con l'evaporazione di un liquido. L'apparecchio usato da Regnault per valersi di quest'ultimo mezzo non è di forma gran fatto diversa dall'apparecchio riscaldante già descritto, senonchè nello spazio anulare interno v'ha il liquido volatile, come l'etere o il solfuro di carbonio. Mediante un tubo che scende fin presso al fondo ed un altro che non giunge fino al liquido, si produce, aspirando o inspirando, una corrente d'aria che attraversi il liquido. Ne segue un raffreddamento, che può giungere con l'etere a — 12°, col solfuro di carbonio a — 8°, se la temperatura esterna è 20°. Regolando con una chiavetta la velocità della corrente, si può ottenere che la temperatura si mantenga a lungo costante.

193. **Esempio** (*dalla memoria di Regnault in risposta a Pape* (1)). — Determinazione del calore specifico dello spato calcare.

(*) Regnault, *Pogg. Ann.*, CXXII, 257 (1854).

Equivalente in acqua del calorimetro e dell'agitatore di ottone, grammi 58,57 × 0,094 5,506
Equivalente della parte immersa del termometro . . 0,520
Acqua del calorimetro 448,090

$$P + P_1C_1 + P_2C_2 + P_3C_3 = 454,116$$

Peso dello spato calcare adoperato

$$p = 119,86.$$

Tanto il termometro dell'apparecchio riscaldante, quanto quello del calorimetro erano a scala arbitraria: per il primo lo zero era a 83,1 divisioni, un grado corrispondeva a div. 2,0962; per il secondo lo zero era a div. 26,05 e un grado corrispondeva a div. 9,4112.

L'equivalente in acqua della cestella fu determinato sperimentalmente nel modo sopra indicato, e si trovò eguale a 0,732.

Le osservazioni della temperatura del calorimetro furono condotte nel modo seguente. Al momento della prima osservazione si pose in moto un orologio a secondi. L'acqua venne sempre agitata, e dopo tre minuti si fece un'altra osservazione. Dalla variazione osservata si dedusse quella spettante a ciascun minuto nelle condizioni anteriori all'immersione.

Subito dopo l'osservazione fatta alla fine del terzo minuto si spinse il calorimetro sotto l'apparecchio riscaldante, si fece l'immersione, poi lo si ricondusse al suo posto. Si potè leggere la temperatura al 4° minuto, poi al 5°, al 6°, al 7°. Essendo allora prossimamente costanti i decrementi di temperatura, si sospesero le osservazioni per farne una finale al 10° minuto.

Ecco i risultati delle osservazioni.

Temperatura data dal termometro dell'apparecchio riscaldante 99°,56.
Temperature successive del calorimetro ridotte in gradi centesimali

a	0	minuti	dall'origine	3,480
»	3	»	»	3,506
»	4	»	»	8,389
»	5	»	»	8,548
»	6	»	»	8,527
»	7	»	»	8,495
»	10	»	»	8,394

Nelle condizioni anteriori all'immersione l'aumento per ogni minuto fu

$$\frac{3,506 - 3,480}{3} = \frac{0,026}{3} = 0°,009;$$

nelle posteriori la perdita fu

$$\frac{8,495 - 8,394}{3} = \frac{0,101}{3} = 0°,033.$$

Il calorimetro ebbe l'aumento apparente

$$8,495 - 3,506 = 4°,989,$$

Il corpo si abbassò di

$$99,56 - 8,495 = 91°,065.$$

Dopo il terzo minuto fino all'immersione, che ammetteremo sia avvenuta a metà dell'intervallo fra la seconda e la terza osservazione, il calorimetro guadagnò per mezzo minuto prossimamente

$$\frac{0,009}{2} = 0°,005.$$

Dall'immersione alla 3ª osservazione v'ha per mezzo minuto una perdita incerta. Regnault, appoggiato ad alcune esperienze, ammise sempre che questa perdita fosse $^2/_3$ di quella che in pari tempo avverrebbe nelle condizioni di trasmissione regolare posteriori all'immersione; quindi in questo caso

$$\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}\,0,033 = 0°,011.$$

Per determinare la correzione relativa al calore irradiato dall'apparecchio riscaldante era stata fatta un'apposita esperienza, lasciando il calorimetro sotto il detto apparecchio per minuti $2\ ^1/_2$: l'aumento osservato fu 0°,06, e poichè nelle ordinarie esperienze il calorimetro non si tratteneva che 10 secondi sotto l'apparecchio riscaldante, la correzione sarà

$$\frac{0,06 \times 10}{150} = 0°,004.$$

Dalla terza alla sesta osservazione l'abbassamento di temperatura dovuto alle perdite di calore verso l'esterno si può ammettere che sia stato eguale a quello dei tre minuti successivi, cioè

$$0°,101.$$

La correzione per la colonna sporgente era

$$+ 0°,004.$$

L'aumento di temperatura del calorimetro debitamente corretto, si trovò quindi eguale a

$$4,989 + 0,101 - 0,005 - 0,004 + 0,011 + 0,004 = 5°,096.$$

Il raffreddamento sofferto dal corpo fu

$$91,065 - 0,101 - 0,011 - 0,004 = 90°,949.$$

Risultò quindi l'equazione

$$119,86 \cdot 90,949 \cdot C + 0,732 \cdot 90,949 = 454,116 \cdot 5,096,$$

da cui il cercato valore di C

$$C = 0,20618.$$

Metodo della fusione del ghiaccio.

194. **Principio del metodo.** — Se si può fare in modo che la quantità di calore, la quale vien perduta da un corpo passando da una data temperatura T a 0°, venga impiegata interamente a fondere del ghiaccio, si potrà dedurre il valore di quella quantità di calore, e quindi il calore specifico del corpo, dal peso dell'acqua così prodotta. Questo peso poi si potrà direttamente determinare, o dedurlo dal cangiamento di volume che l'acqua ha sofferto nel passare dallo stato solido al liquido.

Black e Dulong applicarono il primo metodo nella sua massima semplicità, poi Lavoisier e Laplace lo posero in pratica usando un apparecchio speciale, cui diedero il nome di *calorimetro*. Bunsen invece imaginò di giovarsi del cangiamento di volume anzidetto.

195. **Metodo di Black.** — Prendasi un pezzo di ghiaccio senza cavità o bolle, se ne spiani una faccia sfregandola contro una pietra un po' ruvida, poi con un ferro caldo vi si apra una cavità poco più grande del corpo, di cui si vuole determinare il calore specifico. Si prepari inoltre una grossa lastra di ghiaccio, la quale deve servir di coperchio e dev'essere quindi ben piana nella sua faccia inferiore. Ciò fatto, la cavità, la faccia, in cui essa fu aperta, e la faccia inferiore del coperchio vengono asciugate diligentemente con una spugna.

Si pone il corpo, precedentemente riscaldato, nella cavità, vi si sovrappone il coperchio e si lascia passare tanto tempo, quanto si stima necessario perchè il corpo acquisti la temperatura di 0°. Scorso questo tempo, si toglie il coperchio, si estrae il corpo dalla cavità, e si asciuga tanto l'interno di questa quanto la faccia inferiore del coperchio con un pannolino antecedentemente pesato. Pesando poscia nuovamente il pannolino, si determina quanto ghiaccio sia stato fuso.

Questo metodo assai semplice può dar risultati abbastanza buoni, ma non è facile procacciarsi dei pezzi di ghiaccio opportuni, e non si può operare con buon successo, se non quando la temperatura stia soltanto di pochi gradi sopra lo zero.

196. **Metodo di Lavoisier e La Place** (*). — L'apparecchio adoperato da questi due fisici è rappresentato dalla Fig. 14; esso si compone d'un vaso cilindrico a doppie pareti, la cui parte inferiore è conformata ad imbuto. Nel centro dello spazio interno vien collocata una cesta A di filo metallico, che deve contenere la sostanza, su cui si sperimenta. All'intorno e sopra la cesta si dispone del ghiaccio pesto e anche l'intervallo fra le due pareti ne va riempito. Quando nella cesta vien collocata la sostanza, la quale sia stata prima riscaldata fino ad una temperatura conosciuta, essa si va raffreddando fino a 0°, e il calore perduto vien tutto impiegato a fondere parte del ghiaccio circostante. L'acqua in tal modo formatasi nello spazio interno scende per apposito tubo f in un recipiente sottoposto, mentre quella, che per le influenze esterne si forma nell'intervallo fra le due pareti, viene condotta per il tubo g all'altro vaso. Con una rete metallica, applicata alla origine del tubo, si toglie il pericolo che dei pezzetti di ghiaccio cadano dallo spazio interno nel vaso sottoposto.

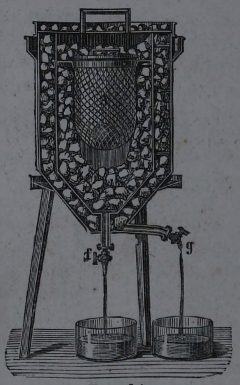

Fig. 14.

Il calcolo delle esperienze è semplicissimo; esso può servire anche per il processo descritto nel § precedente. Sia P il peso della sostanza, C il suo ignoto calore specifico, T la sua temperatura, p il peso dell'acqua prodotta, sarà

$$PCT = p \,.\, 79{,}25,$$

(*) Lavoisier e La Place, *Mém. de l'Acad. Royale,* 1780.

dove il numero 79,25 rappresenta le calorie di fusione del ghiaccio secondo de la Provostaye e Desains.

197. **Difetti del metodo.** — Il metodo è per sè assai semplice e di facile esecuzione, ma v'ha sempre incertezza nella quantità dell'acqua, che vien prodotta. Di fatto una certa porzione di quell'acqua rimane aderente alla superficie dei pezzi di ghiaccio, nè giova gran fatto aver cura che il ghiaccio prima delle esperienze sia bagnato, e, come si suol dire, saturo d'acqua, perchè la superficie di esso varia in causa della fusione. Per ottenere esattezza bisogna quindi che quella quantità d'acqua, la quale va per tal modo perduta, sia molto piccola al paragone della quantità totale dell'acqua prodotta. Siccome poi il calore di fusione del ghiaccio è rappresentato da un numero considerevole di calorie, così occorre una quantità piuttosto grande di sostanza. S'aggiunga che se la temperatura dell'aria esterna è alquanto elevata, è difficile preservare lo spazio interno da riscaldamento e quindi si ha una causa d'errore, della quale non è possibile tener conto.

198. **Metodo di Bunsen** (*). — Nel metodo di Bunsen deducesi, come già si è detto, il peso dell'acqua prodotta dal cangiamento di volume sofferto. Questo metodo ha il vantaggio di poter servire anche per piccole quantità di sostanza, inferiori, per esempio, a 10gr. Esso è quindi opportunissimo per le sostanze rare.

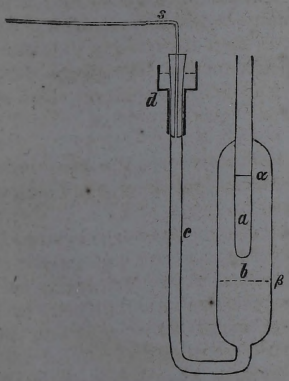

Fig. 15.

L'apparecchio del Bunsen è rappresentato dalla Fig. 15: a è un tubo di vetro, inferiormente chiuso, affatto simile ad una comune campanella da reazioni chimiche. Mediante l'uso della fiamma esso fu inserito entro il serbatoio di vetro b, che termina inferiormente in un tubo c ripiegato due volte. Al capo superiore del tubo c si applica mediante mastice un cilindro di ferro d, che poi si allarga alquanto. Il tubo a contiene fino in α dell'acqua, da cui antecedentemente si espulse l'aria mediante l'ebollizione. Nella parte del serbatoio che circonda il tubo, deve, al momento delle esperienze, trovarsi del

(*) Bunsen, *Pogg. Ann.*, CXLI, p. 1.

ghiaccio. Il resto del serbatoio è pieno di mercurio, e così il tubo fino a poca distanza dall'orlo superiore del cilindro *d*. Quando si debba sperimentare, si inserisce nel tubo un turacciolo, lungo l'asse del quale è infisso e fermato con ceralacca un cannello *s*, che ripiegasi ed è graduato in parti di eguale capacità.

199. **Preparazione dello strumento.** — Poniamo che lo strumento sia vuoto: è d'uopo introdurre nel serbatoio l'acqua privata d'aria. Prima ancora di applicare il cilindro di ferro al capo del tubo *c*, si empie a metà il serbatoio d'acqua già bollita, poi lo si capovolge: l'estremità del tubo *c* tiensi immersa in acqua che bolla continuamente, e con una fiamma si fa continuamente bollire anche l'acqua del serbatoio in modo da ridurla ad $^1/_3$. Quando si toglie la fiamma, il serbatoio si riempie da sè d'acqua priva d'aria. Quando esso è raffreddato e riposto nella posizione indicata dalla figura, vi s'introduce del mercurio recentemente bollito, e, inclinando e scotendo opportunamente lo strumento, si fa che il livello del mercurio arrivi prossimamente fino in β nel serbatoio e alla stessa altezza nel tubo *c*. Ciò fatto, si toglie mediante un sifone l'eccesso d'acqua contenuta in *c* e si leva ogni traccia di umidità con una corrente d'aria ben secca. Si applica poi il cilindro di ferro fermandolo con ceralacca in tal posizione che il tubo *c* sporga alquanto sopra il fondo della parte più larga. S'empie poi tutto il tubo *c* di mercurio bollito, facendolo scendere mediante un tubo capillare, perchè non si trattengano delle bolle d'aria a contatto delle pareti. Il mercurio si fa salire, come si è detto, fino al di sopra dell'estremità del tubo di vetro *c*.

200. **Modo di sperimentare.** — Per procedere alle esperienze bisogna ridurre allo stato di ghiaccio l'acqua che trovasi nel serbatoio. Ecco il modo suggerito dal Bunsen.

Prendansi due vasi metallici a pareti molto sottili ed a collo stretto; applichisi a ciascun d'essi un turacciolo con due fori, e mediante dei tubi di vetro doppiamente ripiegati si ponga in comunicazione ciascuno dei vasi col tubetto *a* dell'apparecchio descritto. Dall'altro foro di ciascun turacciolo parta un tubo che metta all'esterno. Uno dei due vasi, che diremo il primo, sia pieno d'alcool, l'altro vuoto; ambedue immersi in una mescolanza refrigerante, che ne fa scendere la temperatura a — 20°. Quando mediante una pompa si produce una aspirazione nel secondo vaso, l'alcool del primo, passando per *a*, va nel secondo: quando invece producesi aspirazione nel primo, l'alcool torna in questo, sempre attraversando il tubo *a*. In tal modo, mediante parecchie aspirazioni, si può mantenere la temperatura in *a* fra — 15 e — 10°, e si può produrre il congelamento dell'acqua nel serbatoio.

Il Bunsen costruì un apparecchio più complicato per lo scopo medesimo: esso è descritto nella citata memoria.

La temperatura dell'acqua del serbatoio interamente privata d'aria si abbassa grandemente e giunge a più gradi sotto lo zero, senza che si formi ghiaccio, mentre la superficie esterna del serbatoio si copre con una crosta di ghiaccio per la condensazione della umidità dell'aria. Quando poi si è raggiunta una temperatura sufficientemente bassa, il congelamento incomincia e si propaga in pochi secondi dall'alto al basso.

Il ghiaccio, che formasi intorno al tubo, è d'ordinario fibroso ed opaco: la porzione inferiore invece è omogenea e cristallina. Però, stando di poi l'apparecchio per alcuni giorni nella neve, tutto il ghiaccio vi si fa regolare e trasparente.

Si ritrae il serbatoio dall'apparecchio destinato alla formazione del ghiaccio, quando vedesi formato un cilindro di 6 a 10^{mm} di grossezza.

L'intero apparecchio rappresentato nella figura disponesi poi in un gran vaso pieno di neve. È importante accertarsi prima che lungo le pareti interne del serbatoio vi sia un sottile strato d'acqua prodotto dalla fusione, e ciò per evitare tensioni ineguali e gli effetti di elasticità conseguenti.

Occorre inoltre che la neve sia molto pura; se ciò non è, continua nel serbatoio la formazione del ghiaccio, e con sì poca regolarità, che riesce difficile tenerne conto. Anche con la neve pura il fenomeno avviene, ma così lentamente e regolarmente, che si può tenerne conto senza difficoltà.

Quando lo strumento è assestato entro la neve, s'introduce nel tubo *c* il turacciolo in cui è inserito il cannello graduato, in modo che il mercurio penetri nel cannello e occupi un certo numero di divisioni. Per poter bene applicare il turacciolo nel tubo, senza pericolo che quest'ultimo si spezzi, si fa che la parte superiore del tubo *c* venga abbracciata dalle branche di un robusto sostegno di ferro, al quale è affidata anche la parte inferiore. È bene studiar poscia quali movimenti avvengano nella colonna di mercurio in causa della formazione del ghiaccio, che può tuttavia proseguire. Il Bunsen nella sua memoria adduce i risultati di un tale studio da lui eseguito: di qui risulta che nelle prime 20 ore la formazione del ghiaccio è considerevole e rapida e che essa va gradatamente rallentando; nelle esperienze del Bunsen essa si rese insensibile soltanto dopo 114 ore.

La sostanza, di cui si vuol determinare il calore specifico, e che si prende sempre in piccola quantità, deve venir portata alla temperatura elevata *T*. La si pone perciò in un tubetto simile ad *a*, il quale mediante un anello di gomma che ne circonda l'orlo, viene inserito in un tubo di vetro alquanto più largo. A quest'ultimo tubo per un foro laterale, a cui è applicato un tubo di gomma, giunge da una

caldaia del vapore acqueo, che occupa lo spazio anulare fra i due tubi e poi scende per l'estremità inferiore del tubo esterno in un condensatore. Prima di far passare la sostanza nel tubo a, bisogna far sì che l'estremità della colonna di mercurio si trovi nel tratto diviso del cannello e giunga ad una divisione abbastanza lontana dal tubo c perchè si possano osservare i movimenti della colonna, quand'essa si ritirerà in causa della fusione del ghiaccio. Per far avanzare alquanto il mercurio lungo il cannello, basta un po' sprofondare il turacciolo. Se invece occorresse ritirarlo, si introduce in a un piccolo pezzo d'ottone, che sia stato riscaldato col tenerlo per un certo tempo in mano o sotto la lingua. Quando si conosca il peso p di ghiaccio, che deve fondersi nel serbatoio perchè il mercurio nel cannello si ritiri di una divisione, si può anche calcolare il numero n delle divisioni, di cui si ritirerà il mercurio quando in a s'introduca un dato peso g di ottone, e ciò mediante l'equazione

$$np\lambda = c \,.\, g \,.\, 37,$$

dove λ è il calore di fusione del ghiaccio, c il calore specifico dell'ottone e 37° la media temperatura, fino a cui si suppone riscaldato il pezzo di ottone. Calcolato, mediante alcune speciali esperienze, il valore di p, si può costruire una piccola tabella, la quale indichi qual peso d'ottone debbasi introdurre in a per ottenere un determinato spostamento.

Quando si è certi che la sostanza ha assunto la temperatura del vapore, si stacca l'apparecchio riscaldante dalla caldaia e dal condensatore, lo si trasporta in vicinanza al calorimetro, si apre il tubo, dove sta la sostanza, lo si capovolge e si fa cadere la sostanza nell'acqua del tubo a.

La caduta della sostanza dura sì breve tempo, che non è a temersi alcuna perdita di calore. Il tubo a si chiude subito dopo, mediante un turacciolo.

Al fondo del tubo a trovasi un piccolo fiocco di cotone bene impregnato d'acqua e circondato da un filo di platino, che gl'impedisce di sollevarsi. Si evita con ciò che il tubo a si rompa, quando la sostanza vi cade, e si ha il vantaggio di poter trarre più facilmente dal tubo medesimo le sostanze introdottevi sollevando il cuscinetto con esse e poi ricacciandolo al fondo.

Il calore perduto dal corpo caduto in a, facendo fondere parte del ghiaccio nel serbatoio, fa sì che la colonna di mercurio si ritiri nel cannello. Questo movimento si osserva da qualche distanza mediante un cannocchiale, avendo cura di dare qualche scossa al tubo prima di far le letture per togliere gli errori che potrebbe produrre l'aderenza del mercurio al vetro.

È grande vantaggio del metodo, che tutto il calore abbandonato dal corpo riscaldato vada impiegato nella fusione del ghiaccio. La sostanza, che si studia, si arresta sul fondo del tubo a, e siccome è in piccola quantità, l'acqua non vi si eleva mai a più che 4°. Ne segue che l'acqua più calda sta verso il fondo ed è coperta da uno strato d'acqua a 0°, sicchè anch'essa riducesi poi a 0°.

Se la sostanza non andasse di per sè al fondo, le si aggiunge una piccola spirale di platino di noto peso: in tal caso bisogna tener conto, nel calcolare le esperienze, del calore perduto dalla spirale. Se la sostanza è in polvere o soffre alterazione al contatto dell'aria e dell'acqua, la si introduce in una piccola ampolla di vetro sottilissimo e di noto peso.

201. **Calcolo delle esperienze.** — La quantità di calore perduta dal corpo che vien collocato nel tubo a è misurata dal numero delle particelle, di cui la colonna di mercurio ritirasi nel cannello: se si vuole esprimere in calorie il calore perduto dal corpo, sarà opportuno di determinare una volta per tutte a qual frazione di caloria corrisponda lo spostamento di una divisione del cannello. Questa determinazione si può eseguire nel modo seguente.

Sia v il volume di ciascuna divisione del cannello, s, s_1 il peso dell'unità di volume del ghiaccio e dell'acqua a 0°, π il peso del ghiaccio che deve fondersi perchè avvenga una diminuzione di volume eguale a v. Sarà

$$\frac{\pi}{s} - \frac{\pi}{s_1} = v,$$

da cui

$$\pi = \frac{v\, s\, s_1}{s_1 - s}.$$

La determinazione del volume di v si fa nel modo già indicato al § 149. Il valore di s_1 deducesi dalla tabella XXIII: quello di s fu determinato da molti fisici, ma i risultati sono piuttosto discordi.

Il Bunsen come medio di tre esperienze trovò

$$s = 0{,}916\,74.$$

Quando dalle esperienze risulti uno spostamento, debitamente corretto, di n divisioni, il ghiaccio fuso sarà $n\pi$, e se λ è il calore di fusione del ghiaccio, il calore perduto dal corpo nell'apparecchio, sarà

$$n\,\pi\,\lambda.$$

I valore di λ fu trovato da de la Provostaye e Desains, come si è

detto, eguale a 79,25, da Bunsen invece ad 80,025 e questo valore sembra il più appropriato al calcolo di queste esperienze.

Quando si voglia semplicemente conoscere il calore specifico di un corpo, si può risparmiare la determinazione di π. Si può allora procedere nel modo seguente.

Facciasi un'esperienza con acqua.

Sia p il peso dell'acqua, t la sua temperatura, n il numero delle particelle, di cui si è spostato il mercurio. Sarà

$$p\,t = n\,\pi\,\lambda,$$

da cui

$$1 = \frac{n}{p\,t}\,\pi\,\lambda.$$

Posto $\frac{n}{p\,t} = w$, si ha

$$1 = w\,\pi\,\lambda,$$

dove w, come è chiaro, è quantità che deducesi dai dati dell'esperienza.

Facciasi poi un'esperienza con la sostanza, che si vuole studiare. Sia P il suo peso, C l'ignoto calore specifico; e per generalità si supponga che ci sia bisogno di far uso dell'ampolla di vetro di peso P_1 e di calore specifico C_1 e della spirale di platino di peso P_2 e calore specifico C_2. Se N è lo spostamento osservato, T la temperatura che aveano la sostanza, il vetro ed il platino, quando vennero immersi, sarà

$$(P\,C + P_1\,C_1 + P_2\,C_2)\;T = N\,\pi\,\lambda,$$

e dividendo questa per la precedente

$$(P\,C + P_1\,C_1 + P_2\,C_2)\;T = \frac{N}{w},$$

da cui

$$C = \frac{N}{P\,T\,w} - \frac{P_1\,C_1 + P_2\,C_2}{P}.$$

Se non si fa uso nè d'ampolla, nè di spirale, il secondo termine di questa espressione va a 0. In caso diverso bisogna che C_1 e C_2 sieno dati da antecedenti esperienze.

Il numero N delle divisioni corrispondenti allo spostamento osservato ha d'ordinario bisogno di una correzione in forza di altre cause, che alterano i risultati. Fra queste cause la principale è la formazione lenta del ghiaccio, di cui si è già fatto menzione. Prima di far l'esperienza bisogna osservare per qualche tempo lo strumento e accertarsi

che, se anche la colonna si sposta, i suoi movimenti sieno regolari. Quando questo stato siasi raggiunto, si osserva alla distanza di un certo numero di minuti m_0 quali sieno le posizioni occupate dalla estremità della colonna: la differenza delle due letture sia ad esempio n_0. Per un minuto lo spostamento sarà stato

$$\frac{n_0}{m_0}.$$

Al momento, in cui si lascia cader la sostanza in a, si osserva il tempo M_0 e la posizione N_0 della estremità della colonna di mercurio: si ripetono le osservazioni dopo un certo tempo, per esempio un'ora più tardi, e poniamo che si ottenga M_1 ed N_1: poi, come da prima, si osserva lo spostamento n_1 dovuto ad altre cause per un tempo m_1. La media dello spostamento dovuto a cause estranee è per un minuto

$$\frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{m_0}+\frac{n_1}{m_1}\right),$$

e per tutta la durata delle esperienze

$$(M_1 - M_0)\,\frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{m_0}+\frac{n_1}{m_1}\right).$$

Questa è la correzione da applicarsi alla lettura fatta, sicchè sarà

$$N = N_0 - N_1 + \frac{1}{2}(M_1 - M_0)\left(\frac{n_0}{m_0}+\frac{n_1}{m_1}\right).$$

202. **Esempio** (*dalla citata memoria del Bunsen*). — Determinazione del calore specifico del calcio.

$$P = 0^{gr},2823 \qquad P_1 = 0,6683 \qquad P_2 = 0,4239$$

$$C_1 = 0,1873 \qquad C_2 = 0,032$$

$$T = 99,78 \qquad w = 14,657.$$

Durata dell'esperienza $M_1 - M_0 = 65$ minuti primi.

$$\frac{n_0}{m_0} = -0,09 \qquad \frac{n_1}{m_1} = -0,13$$

$$N_0 - N_1 = 280,2$$

$$N = 280{,}2 - 65\ \frac{0{,}09 + 0{,}13}{2}$$

$$= 273{,}05$$

$$\frac{N}{P\,T\,w} = 0{,}6614$$

$$\frac{P_1 C_1 + P_2 C_2}{P} = 0{,}4915.$$

Il calore specifico del calcio sarà dunque

$$c = 0{,}6614 - 0{,}4915 = 0{,}1699.$$

Determinazione del calore specifico dei liquidi.

203. **Varii metodi.** — Per determinare il calore specifico dei liquidi si possono usare più metodi. Si può ad esempio seguire il metodo delle mescolanze, quale fu sopra indicato, ponendo la sostanza liquida in tubi sottilissimi di vetro del diametro di 15^{mm} all'incirca, lunghi 60^{mm} e chiusi ai due capi. Questi tubi devono essere quasi interamente pieni: solo vi si lascia uno spazio vuoto, che basti alla dilatazione del liquido. Essi vengono posti intorno al termometro nell'apparecchio riscaldante e si opera al solito modo. Similmente si applica alla ricerca medesima anche il metodo di Kopp.

Il metodo di Bunsen può anch'esso adoperarsi utilmente per i liquidi chiudendoli in un'ampolla, come già si è indicato per le sostanze che si alterano al contatto dell'acqua. Ci resta a parlare alquanto più estesamente del metodo delle mescolanze modificato in maniera particolare per i liquidi e del metodo del raffreddamento.

204. **Metodo delle mescolanze secondo il Marignac** (*). — Ecco in qual modo il Marignac adattò il metodo delle mescolanze alla ricerca dei calori specifici dei liquidi.

Nel calorimetro, invece dell'acqua, collocò egli il liquido da studiarsi e vi immerse un corpo di noto calore specifico riscaldato fino ad una determinata temperatura. Del resto seguì il processo adottato per i solidi.

(*) Marignac, *Archives des sciences phys. et nat.*, XXXIX, p. 217.

Questo modo di sperimentare era stato già impiegato da altri, ma il Marignac ha immaginato e posto in pratica un ingegnoso espediente, prendendo siccome corpo riscaldante un termometro, il cui serbatoio avesse tal forma da trasmetter facilmente calore al liquido.

Il serbatoio dei termometri usati a questo scopo era un tubo avente il diametro interno di 9^{mm} e la lunghezza di 50 centimetri; esso era avvolto ad elica piuttosto ristretta affinchè occupasse poco spazio. La scala di questi termometri era divisa in parti eguali della lunghezza di 1^{mm}; ciascuna corrispondeva a $\frac{1}{10}$ di grado. L'equivalente in acqua di questi termometri era dai 15 ai 21 grammi.

Prima di eseguir l'esperienza bisogna riscaldare il termometro in un adatto recipiente fino ad una temperatura T, che superi di 40° all'incirca quella del calorimetro. Quando il termometro ha raggiunto una temperatura un po' superiore a T, lo si toglie dal vaso e lo si porta al di sopra del calorimetro: allora il termometro si va raffreddando: al momento, in cui esso segna precisamente la fissata temperatura lo si immerge nel calorimetro. Così, supposto che il termometro sia stato antecedentemente verificato, è tolto l'errore dipendente dalla imperfetta conoscenza della temperatura del corpo immerso.

A togliere anche l'errore dovuto alla perdita di calore del calorimetro, il Marignac operò così. Egli fece prima un'esperienza con l'acqua, poi determinò qual peso della sostanza d'ignoto calore specifico fosse necessario impiegare per ottenere lo stesso riscaldamento nel calorimetro; indi fece una seconda esperienza appunto con questa quantità della detta sostanza. Nel caso che il calore specifico di questa non sia molto diverso da quello dell'acqua e che le condizioni dell'ambiente sieno le stesse, la perdita di calore sarà eguale nelle due esperienze che si pongono a confronto. È del resto evidente non essere necessario che il riscaldamento sia nelle due esperienze rigorosamente lo stesso: l'errore, che può conseguire da una differenza di alcuni centesimi di grado fra gli aumenti di temperatura nei due casi, è assolutamente trascurabile.

Questi aumenti di temperatura devono venir misurati da un termometro sensibilissimo. Quello usato dal Marignac aveva le divisioni corrispondenti ad $\frac{1}{50}$ di grado: le letture venivano fatte mediante un cannocchiale orizzontale.

Il calorimetro era un cilindro di ottone inargentato, il cui equivalente in acqua era stato determinato da esperienze antecedenti, come quello del termometro collocatovi. È chiaro che in questo modo di sperimentare non occorre scrupolosa esattezza nella determinazione degli equivalenti in acqua del calorimetro e del termometro, perchè gli errori che vi si possono commettere esercitano la loro influenza del pari sul risultato relativo all'acqua e su quello spettante all'altro liquido.

Per difendere il calorimetro dalle influenze esterne esso era stato introdotto in un foro aperto in una sottile lastra orizzontale di latta: l'orlo del vaso s'appoggiava a quello del foro, e così il vaso rimaneva sostenuto. Intorno al calorimetro stava un cilindro a doppie pareti di ottone ben levigato: l'interstizio fra le due pareti di questo cilindro era pieno d'acqua.

Le esperienze non si cominciavano mai se la temperatura del calorimetro non era divenuta costante.

È importante di non porre a confronto le esperienze fatte sopra un dato liquido con quelle fatte sull'acqua, se non nel caso che le une e le altre sieno state eseguite nelle stesse condizioni atmosferiche. In generale è bene che le une e le altre esperienze vengano fatte nella giornata medesima.

La trasmissione del calore dal termometro al liquido è bene che succeda rapidamente: nelle esperienze del Marignac bastavano 30 secondi per raggiungere nel calorimetro la massima temperatura.

205. **Calcolo delle esperienze.** — Sia e l'equivalente in acqua del calorimetro e del termometro, che vi sta sempre immerso, p il peso del liquido adoperato, c l'ignoto calore specifico, ϵ l'equivalente in acqua del termometro riscaldante. Sarà

$$\epsilon\,(T-\theta) = (pc+e)\,(\theta-t),$$

dove T, θ e t hanno il significato stesso dato ad essi nei §§ antecedenti.

Di qui si ricava

$$c = \frac{\epsilon\,(T-\theta)}{p\,(\theta-t)} - \frac{e}{p}$$

$$= \frac{\epsilon r - e}{p},$$

se con r si rappresenta il rapporto

$$\frac{T-\theta}{\theta-t}.$$

Un'esperienza fatta con l'acqua che abbia peso p_1 dà

$$\epsilon = \frac{p_1 + e}{r_1},$$

dove r_1 è il valore del detto rapporto per questa seconda esperienza, valore che dev'essere, se non eguale, molto prossimo ad r.

Questo valore sostituito nella relazione precedente dà il valore cercato di c.

Il metodo del Marignac, come risulta dalla sua descrizione, ha notevoli vantaggi: esso ha però l'inconveniente che i termometri, il cui serbatoio ha la forma speciale indicata, sono fragili assai, sicchè difficilmente resistono alle variazioni di temperatura, che devono rapidamente soffrire. Nessuno dei termometri adoperati dal Marignac ha resistito ad una lunga serie di esperienze: egli nota però che questi strumenti aveano il serbatoio di pareti piuttosto grosse e che forse l'inconveniente accennato potrà sopprimersi col dare ai serbatoi pareti abbastanza sottili.

206. **Esempio** (*dalla citata memoria del Marignac*). — Esperienza con acqua.

$$p_1 = 170 \qquad T = 65{,}10 \qquad e = 14{,}9$$

$$t = 20{,}04 \qquad \theta = 23{,}505 \qquad r_1 = 12{,}004.$$

Quindi

$$\epsilon = \frac{184{,}9}{12{,}004} = 15{,}403.$$

Esperienze con $HCl + 50\,Aq$

$$p = 182 \qquad T = 65{,}10$$

$$t = 20{,}08 \qquad \theta = 23{,}54 \qquad r = 12{,}012$$

$$c = \frac{15{,}403 \,.\, 12{,}012 - 14{,}9}{182} = 0{,}9347.$$

Metodo del raffreddamento.

207. **Principio del metodo.** — Se due corpi, che abbiano peso eguale, si raffreddino per radiazione nelle condizioni medesime e percorrano un eguale intervallo di temperatura, si dimostra agevolmente col calcolo che i loro calori specifici sono in ragione diretta dei tempi impiegati nel detto raffreddamento. Affinchè il principio possa venire applicato con esattezza è bene che la differenza di temperatura fra il corpo che si raffredda e le pareti che ricevono il calore sia abbastanza piccola perchè si possa verificare la legge di Newton.

Il metodo fu già adoperato da parecchi fisici per corpi solidi; ma siccome la conducibilità di essi influisce sui risultati, e siccome non si può comprimere i varii corpi ridotti in polvere tutti nell'identico grado, così non si può ottenere sufficiente esattezza. Per i liquidi invece la diversa conducibilità e la diversa attitudine a trasmettere il calore alle pareti del vaso, in cui sono contenuti, non portano errori assai gravi.

208. **Modo di sperimentare di Regnault** (*). — Il liquido vien collocato in una specie di matraccio di vetro a sottilissime pareti avente un collo piuttosto lungo e sottile.

Si fa uso nel versare il liquido di un imbuto a cannello lungo e sottile, il quale scenda fino al fondo del vasetto o matraccio. Poi in questo si colloca il serbatoio del termometro che deve servire a dare la temperatura del liquido durante il raffreddamento. Il matraccio così preparato si pone entro un recipiente cilindrico, nel quale deve avvenire il raffreddamento. Le pareti interne di questo recipiente sono coperte di nero fumo: esse devono ricevere il calore che viene emesso dal corpo.

Per sostenere il matraccio nel mezzo della capacità del recipiente se ne ferma il collo mediante mastice ad una specie di turacciolo metallico che si adatta all'orlo di un tubo cilindrico, il quale si alza dalla faccia superiore del recipiente medesimo.

Nel turacciolo stesso v'ha un foro, il quale mediante un tubo laterale serve a mettere in comunicazione lo spazio interno con una macchina pneumatica; col mezzo di questa si può estrarre l'aria dal recipiente, affinchè il liquido perda calore quasi esclusivamente per radiazione.

La Fig. 16 non è precisamente conforme alla descrizione, perchè essa si riferisce all'apparecchio adoperato da Regnault per i solidi. Tuttavia essa può dare un'idea della forma dell'apparecchio, qualora al vaso cilindrico, che sta nel centro del recipiente maggiore, si imagini sostituito il matraccio pieno di liquido.

Il liquido si versa d'ordinario nel matraccio in tal quantità, che esso giunga col livello superiore fin sopra al punto del collo, dove questo esce dal recipiente. Quando durante le esperienze il liquido si raffredda, una certa quantità di liquido, che prima stava nel collo, passa nel matraccio, e siccome la temperatura nel collo è probabilmente diversa, si ha in ciò una piccola causa di errore: ma si preferisce procedere in tal modo, piuttostochè empire il matraccio soltanto fino all'origine

---

(*) Regnault, *Ann. de ch. et de phys.* (3), IX, p. 322.

del collo, perchè in quest'ultimo caso, siccome i liquidi raffreddandosi si ristringono in misura diversa, non si avrebbe per tutti la stessa superficie di radiazione.

È importante che, quando l'aria è rarefatta nel recipiente, questa rarefazione vi si mantenga inalterata per tutto il tempo delle esperienze che vengono eseguite sopra una stessa sostanza: altrimenti, con l'introdursi di nuova aria nell'interno, andrebbe continuamente accelerandosi il raffreddamento. A tal uopo il Regnault coprì il cannello sporgente del termometro con un tubo di vetro chiuso superiormente, il cui orlo inferiore s'adattava al turacciolo metallico (Fig. 16).

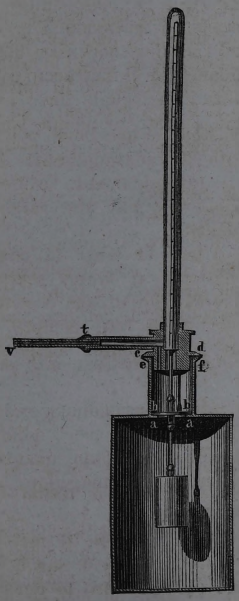

Fig. 16.

Il tubo *t* destinato a porre in comunicazione l'apparecchio con la macchina pneumatica era di vetro nell'apparecchio di Regnault. Fatto il vuoto, questo tubo veniva fuso all'estremità, e così lo spazio interno restava chiuso ermeticamente.

Il turacciolo più volte nominato veniva congiunto all'orlo *e f* del recipiente in modo da togliere ogni comunicazione con l'esterno, facendo uso di un espediente che il Regnault applicò parecchie volte. A tal uopo i due pezzi da congiungersi *c d*, *e f* sono conformati nei loro orli a modo di coni, le cui basi vengono a combaciare. Un anello a cerniera, che si può stringere mediante una vite e che ha internamente una incavatura di sezione triangolare con l'angolo al vertice più acuto di quello formato dai due orli, serve a ravvicinare le due basi, fra le quali ponesi un anello di cuoio. La poca aria che rimane entro il recipiente dev'essere assolutamente secca: perciò si farà il vuoto più volte, introducendo di poi ogni volta dell'aria, che abbia attraversato un apparecchio essiccante: dopo di che si potrà definitivamente rarefar l'aria fino al massimo grado possibile.

Se si fanno due esperienze con sostanze diverse per ottenere il rapporto fra i calori specifici, bisogna che in ambi i casi la rarefazione sia portata al grado medesimo. Ciò riescirà facilmente, perchè basterà spingere sempre la rarefazione fino al massimo grado concesso dalla macchina.

Quando l'aria sia rarefatta e l'apparecchio preparato a dovere, esso

viene immerso in acqua riscaldata fino a 40°: si osserva il riscaldamento che avviene anche nell'interno del matraccio, e si attende che il piccolo termometro ivi collocato segni 35°. Allora si toglie l'apparecchio dall'acqua calda e lo si trasporta in un altro vaso, dove esso viene rivestito tutto all'intorno con ghiaccio pesto. Mediante un cannocchiale disposto orizzontalmente si tien d'occhio da quel momento in poi il decremento della temperatura. Facendo uso di un orologio a secondi, si registra il tempo corrispondente agl'istanti, in cui il termometro segna successivamente 20°, 15°, 10°, 5°. Quando queste osservazioni sien terminate, si può togliere l'apparecchio dal ghiaccio e rimetterlo nell'acqua calda per procedere ad una seconda esperienza.

Ad accertarsi poi che l'apparecchio è ermeticamente chiuso per modo che la rarefazione vi si mantenga costante, si può far uso di due esperienze fatte sopra la medesima sostanza e in modo identico, l'una appena fatto il vuoto, l'altra parecchie ore dopo. Se in questo secondo caso non si trova molto diminuito il tempo necessario ad un dato raffreddamento, vuol dire che la rarefazione si mantiene, poichè la presenza dell'aria accelera notevolmente il raffreddamento. Ad esempio nell'aria rarefatta fino ad $1^{mm},5$ il raffreddamento esigeva nelle esperienze di Regnault un tempo doppio di quello che sarebbe stato necessario nell'aria avente la solita densità.

Come si vedrà nel paragrafo successivo, il metodo esige la conoscenza dei pesi delle sostanze adoperate. Siccome si fanno sempre esperienze di confronto, e siccome il volume del liquido che è contenuto nel matraccio e va raffreddandosi, è nei varii casi sempre lo stesso, così si può rappresentare il peso dei varii liquidi adoperati per mezzo della densità.

Per semplicità nei varii intervalli

$$20 - 15, \quad 15 - 10, \quad 10 - 5$$

si è presa come densità costante del liquido, la densità media fra quelle corrispondenti alle due temperature estreme.

A determinare la densità per i varii liquidi si adopera il metodo già indicato ai §§ 159-160 e si fa una determinazione a 0, una a 10, una a 20°. I tre valori così ottenuti bastano per calcolare la densità del liquido per qualunque temperatura compresa fra 0° e 20°.

209. **Calcolo delle esperienze.** — Sieno P e P_1 i pesi delle due sostanze, delle quali si pongono a confronto i calori specifici,

C e C_1 i loro calori specifici,

k il peso dell'acqua equivalente al matraccio e al termometro contenutovi,

x ed x_1 i tempi impiegati dalle due sostanze a raffreddarsi di un egual numero di gradi compresi fra la temperatura iniziale t e la finale t_1.

Per una delle esperienze sarà

$$t_1 = te^{-\frac{SE}{PC+k}x},$$

dove S è la superficie irradiante, E il potere emissivo della superficie esterna del matraccio ed e la base dei logaritmi iperbolici. Così per l'altra esperienza

$$t_1 = te^{-\frac{SE}{P_1C_1+k}x_1}.$$

Da queste due relazioni deduconsi le altre due

$$\frac{SE}{PC+k}x = -\log \text{ip}\frac{t_1}{t},$$

$$\frac{SE}{P_1C_1+k}x_1 = -\log \text{ip}\frac{t_1}{t}.$$

Dividendo l'una per l'altra, si ottiene

$$\frac{PC+k}{P_1C_1+k} = \frac{x}{x_1}, \qquad [1]$$

e quindi

$$C = \frac{x}{x_1}\frac{P_1C_1+k}{P} - \frac{k}{P}.$$

La quantità k può venire determinata in due modi diversi, o deducendone il valore dal peso del matraccio, del mercurio e del vetro e dai calori specifici relativi dati dalle tabelle, oppure con l'eseguire successivamente due esperienze con due sostanze, il cui calore specifico sia noto per una determinazione fatta con cura secondo il metodo delle mescolanze. In quest'ultimo caso dalla equazione [1] si può trarre il valore di k.

210. **Esempio** (*dalla citata memoria di Regnault*). — La seguente tabella dà i risultati di tre esperienze eseguite la prima con acqua, la seconda con essenza di trementina, la terza con alcool. Le due prime sono state impiegate a determinare il valore di k, assumendo per il calore specifico dell'essenza di trementina il valore 0,414

ottenuto col metodo delle mescolanze. Siccome poi questo valore era stato trovato per l'intervallo di temperatura 5 — 15, e siccome il calore specifico dell'essenza di trementina varia notevolmente con la temperatura, così a calcolare k mediante quel valore del calore specifico si presero soltanto le due esperienze fatte per le prime due sostanze fra 15 e 10 e fra 10 e 5°.

	DENSITÀ			TEMPI		
	20 — 15	15 — 10	10 — 5	20 — 15	15 — 10	10 — 5
Acqua	0,9990	0,9996	1,0000	446	649	1156
Essenza di trement.	0,8646	0,8686	0,8726	198	286	511
Alcool	0,8332	0,8372	0,8414	275	398	706

Le esperienze sull'acqua e sull'essenza di trementina nell'intervallo 15 — 10 danno la relazione

$$(0{,}9996 + k)\ 286 = (0{,}8686\ .\ 0{,}414 + k)\ 649,$$

da cui si ha

$$k = \frac{285{,}89 - 233{,}38}{363} = \frac{52{,}51}{363} = 0{,}1447.$$

Così le due esperienze con gli stessi liquidi fatte nell'intervallo 10 — 5 danno

$$(1{,}000 + k)\ 511 = (0{,}8726\ .\ 0{,}414 + k)\ 1156,$$

da cui si ha

$$k = \frac{511 - 417{,}61}{645} = \frac{93{,}39}{645} = 0{,}1448.$$

Si può quindi ritenere per le esperienze successive il valore approssimato

$$k = 0{,}145.$$

Se si calcolano le tre esperienze fatte sull'alcool, ponendole a confronto con quelle fatte sull'acqua, si trovano i risultati contenuti nella seguente tabella

	ESPERIENZA		
	1ª	2ª	3ª
$P_1 C_1 + k =$	1,144	1,1446	1,145
$\frac{x}{x_1} \cdot \frac{P_1 C_1 + k}{P} =$	0,8466	0,8384	0,8311
$\frac{k}{P} =$	0,1740	0,1732	0,1723
$C =$	0,6726	0,6652	0,6588

Misura della conducibilità dei corpi per il calore.

211. **Varii metodi.** — Questione importantissima, anche per le pratiche applicazioni, è quella di determinare la conducibilità termica dei varii corpi; ma è questione, nel tempo stesso, la quale presenta gravissime difficoltà sperimentali. È prova di ciò l'esservi in generale discordanza assai grande fra i risultati ottenuti dai varii fisici. Lo studio della conducibilità termica si può imprendere con due scopi distinti: o semplicemente di stabilire qual sia la conducibilità di un corpo rispetto a quella di un altro presa come unità, oppure di determinare in via assoluta la quantità di calore che in date condizioni può attraversare uno strato di una certa sostanza di dimensioni determinate. Alla prima classe di ricerche spettano le esperienze di Ingenhouss, di Despretz e di Wiedemann e Franz: alla seconda quelle di Péclet, di Forbes, di Neumann e di Angström. Nei paragrafi successivi verremo esponendo, qual più qual meno distesamente a seconda del caso, i metodi seguiti da questi fisici, ommettendo soltanto quelli di Neumann e di Angström. Siccome a questi due ultimi metodi sarebbe necessario premettere speciali considerazioni teoriche, rimandiamo per essi alle memorie originali (*).

212. **Metodo d'Ingenhouss.** — Abbiasi un'asta, la quale venga

(*) Neumann, *Ann. de ch. et de phys.* (3), LXVI, 183 (1862).
Angström, *Pogg. Ann.*, CXIV, 513 (1861); CXVIII, 423 (1863); CXXIII, 628 (1864).

riscaldata ad una delle sue estremità fino ad una certa temperatura costante, che sia di T gradi superiore a quella dell'ambiente. La sua lunghezza sia tale che l'altra estremità, anche quando la trasmissione ha assunto lo stato permanente, si mantenga alla temperatura dell'ambiente. Tenendo soltanto conto dell'eccedenza della temperatura dell'asta sopra quella dell'ambiente, diremo t in generale questo eccesso di temperatura per una sezione distante l dalla riscaldata: per la sezione estrema sarà $t = 0$.

Sia ora h il coefficiente di trasmissione esterna,

p il perimetro di una sezione qualunque dell'asta fatta normalmente alla lunghezza,

a l'area della sezione,

k il coefficiente di trasmissione interna.

Per la nota formula, che trovasi dimostrata in tutti i trattati di fisica, sarà

$$t = Te^{-\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,l}, \qquad [1]$$

dove e è la base dei logaritmi iperbolici.

Supponiamo che in simil modo un'altra asta avente eguali dimensioni ed egual potere emissivo, ma costituita da una sostanza diversa, venga riscaldata ad una sua estremità fino ad una temperatura eccedente di T gradi quella dell'aria. La sezione, la cui temperatura eccederà di t quella dell'aria, si troverà ad una distanza l_1 e sussisterà la relazione

$$t = Te^{-\sqrt{\frac{hp}{k_1 a}}\,l_1}, \qquad [2]$$

dove k_1 è il coefficiente di trasmissione interna o di conducibilità, che si voglia dire, della sostanza.

Dalle due equazioni [1] e [2] deduconsi quest'altre

$$\log \frac{T}{t} = \sqrt{\frac{hp}{ka}}\,l,$$

$$\log \frac{T}{t} = \sqrt{\frac{hp}{k_1 a}}\,l_1,$$

donde

$$\frac{l}{\sqrt{k}} = \frac{l_1}{\sqrt{k_1}}$$

e

$$\frac{k}{k_1} = \frac{l^2}{l^2_1}. \qquad [3]$$

Questo metodo trova un'applicazione nell'apparecchio d'Ingenhouss, che comunemente serve nelle lezioni a mostrare come sia diversa la conducibilità per il calore da un corpo ad un altro.

Esso consiste in una cassa parallelopipeda di ottone, in una parete della quale sono infisse e disposte orizzontalmente parecchie aste di sostanze diverse aventi eguali dimensioni. Esse vengono coperte con un sottile strato di cera, sicchè la quantità h si può ritenere per tutte la stessa. Versando nella cassa dell'acqua prossima alla ebollizione si riscaldano le estremità delle aste infisse nella parete fino ad una comune temperatura. Il limite della fusione della cera dà una grossolana indicazione della posizione delle sezioni che nelle varie aste arrivano ad una comune temperatura, e quindi giovandosi della [3] si può avere il rapporto delle conducibilità rispettive.

Come è superfluo accennare, i mezzi di osservazione sono in questo metodo troppo grossolani e troppo soggetti a cause di errore, perchè si possa sperare di ottenerne risultati precisi.

213. **Metodo di Despretz e di Franz e Wiedemann.** — Abbiasi ancora un'asta che venga riscaldata ad una sua estremità. Quando essa ha raggiunto lo stato permanente di trasmissione del calore, le temperature $t\ t_1\ t_2$ di tre punti che distino della lunghezza l l'uno dall'altro, saranno legate dalla relazione

$$\frac{t+t_2}{t_1} = e^{\alpha l} + e^{-\alpha l},$$

indicando con α per brevità la quantità $\sqrt{\frac{hp}{ka}}$. Pongasi

$$\frac{t+t_2}{t_1} = e^{\alpha l} + e^{-\alpha l} = 2r.$$

Se ne deduce

$$e^{2\alpha l} - 2re^{\alpha l} = -1,$$

e quindi

$$e^{\alpha l} = r + \sqrt{r^2-1}.$$

Passando poi dai numeri ai logaritmi, avremo

$$\alpha = \frac{1}{l} \log \text{ip} \left\{ r + \sqrt{r^2-1} \right\},$$

e quindi

$$k = \frac{hpl^2}{a} \frac{1}{\left(\log \text{ip} \left(r + \sqrt{r^2-1} \right) \right)^2}.$$

Per un'altra asta, la cui superficie abbia lo stesso coefficiente h di trasmissione esterna, se si assume lo stesso valore di l, sarà

$$h_1 = \frac{h\, p_1 l^2}{a_1} \frac{1}{\left(\log \text{ ip } (r_1 + \sqrt{r_1^2 - 1})\right)^2}.$$

Avremo quindi il rapporto

$$\frac{k}{k_1} = \frac{a_1 p}{a p_1} \left(\frac{\log (r_1 + \sqrt{r^2_1 - 1})}{\log (r + \sqrt{r^2 - 1})}\right)^2.$$

Se poi

$$a_1 = a, \qquad p = p_1,$$

allora

$$\frac{k}{k_1} = \left(\frac{\log (r_1 + \sqrt{r^2_1 - 1})}{\log (r + \sqrt{r^2 - 1})}\right)^2. \qquad [4]$$

214. **Modo di sperimentare del Despretz** (*). — Il metodo, di cui fu esposta or ora la teoria, fu applicato dal Despretz nel modo seguente.

Per ciascuna sostanza, di cui voleva studiare la conducibilità, prese egli un'asta, che avesse sezione quadrata del lato di mill. 21. Ciascuna asta venne coperta con una vernice medesima, affinchè il coefficiente di trasmissione esterna fosse per tutte lo stesso. Di 10 in 10 centimetri vennero praticate nelle aste delle cavità, ed una delle estremità venne ripiegata per pochi centimetri ad angolo retto.

Ciascuna delle aste così preparate venne successivamente sottoposta all'esperienza. La si collocò a tal uopo orizzontalmente, sostenendola mediante due ritti di legno ben secco. Sotto l'estremità ripiegata, che veniva disposta in modo da esser rivolta verso il basso, si poneva una lampada all'Argand con caminetto opaco. Uno schermo verticale serviva a riparare il resto dell'asta dall'irradiazione della fiamma. Nelle cavità menzionate si versava del mercurio, e in questo immergevansi i piccoli bulbi sferici di altrettanti termometri.

Quando le temperature indicate dai singoli termometri si mantenevano costanti, si poteva esser certi che la trasmissione del calore aveva assunto lo stato permanente. Per i corpi cattivi conduttori bisognava attendere a tal uopo 5 o 6 ore. Allora potevasi imprendere le osservazioni, cioè leggere le temperature dei varii termometri e registrarle. Osservate ad esempio tre temperature $\tau\ \tau_1\ \tau_2$, bisognava

(*) Despretz, *Ann. de Ch. et de Phys.* (2), XIX e XXXVI.

sottrarvi la temperatura dell'ambiente per ottenere le quantità $t\ t_1\ t_2$. Da queste poi deducevasi il valore di r, e quindi mediante la [4] calcolavasi il rapporto $\frac{k}{k_1}$.

215. **Modo di sperimentare di Wiedemann e Franz** (*). — Le esperienze del Despretz furono riprese dal Wiedemann e dal Franz per eseguirle con mezzi di gran lunga migliori e con più minute precauzioni affine di evitare gli errori.

Si presero delle aste assai più sottili di quelle del Despretz (5 a 6 mill. di lato), affinchè in tutta la sezione dovesse esser costante la temperatura. Ogni asta venne inargentata mediante l'elettrolisi, disposta orizzontalmente e collocata entro una campana di vetro $c\,c$ (Fig. 17) a robuste pareti lunga $0^m,5$ e del diametro di $0^m,16$, entro

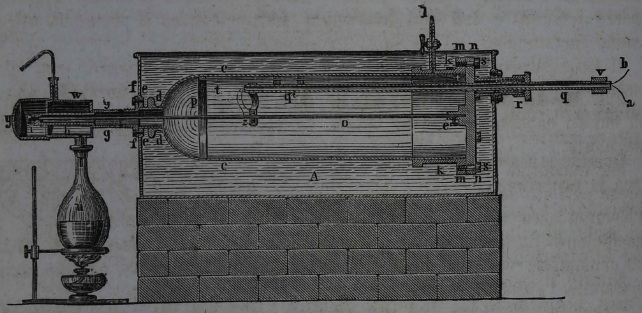

Fig. 17.

la quale per apposito tubo l fornito di chiavetta si poteva rarefar l'aria. Questa campana era chiusa da una parte mediante il cilindro di rame $k\,k$ e la piastra pur di rame $s\,s$, dall'altro capo era aperta e metteva ad un tubo metallico $d\,d\,g\,g\,i$ perfettamente chiuso. Uno dei capi dell'asta era fissato mediante la vite e alla piastra di rame, l'altro si addentrava nel tubo metallico ed era premuto dalla vite i applicata al fondo del tubo. Intorno a quest'ultimo v'era un rivestimento pur di metallo $b\,w$, le cui pareti venivano esternamente difese dal raffreddamento mediante uno strato di cotone. L'intervallo fra il detto tubo e il suo rivestimento era continuamente percorso da una corrente di vapore acqueo, che veniva sviluppato in un matraccio sottoposto u, entrava in b ed usciva per il tubo superiore. L'estre-

(*) Wiedemann e Franz, *Pogg. Ann.*, LXXXIX, 497 (1853).

mità i veniva difesa da una specie di cappello y, il cui spazio interno empivasi di cotone. Così l'estremità dell'asta che stava nel tubo veniva riscaldata fino a 100° e si manteneva a quella temperatura. Anche l'intera campana di vetro era circondata da un vaso metallico, e lo spazio interposto veniva riempito con acqua, la cui temperatura si manteneva sempre assai prossima a 12°.

Affine di determinare la temperatura di più punti equidistanti dell'asta si faceva uso di una coppia termoelettrica z costituita da due fili sottili, l'uno di ferro, l'altro di pakfong, la cui saldatura poteva mediante una molla d'acciaio venir premuta contro l'asta.

Nell'interno dell'apparecchio i fili ab della coppia, convenientemente isolati, stavano entro un tubo d'ottone qq', che attraversando la piastra di rame mediante una scatola a stoppa s'introduceva nella campana. Facendo rotare questo tubo di ottone, potevasi appunto porre a contatto dell'asta la coppia termoelettrica e premerla più o meno fortemente.

Il tubo stesso poi potevasi spingere innanzi o ritirare, con che spostavasi anche la coppia, ed essendo esso diviso in parti di egual lunghezza, dall'osservare qual porzione del tubo restasse di fuori si poteva arguire la posizione della coppia.

Quando un'asta era disposta a suo luogo e l'apparecchio era pronto per le esperienze, si dava principio allo svolgimento del vapore per riscaldare l'estremità dell'asta. Nelle prime esperienze per precauzione si lasciò che la circolazione del vapore durasse per 4 ore prima di far le esperienze; ben presto si notò che 30 minuti bastavano.

Giunto il momento opportuno, si portava la coppia a contatto dell'asta, e ciò facevasi in punti distanti l'uno dall'altro di mill. 52. Col far rotare il tubo d'ottone si premeva la coppia termoelettrica contro l'asta, e siccome s'era notato che la deviazione nel galvanometro cresceva al crescere della pressione fino ad un certo limite massimo, così si cercava ogni volta di ottener questo massimo. La deviazione prodotta nel reometro dal riscaldamento della coppia diveniva costante in quattro o sei secondi. Questa deviazione veniva osservata, poi si passava ad un altro punto. Il reometro adoperato era quello noto sotto il nome di bussola di Wiedemann. La mobilità delle spirali permette in questo strumento di variare la sensibilità: in tal modo si ottenne che le deviazioni non sorpassassero mai 3°, affinchè si potesse ammettere la proporzionalità delle correnti alle deviazioni. Queste venivano desunte dalle divisioni della scala osservate nello specchietto mediante un cannocchiale collocato a due metri di distanza.

Fra le precauzioni avute in queste ricerche meritano d'essere notate queste due: che con esperienze speciali si determinò la relazione fra le deviazioni osservate nel reometro e le effettive temperature della superficie, a cui la coppia veniva applicata, e che di tratto in

tratto si constatò se la coppia termoelettrica mantenesse inalterate le sue proprietà. A raggiungere il primo intento si prese un cilindro di acciaio, grosso 5 millimetri, lungo 20, vi si aprì una cavità e in questa si collocò il piccolo bulbo di un termometro assai sensibile, empiendo lo spazio rimanente con mercurio. Aggiungendo il cilindro ad un'asta di rame, lo si introdusse nell'apparecchio e si fece in modo che esso venisse riscaldato e poi andasse lentamente raffreddandosi. Applicando la coppia termoelettrica alla sua superficie nel modo ordinario e osservando contemporaneamente le indicazioni del termometro, si potè stabilire un confronto fra le temperature e le deviazioni e costruire graficamente una curva atta a dare le temperature cercate mediante le deviazioni.

Per accertarsi che la coppia non avea sofferto alterazione alcuna si determinava di tempo in tempo la distribuzione delle temperature in un'asta d'ottone riscaldata ad un capo e posta sempre del resto nelle condizioni medesime. Non si riscontrò mai alcuna differenza sensibile, benchè le esperienze durassero per più settimane.

Per ciascun'asta furono fatte più serie di osservazioni, le une nell'aria sotto la pressione atmosferica, le altre dopo aver rarefatta l'aria nella campana fino a 5^{mm}.

Le serie di osservazioni che erano state eseguite nelle condizioni medesime e davano numeri assai prossimi vennero aggruppate in una sola prendendo la media dei singoli risultati.

216. **Esempio** (*dalla citata memoria di Wiedemann e Franz*).— Determinazione della conducibilità del ferro rispetto all'argento.

Argento: asta grossa 5^{mm}.

	MEDIA DI 4 SERIE		MEDIA DI 4 SERIE		SERIE UNICA	
l	t	$2r$	t	$2r$	t	$2r$
0	107,7		137		125,5	
1	84,2	2,061	107	2,056	98,0	2,061
2	65,8	2,065	83	2,060	76,5	2,052
3	51,7	2,052	64	2,078	59,0	2,068
4	40,3	2,022	50	2,060	45,5	2,055
5	29,8	2,040	59	2,051	34,5	2,049
6	20,5	2,092	30	2,057	17,2	2,052
7	13,1		22,7			
	Medie	2,055		2,060		2,056

Ferro: asta grossa 5^{mm}.

	SERIE UNICA		MEDIA DI 2 SERIE	
l	t	$2r$	t	$2r$
0	211		165,8	
1	103	2,568	82,7	2,521
2	54	2,436	42,7	2,456
3	30	2,300	22,2	2,441
4	15	2,400	11,5	2,408
5	6		5,5	
	Medie	2,426		2,456

I medii valori di $2r$ risultanti da queste esperienze sarebbero rispettivamente 2,057 e 2,441 : ma i valori di t riportati nelle due tabelle sono quelli direttamente osservati, cioè le letture fatte col cannocchiale, le quali non sono esattamente proporzionali alle temperature. Sostituendo a quei numeri quelli dati dalla curva tracciata nel modo indicato, si ebbero questi due valori di $2r$

$$\text{per l'argento} \quad 2r_1 = 2{,}0456$$

$$\text{per il ferro} \quad 2r = 2{,}393.$$

La tabella seguente contiene i valori numerici che son necessarii al calcolo della cercata conducibilità del ferro rispetto all'argento facendo uso della formula [4] del § 213.

	r	r^2	r^2-1	$\sqrt{r^2-1}$	$r+\sqrt{r^2-1}$	$\log(r+\sqrt{r^2-1})$	$\frac{k}{k_1}$
Argento	1,0228	1,04612	0,04612	0,21476	1,23756	0,0925664	0,119
Ferro	1,1965	1,43161	0,43161	0,65697	1,85347	0,2679856	

217. **Metodo del Péclet per misurare la conducibilità assoluta dei metalli** (*). — S'imagini un vaso, le cui pareti sieno

(*) Péclet, *Annales de Ch. et de Phys.* (3), II, 107 (1841).

costituite da una sostanza poco conduttrice o sieno rivestite per modo da contrastare, quant'è possibile, il passaggio al calore. Il fondo sia costituito dalla lamina, di cui si vuol determinare la conducibilità. Al di sotto venga essa riscaldata e mantenuta ad una temperatura costante col mezzo di una corrente di vapore o di un liquido caldo: al di sopra si tenga conto del calore trasmesso, riempiendo d'acqua il vaso e osservando l'aumento di temperatura.

Se la quantità di calore, che vien trasmessa in un tempo infinitesimo attraverso la lamina, è proporzionale alla differenza di temperatura delle due faccie, la legge, secondo la quale cresce la temperatura nel vaso descritto, può rappresentarsi con la relazione

$$t = t_0 e^{-\alpha x},$$

simile a quella che si riferisce al raffreddamento di un corpo. In essa t è la differenza di temperatura delle due faccie al tempo x, t_0 è la stessa quantità all'origine del tempo, e la base dei logaritmi iperbolici, ed è

$$\alpha = \frac{k\,s}{P\,d},$$

se con k indichiamo il coefficiente di conducibilità della sostanza, con s la superficie della sezione della lamina, con P il peso dell'acqua, aggiuntovi il valore in acqua delle pareti del vaso del termometro e dell'agitatore, con d la grossezza della lamina.

Dalla equazione superiore si ha

$$\alpha = \frac{k\,s}{P\,d} = \frac{1}{mx}(\log t_0 - \log t),$$

dove i logaritmi sono tabulari ed m è il modulo relativo.

Osservando adunque nell'apparecchio descritto la differenza di temperatura iniziale t_0 fra la faccia inferiore e il vaso superiore e quella finale t, tenendo conto del tempo x e determinando le altre quantità s, P, d, è possibile di dedurre il valore di k. In pratica le esperienze eseguite in tal modo mostrarono difficoltà assai maggiori di quelle, che si potevan prevedere attesa la semplicità del metodo. Dapprincipio la quantità α, che dovrebbe essere in ragione inversa della grossezza, si mostrò indipendente da questa, anche se variava da 1 a 20^{mm}. Questo fatto, congiunto all'altro, che venendo l'acqua agitata più o meno vivamente, il valore di α notevolmente variava, mostrò che i due strati liquidi, i quali aderivano alla lamina da una parte e dall'altra, opponevano tal resistenza alla propagazione del calore, che quella opposta dalla lamina era al paragone assai piccola e la grossezza di questa non avea effetto sui risultati.

Per verificare la cosa e migliorare le condizioni dell'esperienza il Péclet soppresse il riscaldamento mediante vapore e fece sì che la faccia inferiore della lamina stesse immersa in acqua alla temperatura costante di 24°, mentre l'acqua del vaso aveva temperatura eguale all'esterna, 15° all'incirca. Di più fece in modo che le due faccie delle lamine fossero continuamente strofinate da spazzole di crine, le quali rinnovassero lo strato liquido contiguo a quelle faccie 1600 volte al minuto. Queste esperienze furono solamente eseguite sopra lamine di piombo, e ne risultò che attraverso una lamina di questo metallo avente 1^{mq} di sezione, 1^{m} di grossezza, e la differenza di temperatura eguale ad 1° C. da una faccia all'altra, dovrebbe passare in un'ora una quantità di calore eguale a

13,83 calorie.

Altri fisici con metodi diversi ottennero per questa quantità numeri assai più elevati; di che sorge il dubbio che il Péclet non sia giunto, neppure coi perfezionamenti accennati, a togliere la resistenza opposta al calore dagli strati liquidi aderenti. Di più il metodo presenta qualche difficoltà nel tener conto esattissimo del calore trasmesso, e, nel caso poi delle descritte esperienze, la picciolezza della lamina, 50 centimetri quadrati, allontanava forse troppo le condizioni dell'esperienza da quelle poste a base della teoria.

218. **Metodo di Forbes** (*). — Abbiasi un'asta riscaldata ad una sua estremità e lunga abbastanza perchè l'altra estremità, anche nello stato permanente di propagazione, abbia la temperatura dell'ambiente. Una sua sezione qualunque, la quale si trovi ad una distanza l dalla sezione riscaldata, avrà la temperatura

$$t = Te^{-\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,l}, \qquad [a]$$

dove le varie lettere hanno i significati medesimi ad esse assegnati nel § 212. La quantità di calore, che attraversa la sezione nell'unità di tempo, sarà

$$-ka\,\frac{dt}{dl} = -kaT\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,e^{-\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,l},$$

e questa quantità, quando lo stato permanente di propagazione è

(*) Forbes, *Transactions of the Roy. Soc. of Edinburgh*, XXIII, 133.

raggiunto, si diffonde tutta all'esterno. Se v è la velocità di raffreddamento per un tratto dl, c il calore specifico dell'asta, δ il peso dell'unità di volume di essa, la quantità di calore che viene emessa nell'unità di tempo dalla porzione dell'asta compresa fra la sezione l dalla prima, e l'estrema, è

$$a\delta c\int_l^L v\,dl,$$

dove L è la distanza della sezione libera estrema dalla prima, e ammettesi che il prodotto δc sia costante.

Ne segue:

$$-kaT\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,e^{-\sqrt{\frac{hp}{ka}}\,l}=a\delta c\int_l^L v\,dl.$$

Osservando il valore di t per più punti dell'asta e misurando la distanza di questi dalla sezione riscaldata, si può determinare con precisione mediante la $[a]$ il valore delle quantità

$$T \qquad \text{e} \qquad \sqrt{\frac{hp}{ka}}.$$

Quanto all'integrale

$$\int_l^L v\,dl,$$

Forbes operò così per determinarlo. Prese egli un'asta, che quanto alla natura della sostanza e alle condizioni della superficie era identica con quella, su cui si sperimentava, ma aveva lunghezza minore; la riscaldò fino ad una data temperatura, pose un termometro in una cavità situata nel punto di mezzo, e osservò la legge del raffreddamento, cioè tenne conto a brevi intervalli delle temperature successivamente decrescenti e dei tempi relativi. Così potè egli determinare qual valore di v competesse ad una data temperatura. Siccome d'altra parte la legge di distribuzione delle temperature nell'asta era data dalla $[a]$, così potè egli graficamente costruire il valore dell'integrale, portando come ordinate in corrispondenza ai singoli valori di l presi sull'asse delle ascisse i valori di v spettanti alle temperature rispettive.

Il Forbes trovò con queste esperienze che il coefficiente k di conducibilità notevolmente decresce al crescere del valore assoluto della temperatura. È a notarsi che il Forbes ammise come costante il valore del prodotto $c\delta$, mentre esso invece cresce al crescere della temperatura.

219. **Cenni intorno ai metodi usati dal Péclet per i cattivi conduttori** (*). — Più importanti ancora delle esperienze sulla conducibilità dei metalli sono nella pratica le ricerche consimili sopra i cattivi conduttori. Il Péclet ne eseguì un gran numero con tre metodi diversi ed ottenne risultati, che, quantunque non molto esatti, ritraggono importanza dalla scarsezza di tali ricerche e dalla difficoltà di eseguirle.

1° Nel primo metodo la sostanza, su cui si sperimentava, ridotta in frammenti o in polvere, stava fra due sottili involucri sferici di rame: la sfera interna era piena di acqua calda continuamente agitata, e la esterna era immersa in un gran bagno d'acqua, che aveva la temperatura dell'aria esterna ed era continuamente agitata in vicinanza alla sfera.

Ammesso che il raffreddamento dell'acqua calda contenuta nella sfera segua la legge di Newton, si può direttamente dedurre il valore di k dal raffreddamento osservato: ma la detta legge potè venire verificata per pochi corpi soltanto: per la sabbia quarzosa, ad esempio, per la polvere di legno d'acajou e per qualche altra sostanza. Per altri corpi, che conducano il calore ancor meno facilmente, il metodo è incerto: inoltre essendo troppo malagevole il costruir sfere cave coi varii corpi che si studiano, esso richiede che si faccia uso di polvere, ed è evidente che le esperienze eseguite in tali condizioni non possono in generale avere alcun valore nelle applicazioni.

2° Nel secondo metodo si dava alla sostanza la forma di cilindro cavo, e la si riscaldava internamente mediante una corrente di vapore. La temperatura dello spazio interno era misurata da un termometro: quella della faccia esterna mediante una coppia termoelettrica. Scrivendo che la quantità di calore trasmessa attraverso la sostanza nella unità di tempo, quando la trasmissione ha raggiunto lo stato permanente, è eguale a quella, che viene contemporaneamente emessa dalla esterna superficie, si ha un'equazione, nella quale è contenuto anche il coefficiente di trasmissione esterna, che è necessario determinare con apposite esperienze. Questa quantità era sempre la stessa in tutte le esperienze, perchè si copriva la faccia esterna del cilindro con carta, e le dimensioni erano sempre le stesse. Per le sostanze in polvere si adoperava un cilindro cavo a doppie pareti, nel cui vano anulare veniva collocata la polvere. Una delle pareti del cilindro era costituita da latta, l'altra da sottilissimo vetro.

3° Il terzo metodo è simile al precedente, ma ne differisce in ciò, che alla sostanza da studiarsi si dà forma di lamina piana, facendo sì, ch'essa costituisca una delle pareti di una cassa, in cui s'intro-

---

(*) Péclet, *Traité de la chaleur*, Paris, 1861, III, 453.

duce il vapore. È inoltre diverso il modo di misurare la temperatura della faccia esterna di questa lamina. A tal uopo di fronte ad essa ponesi una cassa di sottilissime pareti metalliche e contenente dell'acqua, la cui temperatura è data da un sensibile termometro. A metà dell'intervallo sta una pila termoelettrica pari a quella di un termomoltiplicatore. Le due superficie che emettono calore verso le faccie della pila sono ambedue coperte da carta bianca. Quando si vuol misurare la temperatura della faccia della lamina, si porta la temperatura dell'acqua, che sta nella cassa posta di fronte, a tal segno, che il reometro congiunto alla pila non dia alcun indizio di corrente. Allora si ammette che la temperatura dell'acqua sia eguale a quella della superficie esterna della lamina. Non ci tratteniamo intorno alle particolarità delle esperienze, perchè, come si è detto, nessuno di questi metodi può dar risultati di soddisfacente precisione.

Determinazione del calore di fusione di un corpo.

220. **Varii metodi.** — La quantità di calore che è necessaria per far passare l'unità di peso di un corpo dallo stato solido allo stato liquido, dicesi *calore di fusione* di quel corpo. Essa è eguale alla quantità di calore che si rende sensibile, allorchè l'unità di peso del corpo medesimo passa dallo stato liquido al solido. Appunto questa è la quantità che viene ordinariamente misurata. Si adoperano in queste ricerche i metodi stessi che servono a determinare i calori specifici dei corpi. Tratteremo qui brevemente dell'applicazione del metodo delle mescolanze e di quello del raffreddamento.

221. **Metodo delle mescolanze.** — La sostanza che si deve studiare, ridotta allo stato liquido e contenuta in adatto recipiente, viene introdotta in un calorimetro. Un termometro serve ad indicare continuamente la temperatura della sostanza, un altro quella del liquido del calorimetro. Si fa che la sostanza vada raffreddandosi finchè la sua temperatura e quella del liquido del calorimetro siano eguali o almeno molto prossime, e stieno al dissotto del punto di solidificazione. Se è

p il peso della sostanza,

M l'equivalente in acqua del calorimetro, del liquido contenutovi e del termometro relativo,

T e t le temperature rispettive del corpo e del calorimetro al momento dell'immersione,

τ la temperatura di fusione,

T_1 e t_1 le temperature del corpo e del calorimetro al momento dell'osservazione finale,

λ il calore di fusione,

c e c' i calori specifici del corpo allo stato liquido e allo stato solido,

a la quantità di calore, che vien perduta dal calorimetro durante l'esperienza,

μ l'equivalente in acqua del vaso contenente il corpo e del termometro, sarà

$$p\left(c\,(T-\tau)+\lambda+c'\,(\tau-T_1)\right)+\mu\,(T-T_1)=M\,(t_1-t)+a.$$

Questa formola esige la conoscenza di c e di c'. Se il loro valore non è dato con sicurezza da antecedenti determinazioni, si può con tre esperienze eseguite entro limiti diversi di temperatura ottenere tutte e tre le quantità c, c' e λ.

Siccome si tratta di esperienze che possono avere durata considerevole, e che l'eccesso di temperatura del calorimetro sull'ambiente può elevarsi a parecchi gradi, occorre molta diligenza nel determinare il valore della quantità a. Si può con apposite esperienze determinare precedentemente qual sia la perdita di calore, che soffre il calorimetro, quando l'eccesso di temperatura assume successivamente valori diversi. Ecco, ad esempio, un modo di operare.

Sia t il valore generico dell'eccesso di temperatura: la quantità di calore, che viene perduta dal calorimetro nell'unità di tempo, se questo eccesso rimanesse costante, si potrebbe esprimere con

$$q = h\,t,$$

dove h è un coefficiente che per generalità ammettiamo non sia indipendente da t. Tuttavia, per un piccolo intervallo, si può assumere

$$h = \frac{M}{x}\,m \log \frac{t_2}{t_1},$$

dove M ha il valore prima indicato, t_1 e t_2 sono le temperature estreme, x la durata del raffreddamento, m il numero 2,302 585.

Osservando a brevi intervalli il termometro del calorimetro, si può ottenere i valori, che h successivamente assume di mano in mano che t decresce, e si può graficamente rappresentare questi valori come ordinate in corrispondenza a quelli di t presi come ascisse e costruire poscia una tavola, la quale dia, per esempio, di decimo in decimo di grado le quantità di calore perdute. Questa tavola poi dovrà venire appositamente costruita ogniqualvolta si cangi qualche

condizione importante, come a dire l'altezza del liquido, o la natura di esso.

Molte esperienze furono eseguite con questo metodo dal Person (*). Il calorimetro adoperato era di sottilissima lamina di ottone: la evaporazione era impedita da un coperchio. Un treppiedi, situato nell'interno, era destinato a sostenere il vaso di rame, che doveva contenere la sostanza, che si studiava, ridotta allo stato liquido. Affine di riscaldarla fino ad una temperatura superiore a quella di fusione, si usavano soluzioni saline bollenti, di nitrato di soda, ad esempio, o di cloruro di calcio, mantenendo costante la temperatura, con l'aggiungere un po' d'acqua di tratto in tratto.

La temperatura del calorimetro veniva osservata con un cannocchiale.

222. **Metodo del raffreddamento.** — Abbiasi un apparecchio consimile a quello descritto nel § 208. Nel vaso interno si pone del mercurio previamente riscaldato e si osserva il tempo x_1, ch'esso impiega nel raffreddarsi di un intervallo $t - t_1$, in cui sta compresa la temperatura τ di fusione del corpo, che si vuole studiare. Questo ultimo, dopo esser stato liquefatto, si versa nel vaso interno, e parimenti si osserva il tempo x, ch'esso impiega a raffreddarsi dell'intervallo medesimo. Se si ammette che i tempi sieno proporzionali alle quantità di calore rispettivamente perdute, si ha la relazione

$$\frac{p\left(c\,(t-\tau)+\lambda+c'\,(\tau-t_1)\right)+\mu\,(t-t_1)}{(p_1 c_1+\mu)\,(t-t_1)}=\frac{x}{x_1},$$

dove p e p_1 sono i pesi del corpo, che si studia, e del mercurio.

Questa relazione manifestamente non è esatta; ed ancor meno esatta è quella adottata da Rudberg (**), il quale suppose

$$c = c'.$$

Trattandosi però di un eccesso di temperatura dell'apparecchio sull'ambiente assai grande rispetto all'intervallo $t - t_1$, e tale era il caso del Rudberg, si può ritenere che l'ipotesi dell'accennata proporzionalità non conduca ad errori molto gravi.

Il metodo potrebbe rendersi migliore determinando mediante espe-

---

(*) Person, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XXI. *Pogg. Ann.*, LXXIV, 409, 509 (1848).

(**) Rudberg, *Pogg. Ann.*, XIX, 125 (1830).

rienze eseguite col mercurio il valore della velocità di raffreddamento corrispondente a temperatura eguale a quella di solidificazione dell'altro corpo, e giovandosene per calcolare il calore perduto da quest'ultimo durante la solidificazione.

Determinazione dello stato igrometrico dell'aria.

223. **Dei varii metodi.** — Dicesi stato igrometrico dell'aria il rapporto che esiste fra il peso del vapore contenuto nell'unità di volume dell'aria, che si considera, e quello che essa conterrebbe se fosse satura. Questo rapporto è eguale a quello che esiste fra la tensione, che effettivamente possede il vapore diffuso nell'aria e quello che avrebbe alla stessa temperatura il vapore allo stato di saturazione.

I metodi che vengono adoperati per determinare lo stato igrometrico sono i seguenti:

1° il metodo chimico,
2° il metodo dell'igrometro a capello,
3° il metodo dell'igrometro a condensazione,
4° il metodo psicrometrico.

Non tutti questi metodi danno direttamente la detta quantità, ma dai risultati ch'essi forniscono, si può sempre dedurla, benchè con diverso grado di approssimazione.

Metodo chimico.

224. **Principio del metodo.** — Se si fa in modo che un volume d'aria, il quale può venir misurato, attraversi un apparecchio di essiccazione, dall'aumento di peso, che soffre questo apparecchio, si dedurrà quanto vapore era contenuto in quell'aria e quindi la quantità contenuta nella unità di volume.

Il metodo è dovuto al Brunner; fu poi perfezionato da Regnault (*).

225. **Descrizione degli apparecchi e del modo di sperimentare.** — Perchè l'apparecchio di essiccazione venga attraversato da un volume di aria, che si possa poi misurare, si fa uso di un aspiratore ad acqua. Questo può venir costruito in più modi: descriveremo uno dei più opportuni.

(*) Regnault, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XV, 129.

Due vasi di ferro internamente stagnati, eguali fra loro, son disposti l'un sopra l'altro in modo che i loro assi trovansi sulla verticale medesima. Essi sono congiunti mediante un tubo di ottone situato nella direzione dell'asse e fornito di chiavetta.

Ciascuno dei due vasi ha forma cilindrica, ma è conico alle sue estremità. Sopra e sotto del punto di mezzo del tubo di ottone, là dove sta la chiavetta, il tutto è simmetrico; i capi estremi dei due vasi sono forniti ambedue di tre piedi, sicchè l'uno qualunque di essi può venir disposto inferiormente e farsi sostegno dell'altro. Poniamo di chiamar *A* il vaso, che imaginiamo trovarsi di sopra e *B* l'altro. Descriveremo il vaso *A*, ed ogni parte fissa di questo s'intenderà che trovisi anche nell'altro in posizione simmetrica.

La parte conica superiore del vaso *A* finisce in un tubo centrale fornito di chiavetta. Di più havvi un foro del diametro di 1^{cm} circa aperto nella superficie conica superiore con una breve tubulatura cilindrica. Nel cono inferiore v'ha pure, di fianco al tubo di congiunzione, una simile tubulatura.

La capacità dei due vasi deve accuratamente determinarsi mediante il peso dell'acqua contenutavi.

Quando si vuol preparare l'aspiratore, chiudesi con la chiavetta il tubo di congiunzione e il foro inferiore del vaso *A* mediante un turacciolo di gomma elastica o di sovero, e per il foro superiore si riempie di acqua il vaso stesso. Poi in quest'ultimo foro si adatta un termometro, il cui serbatoio si trovi a metà altezza del vaso. Mediante un tubo di gomma elastica applicato al tubo superiore del vaso *A* si pone in comunicazione questo vaso con l'apparecchio essiccante. Chiudesi poi la chiavetta del tubo inferiore del vaso *B* e con un turacciolo anche il foro inferiore di questo, e per produrre l'aspirazione si apre la chiavetta del tubo di congiunzione. Allora l'acqua del vaso *A* passa nel vaso *B* scacciando l'aria per il foro superiore di quest'ultimo vaso. Ne verrà che l'acqua abbandonerà nel vaso *A* uno spazio il quale verrà occupato dall'aria, che avrà attraversato l'apparecchio essiccante.

Quando il vaso *A* siasi interamente vuotato, cesserà l'aspirazione, e quel vaso sarà pieno dell'aria che avrà attraversato l'apparecchio essiccante: quest'aria avrà il volume noto del vaso, la temperatura indicata dal termometro, sarà sotto la pressione atmosferica esterna e sarà satura di vapor acqueo.

Può darsi che il volume di uno dei vasi sia troppo piccolo per poter avere nell'apparecchio di essiccazione un aumento di peso abbastanza considerevole. Allora si potrà ripetere l'operazione dopo aver capovolto l'apparecchio, avendo cura di chiudere prima i fori, per i quali l'acqua potrebbe uscire, e di aprire quello, per il quale l'aria del vaso inferiore deve sfuggire.

Prima di imprendere l'operazione bisogna sempre accertarsi, che il vaso superiore, in cui trovasi l'acqua, sia pieno perfettamente.

Dell'apparecchio essiccante si è già detto parlando del termometro ad aria: qui l'apparecchio potrà esser più semplice, ma il modo di preparare i tubi con la sostanza essiccante è lo stesso. Due tubi ad *U* dell'altezza di metri 0,18 vennero usati dal Regnault nelle sue esperienze. Apparecchiati i due tubi, congiuntili mediante un corto tubo di gomma, spalmati diligentemente con cera i turaccioli che li chiudono, conviene pesarli. A tal uopo si otturano con piccoli turaccioli i fori dei tubi di vetro ripiegati che partono dai bracci estremi dei tubi ad *U*, e si collocano questi tubi ad *U* sulla bilancia. Se non si opera col metodo della tara, è bene collocare sull'altro piatto due tubi ad *U* vuoti e chiusi, per dispensarsi dalle correzioni per l'aria spostata, e dal tener conto delle variazioni che avvengono nelle condizioni di questa. Fatta la pesata, converrà metter da parte i due turaccioli per servirsene allo stesso ufficio nelle pesate successive.

Si è parlato finora dei due tubi, i quali servono a raccogliere il vapor acqueo; fra essi e l'aspiratore se ne collocherà un terzo, il quale ha puramente l'ufficio di impedire che passi del vapore dall'aspiratore ai due tubi igrometrici.

Dopo quanto si è detto in altro luogo intorno alle difficoltà, che s'incontrano nel disseccare l'aria perfettamente, potrà parere che due soli tubi non abbiano a bastare per raccogliere interamente il vapor acqueo dell'aria aspirata, e che l'unico tubo interposto fra l'apparecchio essiccante e l'aspiratore non sia sufficiente a preservare da errore i risultati. Ma a renderci sicuri della bontà dell'apparecchio così costruito, abbiamo le esperienze istituite a bello studio dal Regnault, le quali mostrano anzi come un solo tubo igrometrico basti a produrre tale essiccamento, che il secondo tubo non riceve aumento sensibile di peso. Riferiamo una breve descrizione di queste esperienze, perchè potrebbe in qualche caso riuscire opportuno ripeterle.

In seguito al secondo dei due tubi igrometrici pose il Regnault un terzo tubo esternamente circondato da ghiaccio, poi un quarto in una mescolanza frigorifera formata da ghiaccio e cloruro di calcio e avente la temperatura di — 30°. I tubi terzo e quarto erano anch'essi stati antecedentemente pesati; dopo che l'aria aveva attraversato l'apparecchio, essi vennero accuratamente turati e posti sotto una campana con calce viva, dove si lasciarono per più ore, affinchè si asciugassero esternamente e prendessero la temperatura dell'aria esterna: dopo di che vennero nuovamente pesati. Si è così riconosciuto che non avevano mutato di peso: il peso del primo tubo igrometrico soltanto aveva mutato, esso aveva trattenuto gr. 1,255 di acqua, ma gli altri tre non diedero segno d'aumento.

In un'altra esperienza volle il Regnault determinare quanta fosse

l'acqua contenuta in una certa quantità di aria e osservare quanta acqua perdesse quest'aria attraversando l'apparecchio essiccante. Innanzi al primo tubo igrometrico egli collocò un tubo pieno di pezzetti di spugna impregnati di acqua, e innanzi a questo tre tubi pieni di pomice impregnata d'acido solforico aventi ciascuno la lunghezza di 1^m. Il terzo di questi tubi era immerso in una mescolanza di ghiaccio e di cloruro di calcio. Con questo sistema ottenevasi che l'aria entrasse perfettamente secca nel tubo contenente la spugna bagnata. In questo tubo essa si saturava di vapor acqueo, che dovea poi deporre nei tubi igrometrici. Avvenne che il tubo con spugna perdette per il passaggio dell'aria grammi 0,767 di peso, mentre il peso del primo tubo igrometrico aumentò precisamente d'altrettanto: quanto al secondo tubo igrometrico, il suo peso rimase inalterato. Queste esperienze provarono come il secondo tubo igrometrico sia già superfluo. L'essiccamento, che si ottiene con un solo tubo ad U, è, come si vede, perfetto, almeno in quanto è necessario per queste ricerche; ciò non toglie però ch'esso non sia insufficiente per esperienze più delicate, come sarebbe per la determinazione del coefficiente di dilatazione di un gas.

L'aumentare il numero dei tubi, come osserva il Regnault, se pur valesse ad ottenere una essiccazione più perfetta, d'altro canto aumenterebbe le difficoltà della pesata, e siccome poi le quantità d'acqua, che in tal modo si potrebbero raccogliere, sono tanto piccole da non superare probabilmente gli errori delle pesate, così si avrebbe piuttosto a temere danno che a sperare vantaggio.

Affinchè l'essiccamento riesca a dovere, è bene che l'aspirazione proceda con lentezza: il che si può ottenere regolando opportunamente l'efflusso dell'acqua da un vaso all'altro dell'aspiratore mediante la chiavetta del tubo di congiunzione. L'apparecchio essiccante dovrà trovarsi nel luogo, dove si vuol misurare lo stato igrometrico dell'aria; qui si collocherà pure un termometro. L'aspiratore invece potrà essere collocato a qualche distanza presso alla persona, che dirige l'operazione. Un tubo di gomma elastica porrà in comunicazione l'apparecchio essiccante con l'aspiratore.

Mediante un cannocchiale disposto orizzontalmente si osserverà la temperatura dell'aria indicata dal termometro ora menzionato durante tutto il tempo dell'esperienza. Così pure converrà tener conto della pressione atmosferica.

226. **Calcolo delle esperienze.** — Sia p l'aumento di peso osservato nell'apparecchio essiccante,

V_0 il volume a 0° dell'aspiratore,

k il coefficiente di dilatazione cubica della sostanza, di cui è costituito,

t la temperatura indicata dal termometro, che sta nell'aspiratore,
T la temperatura dell'aria aspirata,
f la tensione effettiva del vapore in quest'aria all'esterno,
F, F_1 le massime tensioni a T e t,
H la pressione barometrica media durante l'esperienza,
H_1 la pressione barometrica dopo l'esperienza.

Importa di calcolare quanta sia l'aria secca che è entrata nell'aspiratore ed ha deposto il peso p di vapore nei tubi.

Il volume dell'aria e del vapore contenuti dopo l'esperienza nell'aspiratore è

$$V_0 (1 + kt),$$

e considerando soltanto il volume dell'aria secca, ridotto a 0° e a 760 mill., si ha

$$V_0 (1 + kt) \frac{H_1 - F_1}{760} \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Portata quest'aria alla temperatura T dell'aria aspirata e alla pressione $H - f$, avrebbe il volume

$$V = V_0 (1 + kt) \frac{H_1 - F_1}{760} \frac{1}{1 + \alpha t} \frac{760}{H - f} (1 + \alpha T)$$

$$= V_0 (1 + kt) \frac{H_1 - F_1}{H - f} \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t}.$$

Il peso del vapore contenuto in questo volume d'aria, allorchè venne aspirata, era

$$V \delta \frac{f}{760} \frac{1}{1 + \alpha T} = p,$$

dove δ rappresenta il peso dell'unità di volume di vapore nelle condizioni normali, cioè se si esprime il volume in litri

$$\delta = \text{gr. } 0{,}804.$$

Sostituendo il valore di V, si ha

$$p = \delta V_0 (1 + kt) \frac{H_1 - F_1}{H - f} \frac{f}{760} \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Da questa equazione si può ricavare il valore di f e quindi lo stato

igrometrico dell'aria, cioè

$$x = \frac{f}{F},$$

togliendo il valore di F dalla tabella XXXI.

Metodo dell'igrometro a capello.

227. **Principio del metodo.** — Parecchie sostanze organiche soffrono alterazioni nel volume, nella forma, nella disposizione delle varie parti, allorchè varia lo stato igrometrico dell'aria nell'ambiente in cui esse son collocate. Prendendo l'una o l'altra di esse si può facilmente costruire degl'igroscopii: ma i capelli sono la sola fra quelle sostanze, che si potè usare finora nella costruzione di un igrometro.

Un capello convenientemente preparato si allunga quando aumenta lo stato igrometrico dell'aria, si accorcia nel caso inverso. Se esso venga disposto in modo che queste sue variazioni di lunghezza, convenientemente amplificate, possano venire osservate, eseguita che sia una opportuna graduazione dello strumento, potremo avere i valori dello stato igrometrico.

Siccome trattasi d'uno strumento che non è difficile debbasi in un laboratorio o costruire o rimettere a nuovo, così indicheremo anche le norme necessarie alla costruzione.

228. **Preparazione dei capelli.** — Il Saussure, che si occupò assai di questo igrometro, dà in proposito le seguenti istruzioni.

I capelli devono esser fini, pieghevoli, non crespi, venir tagliati dalla testa di persona viva e sana e poi digrassati. A tal uopo se ne forma un piccolo fascio di alcuni millimetri di grossezza, vi si cuce intorno un pezzo di tela, lo si pone in una soluzione di carbonato di soda cristallizzato (10^{gr} in un litro d'acqua), e si fa bollire per 30 minuti. Si toglie poi il fascio di capelli e lo si colloca in acqua pura, che si fa bollire per alcuni minuti. Sciolto il sacchetto di tela, si risciacquano i capelli in molt'acqua, si staccano gli uni dagli altri e si sospendono perchè si asciughino all'aria. Affinchè il risultato di questa operazione sia buono, bisogna che poscia i capelli trovinsi netti, pieghevoli, lucenti e ben staccati l'uno dall'altro.

Il Regnault trovò che per digrassare i capelli si può far a meno del carbonato di soda, e porli invece per 24 ore in un tubo pieno di etere.

229. **Costruzione e graduazione dello strumento.** — Il capello vien d'ordinario disposto verticalmente in un telaio rettan-

golare di ottone lungo la retta, che congiunge i due punti di mezzo dei lati minori. La sua estremità superiore è fermata al lato superiore del telaio, l'altra si avvolge intorno ad una rotella girevole in piano verticale, la quale porta un indice. Allorchè la rotella gira, l'indice scorre con la sua punta sopra un arco graduato. Ad un punto dell'orlo della rotella sospendesi un piccolo peso, che tende a farla girare in tal senso da mantenere sempre teso il capello. Questo peso, secondo il Saussure, non dovrebbe eccedere due decigrammi: in tal caso occorre che sia assai leggero e lavorato con cura il sistema della rotella e dell'indice.

E qui è bene notare che secondo il Regnault due igrometri costruiti con due capelli identici non sono fra essi comparabili, se son tesi da pesi disuguali.

L'arco potrà venir graduato in parti eguali di conveniente grandezza, prima che vi si applichi il capello: una tabella di riduzione darà il vero valore, che si deve assegnare alle singole divisioni. La tabella poi deve essere speciale ai singoli igrometri, perchè, come ha mostrato il Regnault, due di questi strumenti, benchè simili in tutto, non danno risultati concordanti. Solo gl'igrometri costruiti con capelli della stessa specie, digrassati nella medesima operazione, si scostano di poco l'uno dall'altro. Per ottenere la menzionata tabella converrà seguire l'uno o l'altro di questi due metodi: 1° confrontare le indicazioni dell'igrometro a capello con quelle d'un altro igrometro, che dia risultati esatti, per esempio con quelle dell'igrometro di Regnault o del metodo chimico; 2° osservare le indicazioni date dall'igrometro in ambienti, in cui l'aria contenga del vapore avente una tensione conosciuta.

Rispetto al primo metodo, abbiam poco da osservare. Basterà aver cura di porre i due strumenti nelle condizioni medesime e fare che l'uno non perturbi l'altro: questa ultima avvertenza è molto importante, perchè le stesse operazioni che si esigono per l'altro igrometro possono alterare facilmente le indicazioni dell'igrometro a capello.

Veniamo ora al secondo metodo. Furono usati successivamente varii processi per ottenere la graduazione di un igrometro a capello. Gay-Lussac, Dulong, Melloni e Regnault se ne occuparono. Per attenerci al metodo più facilmente attuabile, descriveremo il primo fra i due processi di Regnault.

Per poter operare secondo questo processo è d'uopo prepararsi o tutte o parte delle seguenti soluzioni d'acido solforico, nelle quali per un equivalente di acido ve ne sieno

4, 5, 6, 8, 10, 12, 18

di acqua distillata.

Regnault ha determinato le forze elastiche del vapor d'acqua dato

da queste soluzioni per temperature comprese fra 0 e 50° e col mezzo di una formola ha calcolato i valori relativi fra 5 e 35° di grado in grado. La tabella XXXIV è appunto dedotta dalla memoria di Regnault già citata.

Per preparare le soluzioni si prende dell'acido solforico concentrato del commercio, e lo si mescola con una certa quantità d'acqua in modo da avvicinarsi alle proporzioni

$$SO_3 + 4H_2O.$$

Come è noto, la mescolanza dei due liquidi devesi fare con lentezza e versando l'acido solforico nell'acqua, anzichè questa in quello. Siccome lo sviluppo di calore, che ne consegue, fa evaporare dell'acqua, bisogna determinare di poi la composizione della soluzione, quando essa sia raffreddata. Ciò si può fare in due modi: se si esige molta esattezza, con l'analisi chimica; se basta una discreta approssimazione, determinando il peso specifico e ricorrendo alla tabella IX.

Allorchè si proceda col metodo chimico, bisognerà riscaldare un peso conosciuto della mescolanza insieme con un eccesso di ossido di piombo, il cui peso siasi prima determinato. Calcinando poscia il risultato della reazione e osservando la perdita di peso, si ha la quantità d'acqua contenuta nella soluzione.

Mediante questa soluzione, si può poi, aggiungendo la debita quantità d'acqua, preparare le altre.

Quando ciò siasi fatto, prendasi un ampio vaso cilindrico di vetro con gli orli superiori bene spianati, e vi si collochi lo strumento sostenendolo in qualche modo a pochi centimetri di distanza dal fondo. Sul fondo stesso si disponga uno strato alto due o tre centimetri di acqua pura o di una delle soluzioni, e si otturi il vaso mediante un disco di vetro sovrapposto. Nel vaso collochisi pure un termometro, e si cerchi che l'apparecchio sia in tali condizioni, che la temperatura vi si mantenga prossimamente costante. Si potrà a tal uopo racchiuderlo in un recipiente di legno fornito di uno sportello, che s'aprirà soltanto quando si voglia osservare. Poniamo che dapprincipio siasi introdotto nel vaso uno strato di acqua pura. Allorchè dopo qualche tempo scorgasi l'indice immobile, se ne registrerà la posizione, osservando qual sia la divisione corrispondente: questa osservazione si riferisce alla massima umidità. Indi all'acqua si sostituirà la soluzione più debole, e successivamente le altre.

Potrebbe darsi che l'indice dalla prima all'ultima di queste osservazioni percorresse un tratto dell'arco o troppo piccolo, o troppo grande: nel primo caso bisogna diminuire il raggio della rotella, cioè approfondire alquanto il solco dell'orlo, nel secondo bisogna prendere una rotella di raggio maggiore. Il punto di massima sec-

chezza fu abbandonato dal Regnault, siccome troppo lontano dalle ordinarie indicazioni dell'igrometro. A raggiungerlo occorrono sempre parecchi giorni, e non è improbabile che il capello soffra in tale stato qualche alterazione.

Col mezzo delle osservazioni fatte con le varie soluzioni si ottengono dei punti prossimamente equidistanti sulla scala, e costruendo una curva, o per via d'interpolazione, si può determinare gli stati igrometrici corrispondenti alle divisioni intermedie.

Così la curva o la tabella speciale ad un dato igrometro servirà a dare in ogni caso lo stato igrometrico corrispondente ad una indicazione qualunque.

230. **Vantaggi e difetti dello strumento.** — L'igrometro a capello ha un vantaggio notevole sul metodo chimico ed anche sugli igrometri a condensazione, quello cioè di dare indicazioni continue; è poi di uso più facile che il psicrometro, perchè non esige calcolo alcuno. Per tali ragioni esso è uno strumento molto opportuno ogniqualvolta si esiga soltanto una indicazione approssimata dello stato igrometrico, ma non se ne può far uso in quei casi, in cui tale determinazione devesi fare con esattezza. Di fatto, anche quando con le cure indicate siasi fatta la graduazione, resta sempre incerto se questa valga anche a temperature notevolmente diverse da quella delle osservazioni. Di più non è difficile che, sia nel trasportar lo strumento, sia spontaneamente col tempo, il capello possa alterarsi: nè abbiamo alcun semplice mezzo per correggere le conseguenze di tali alterazioni.

Metodo degl'igrometri a condensazione.

231. **Principio del metodo.** — Se in un ambiente trovisi una superficie che vada continuamente raffreddandosi, giungerà un certo punto che il vapore contenuto nell'aria, la quale sta a contatto di quella superficie, si condenserà e formerà uno strato di rugiada.

La temperatura della superficie, allorchè la condensazione è avvenuta, sarà alquanto inferiore a quella che corrisponde alla massima tensione del vapore. Se poi si fa in modo che cessi il raffreddamento e che la superficie si avvicini di nuovo alla temperatura dell'ambiente, ad un dato istante scomparirà la rugiada. La temperatura della superficie sarà allora superiore d'alquanto a quella che corrisponde alla massima tensione del vapore. Se si ha modo di misurare quelle due temperature, e se ne vien presa la media, si avrà la temperatura, alla quale la tensione del vapore, che effettivamente esiste nell'aria, diventa quella di saturazione. Dalle tabelle si dedurrà la

tensione corrispondente a quella temperatura, e fatto il rapporto con la massima tensione corrispondente alla temperatura della stanza, si avrà lo stato igrometrico.

Gli igrometri del Daniell, del Belli e del Regnault sono tutti a condensazione. Noi ci occuperemo soltanto dei due ultimi, perchè il primo non può dare risultati abbastanza esatti.

232. **Igrometro di Regnault.** — Lo strumento consiste principalmente in un tubo di vetro (Fig. 18) dell'altezza di 7-8 centimetri disposto verticalmente, al cui orlo inferiore è applicato un tubo *d* di sottilissima lamina d'argento alto 4 a 5^{cm}, chiuso di sotto e levigato esternamente con cura. L'apertura superiore del tubo di vetro è chiusa mediante un turacciolo di sovero *c*, attraverso il quale passa il cannello di un sensibile termometro, come pure due cannelli di vetro aperti ai due capi. L'uno di questi deve scendere fin presso al fondo e dev'essere di assai piccola sezione: l'altro invece basta che attraversi il turacciolo. A questo va applicato un tubo di gomma elastica, il quale congiunge l'igrometro con un aspiratore eguale a quello descritto nel § 225. È bene tenere l'aspiratore a qualche distanza dall'igrometro per poterlo regolare senza accostarsi a quest'ultimo.

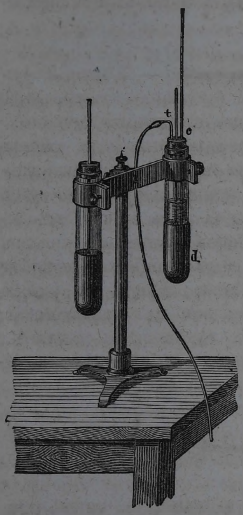

Fig. 18.

S'imagini che nell'igrometro siasi versato dell'etere in modo che il livello superiore resti al di sotto del tubo laterale.

Quando si fa operare l'aspiratore, l'aria esterna entra nell'igrometro, attraversando il cannello aperto e quindi l'intero strato dell'etere. Ne segue una rapida evaporazione, la quale dà origine a raffreddamento. La velocità di questo raffreddamento dipende dalla velocità di efflusso dell'acqua dell'aspiratore e dalla sezione del cannello, che guida l'aria fino al fondo del tubo. È bene che le cose vengano regolate per modo da rendere molto lento il raffreddamento; con ciò si ottiene più facilmente che il liquido abbia in tutte le sue parti temperatura uniforme e che la temperatura della parete d'argento sia eguale a quella indicata dal termometro.

Ordinariamente nell'igrometro di Regnault a fianco del tubo descritto ve n'ha un altro affatto simile. Vi si colloca un termometro, il quale deve dare la temperatura dell'ambiente; la superficie di ar-

gento, che in questo secondo tubo si mantiene sempre lucente, serve di confronto e fa sì che più facilmente si possa avvertire il momento in cui cominciasi a formare od è affatto scomparsa la rugiada.

Le osservazioni dei termometri e delle superficie d'argento si fanno mediante un cannocchiale collocato a qualche distanza. Quando scorgesi che sulla superficie esterna dell'argento comincia a deporsi un leggiero velo di rugiada, si legge immediatamente il termometro immerso nell'etere e si registra la temperatura t_1 osservata. Si lascia poi che continuino ancora alquanto la condensazione del vapore e il raffreddamento: poi si sospendono arrestando l'efflusso dell'acqua. Allora a poco a poco l'etere va riaccostandosi alla temperatura dell'ambiente. Osservando continuamente, si può cogliere il momento, in cui la rugiada scompare; si legge allora il termometro, e poniamo che si trovi una temperatura t_2. La cercata temperatura corrispondente alla massima tensione sarà compresa fra t_1 e t_2.

Per restringerla entro limiti più vicini tornasi a porre in attività l'aspiratore, e quando si è prossimi alla temperatura t_1, si diminuisce la velocità dell'efflusso dell'acqua, affinchè il raffreddamento si faccia più lento, e infine quando si è di pochissimo al di sopra di t_1, si cerca di mantenere costante la temperatura a quel punto, girando opportunamente la chiavetta dell'aspiratore. Ottenuta per alcuni istanti questa costanza di temperatura, si osserva se la rugiada comparisce sull'argento: nel caso contrario si fa una consimile osservazione a temperatura alquanto più bassa. Lo stesso si fa poi procedendo nel senso inverso, cioè partendo da temperature più basse e rintracciando il punto, in cui scompare la rugiada. Così, osservando con cura, si può ristringere entro limiti abbastanza vicini la temperatura cercata e poi prendere il medio fra i valori t_1 e t_2 così trovati.

L'uso dello strumento presenta sulle prime qualche difficoltà, ma con un po' di esercizio si giunge ad ottenere senza gran perdita di tempo due limiti, che distano soltanto di una piccola frazione di grado.

In certe condizioni, come ad esempio quando l'aria esterna è a temperatura elevata, si può adoperare alcool comune invece di etere; il che reca un considerevole risparmio, se si deve far uso frequente dello strumento.

233. **Esempio** *(dal giornale delle esperienze del Laboratorio di Fisica dell'Università di Padova).*

I^a Osservazione. Formazione della rugiada . . .	10°,90
II^a Osservazione. Scomparsa della rugiada . . .	11,00
Medio	10,95
Valore corretto per essere lo zero del termometro a + 0,60	10,35

Tensione massima alla temperatura di 10,35° (Tav. XXXI)

$$\frac{9,350+9,412}{2} = 9,381.$$

La temperatura della stanza era misurata da un termometro a scala arbitraria: la lettura fu di 276 divisioni. Essendo lo zero a 69,3 e corrispondendo 1° a 7,987 divisioni, la temperatura dell'aria esterna era 25,88. A questa temperatura corrisponde la tensione massima 24,813: di qui si ha lo stato igrometrico

$$x = \frac{9,381}{24,813} = 0,378.$$

234. **Igrometro di Belli** (*). — Questo strumento è principalmente costituito da una canna di ferro lunga 25 centimetri circa, chiusa da un capo, la quale vien disposta verticalmente e riempita di mercurio. La parte inferiore della canna deve stare immersa in un vaso di rame contenente o ghiaccio pesto od una mescolanza frigorifera. La sezione della canna di ferro è internamente circolare, esternamente esagona: la superficie esterna della canna è ridotta ben piana e in particolare tre faccie di essa sono perfettamente levigate. L'estremità inferiore della canna è nella sua superficie esterna solcata profondamente, affinchè venga così aumentata la superficie di contatto con la sostanza fredda, che sta nel vaso di rame. Quest'ultimo è rivestito tutto all'intorno e sotto il fondo da uno strato di sughero grosso un centimetro circa, e il tutto sta poi entro un vaso d'ottone, che è alcun poco più alto del vaso di rame. Un apposito sostegno a tre piedi serve di appoggio all'estremità inferiore della canna, che è tenuta poi in posizione verticale da una traversa metallica. Quando tutto il resto del vaso interno siasi empito della sostanza raffreddante, lo si copre mediante due mezzi dischi di sughero aventi un'opportuna incavatura per la canna, e poi si applica al vaso di ottone un coperchio pure di ottone, che lascia passare la canna attraverso un foro centrale. Un termometro a mercurio diviso in decimi di grado con un serbatoio sferico di piccole dimensioni deve servire ad indicare la temperatura del mercurio che sta entro la canna. Lo zero di questo termometro deve essere tanto distante dal bulbo, che senza sollevare il termometro si possa osservare la temperatura di uno strato di mercurio anche prossimo al fondo della canna, dove sia collocato il bulbo. Perchè si possa collocare e mantenere il bulbo del

(*) Belli, *Corso di Fisica*, T. II°, 523.

termometro a quale altezza si vuole entro la canna, il termometro è fornito di un'armatura, la quale è costituita da due regoli d'ottone, che essendo solcati verticalmente, si adattano a due spigoli opposti della canna, e abbracciando e stringendo quest'ultima, sostengono a qualunque altezza il termometro. I due regoli di ottone finiscono in punta, e le due punte corrispondono precisamente al centro del bulbo: ne viene che quando si è applicato il termometro alla canna, dall'altezza, a cui si trovano le due punte dei regoli, si conosce a quale altezza trovasi il bulbo nell'interno.

235. **Uso dello strumento.** — Poniamo che l'igrometro debba venir preparato per fare delle osservazioni. Converrà anzi tutto osservare se la canna sia ben levigata e netta; se non è, bisogna ridurla talc. In ogni caso è bene prima di sperimentare ripulir le faccie della canna con un pannolino.

Tolto il coperchio del vaso di ottone e i due mezzi dischi di sughero, si riempie con ghiaccio il vaso di rame o con mescolanza frigorifera, aggiungendo un po' d'acqua, affinchè la parte inferiore della canna più facilmente assuma la bassa temperatura della sostanza, che la circonda. Si ricopre poi il vaso di rame con i due mezzi dischi di sughero e quindi si applica il coperchio di ottone. Ciò fatto, si versa il mercurio entro la canna, vi si introduce il termometro e si colloca lo strumento nel luogo, in cui si vuole determinare lo stato igrometrico dell'aria. È bene che esso sia protetto da correnti d'aria, dai raggi del sole e da qualunque altra causa, che ne possa alterare le indicazioni. Essendo mantenuta la parte inferiore della canna a bassa temperatura entro il vaso, dopo un certo tempo la trasmissione del calore lungo la canna dall'alto al basso assume lo stato permanente: la temperatura dei singoli strati della canna e del mercurio andrà continuamente crescendo dal basso all'alto e per ciaschedun strato si manterrà costante, almeno finchè le temperature dell'ambiente e quella del vaso non variano. Allora avverrà che sopra la canna fino ad una certa altezza a cominciare dal basso si depositi un velo di rugiada: il limite superiore di questo strato di rugiada è d'ordinario orizzontale e così nettamente segnato, che non vi può essere l'incertezza d'un millimetro nell'assegnarne l'altezza. Allora si porta il termometro in tal posizione, che le punte dei regoli corrispondano al limite accennato, e dopo breve tempo si legge la temperatura indicata dal termometro. Questa temperatura si può ammettere che sia quella, alla quale il vapore, che esiste nell'ambiente, si troverebbe allo stato di saturazione. La solita tabella ci dà il valore della forza elastica corrispondente.

Se il limite dello strato di rugiada non apparisce orizzontale e preciso, si deve attribuir ciò all'imperfetta pulitura della canna, o alla

influenza di qualche causa esterna perturbatrice. Si avrà cura che ogni persona stia lontana dallo strumento, e, dovendo smovere il termometro, si difenderà dall'alito lo strumento con una lastra di vetro e sarà bene rivestir le mani di guanti.

236. **Pregi e difetti dello strumento.** — Come il Belli stesso osservò, questo strumento ha la particolarità vantaggiosa che, quando una indicazione non è buona, il limite dello strato di rugiada è irregolare e confuso: di che siamo avvertiti che l'osservazione deve essere ripetuta migliorandone le condizioni, cioè sopprimendo qualsiasi causa perturbatrice, togliendo via lo strato di rugiada, ripulendo la canna e attendendo una seconda condensazione di vapore. È un pregio notevole dello strumento anche questo, che in esso l'osservatore non ha a cogliere con prontezza il momento della formazione della rugiada e leggere quindi l'indicazione del termometro: qui basta portare il termometro nella debita posizione e leggerne dopo breve tempo l'indicazione. Sicchè l'uso di questo igrometro è molto più agevole che non quello dell'igrometro di Regnault. Nè qui occorre un'apposita esperienza per ogni singola determinazione di stato igrometrico; lo strumento, preparato che sia, siccome può contenere un chilogrammo di ghiaccio, può servire per una intera giornata. Ad ogni determinazione che si vuol fare, basta assestare il termometro e leggerne l'indicazione.

Se però continuiamo il paragone con l'igrometro di Regnault, troviamo certamente in quest'ultimo condizioni che maggiormente ci affidano dell'eguaglianza fra la temperatura della superficie metallica, dove deponesi la rugiada, e quella indicata dal termometro: di più si può anche osservare che occorrerebbe nell'igrometro del Belli misurare la temperatura di un sottilissimo strato orizzontale, mentre il bulbo del termometro abbraccia invece parecchi millimetri. Tuttavia siccome la canna di ferro si fa sottile quant'è più possibile, e siccome si può ammettere che in prossimità al limite della rugiada vada per breve tratto decrescendo la temperatura proporzionalmente all'altezza, la media temperatura del bulbo del termometro dovrà essere molto prossima alla temperatura, che ha l'esterna superficie all'altezza del limite della rugiada.

Più grave è il difetto inerente all'igrometro del Belli, difetto consistente in ciò, che il termometro indica una temperatura più alta di quella del bulbo, e ciò per due ragioni: per la pressione cioè che il mercurio esercita sulle pareti del bulbo e per essere la colonna del cannello, la quale è necessariamente assai lunga perchè lo zero del termometro è molto distante dal bulbo, ad una temperatura più alta di quella del bulbo. Per determinare la correzione relativa al primo errore, togliesi la canna dallo strumento, la si empie di mercurio,

si fa ch'essa assuma la temperatura dell'ambiente, poi s'introduce il termometro e si chiude la canna con un turacciolo che abbraccia il cannello del termometro. Fatta una osservazione di temperatura tenendo la canna verticale, la si dispone orizzontalmente e si fa una seconda osservazione; la differenza indicherà l'effetto della pressione di uno strato di mercurio di nota altezza e di qui potrà dedursi l'effetto in qualunque altro caso speciale.

Per togliere il secondo errore si prenderà a temperatura della colonna di mercurio la media aritmetica fra la temperatura osservata e quella dell'ambiente, operando del resto come si è detto al § 123.

Quest'ultima correzione non può a meno di lasciar qualche incertezza, specialmente allorquando la temperatura dell'ambiente sia piuttosto elevata.

Il modo di calcolare le osservazioni dell'igrometro di Belli è lo stesso già indicato per l'igrometro di Regnault; del resto esso potrà anche apparire dal seguente esempio.

237. **Esempio** *(dal giornale delle esperienze, ecc.)*. — Temperatura indicata dal termometro dello strumento 14,06
Correzione . . . . . — 0,70
Temperatura corretta 13,36
Tensione massima corrispondente 11,427.

La temperatura dell'ambiente era data da un termometro a scala arbitraria, il cui zero era a 147,5: un grado corrispondeva a 4,949 divisioni. La lettura fu 265.

Si trovò quindi la temperatura

$$\frac{265 - 147{,}5}{4{,}949} = 23°{,}74,$$

a cui corrisponde la tensione 21,842.

Lo stato igrometrico era quindi

$$x = \frac{11{,}427}{21{,}842} = 0{,}523.$$

Metodo del psicrometro.

238. **Principio del metodo.** — Dalla superficie di un liquido evapora una quantità tanto maggiore di questo, quanto è minore la tensione del vapore della sostanza medesima, che esiste nell'aria sovrastante. Se si ha un termometro, il cui bulbo sia rivestito di un sottile tessuto e lo si mantiene continuamente bagnato con acqua, la

evaporazione di questa avverrà tanto più intensamente, quanto sarà minore la tensione del vapor acqueo dell'aria: e siccome l'evaporazione produce raffreddamento, così dovrà esistere una certa relazione fra la tensione del vapore e la diminuzione di temperatura indicata dal termometro. La relazione è data da una formula, che è riferita più innanzi.

239. **Descrizione del psicrometro ed uso di esso.** — Lo strumento che si adopera per determinare lo stato igrometrico con questo metodo consiste in due termometri sostenuti da una traversa orizzontale, la quale è alla sua volta sostenuta da un'asta verticale. I due termometri devono esser stati studiati con diligenza per determinarne le correzioni, ed è bene che sieno di forma e di sensibilità eguali. L'uno di essi ha il bulbo rivestito di leggero tessuto, il quale deve costantemente esser mantenuto bagnato. Il serbatoio, che deve contener l'acqua necessaria, si può porre al dissotto di quel bulbo, e immergendo un'appendice del tessuto nell'acqua, si può far che questa continuamente s'innalzi per azione capillare. È meglio però prendere un tubo di vetro del diametro di 1-2 centimetri, chiuso da un capo e con un foro largo 2-3 millimetri all'altra estremità: si dispone questo tubo verticalmente col foro all'ingiù lungo l'asta verticale del psicrometro, e nel foro si introduce un fascio di fili od un pezzo di tessuto che conduca l'acqua al bulbo rivestito. Così di mano in mano che l'acqua passa a quel bulbo ed evapora, si introduce nel tubo una bolla d'aria, che va ad occupare lo spazio superiore, e l'efflusso dell'acqua avviene lento e continuo.

Quando si vuol fare una osservazione, sarà opportuno valersi di un cannocchiale situato ad una certa distanza: contemporaneamente si dovrà osservare l'altezza barometrica.

Nelle osservazioni ordinarie sarà bene riparare lo strumento dai raggi solari: le esperienze del Regnault mostrano tuttavia che quando si usino le opportune avvertenze nel calcolare i risultati, e si provveda lo strumento della quantità necessaria di acqua, si possono ottenere risultati abbastanza buoni anche se lo strumento è esposto ai raggi solari.

Le correnti d'aria hanno influenza notevole sulle indicazioni del psicrometro, specialmente allorchè la velocità di esse superi i 5 ai 6^m. Il Regnault suggerisce quindi di riparar lo strumento; ma se ciò si può fare nei casi ordinarii, non sarebbe opportuno negli osservatorii meteorologici. In tal caso il migliore espediente è quello suggerito dal prof. Cantoni, di far uso cioè per ogni osservazione di un piccolo ventilatore, il quale metta in moto l'aria prossima allo strumento e sempre con la medesima velocità affinchè le osservazioni sieno comparabili le une alle altre.

240. **Modo di calcolare le osservazioni.** — L'August nei suoi studii sopra il psicrometro (*), cercò di stabilire sopra considerazioni teoriche una formula, la quale rappresentasse la tensione del vapore acqueo esistente nell'aria in funzione del raffreddamento osservato e della pressione atmosferica. A base dei calcoli fu assunta l'ipotesi che intorno al serbatoio del termometro l'aria si saturi d'umidità, prenda la temperatura stessa del termometro e poi ceda il posto ad un secondo strato, che si comporti egualmente, e così via. È molto probabile che i fenomeni avvengano in modo diverso, e che sopra le indicazioni del termometro bagnato abbiano influenza le condizioni dell'ambiente, in cui trovasi lo strumento, specialmente in quanto riguarda la radiazione del calore. La formula risultante dal calcolo dell'August, come fu mostrato sperimentalmente dal Regnault, non corrisponde ai risultati dell'esperienza, ma però essa può dare buoni risultati, qualora se ne mantenga la forma e vi s'introduca una costante, che dovrà variare da uno strumento all'altro e anche per uno stesso strumento a seconda delle sue condizioni.

L'ignota tensione x del vapore esistente nell'atmosfera è data allora da

$$x = F_1 - A\,(t - t_1)\,H,$$

dove F_1 è la massima forza elastica del vapore acqueo alla temperatura t_1 del termometro bagnato, H la pressione atmosferica, t la temperatura del termometro asciutto, A la costante, di cui s'è fatto menzione. Il valore di A, quale viene dedotto con discreta approssimazione dal calcolo di August, sarebbe

$$0{,}000\,635.$$

Per determinarne il valore adatto alle condizioni speciali, in cui vien posto lo strumento, bisogna fare due osservazioni contemporanee, l'una con esso, l'altra col metodo chimico oppure con un buon igrometro a condensazione. È opportuno far questa determinazione quando l'aria trovasi piuttosto asciutta, perchè allora il fattore di A ha un valore più grande. Ogni volta che si cambia di luogo il psicrometro, o solo anche di posizione pur mantenendolo nell'ambiente medesimo, bisognerà determinare A novamente e sarà bene anche riscontrare se esso debba esser variato a seconda della stagione, cioè se il suo valore per le temperature fra 0 e 10° non debba esser diverso da quello spettante alle temperature superiori. Con queste cure si può, a detta del Regnault, determinare la tensione del vapore spin-

(*) August, *Pogg. Ann.*, V, 69.

gendo l'esattezza fino ad $\frac{1}{40}$ del vero valore, il che è quanto si può richiedere nelle osservazioni comuni.

241. **Esempio** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Con un igrometro del Belli si fece un'osservazione e si trovò essere 13°,12 la temperatura di condensazione. La tensione del vapore, secondo la Tav. XXXI, sarà quindi

$$11{,}235 + \frac{2}{10}\,0{,}073 = 11{,}250.$$

La temperatura del termometro asciutto era 22°,73, quella del bagnato 18°,23. La massima tensione a 18°,23 è 15,581; la differenza di temperatura $t - t_1$ era 4°,5, la pressione atmosferica corretta era 761 mill. Avremo l'equazione

$$11{,}250 = 15{,}58 - 4{,}5 \,.\, 761 \,.\, A,$$

donde

$$A = \frac{15{,}58 - 11{,}25}{4{,}5 \,.\, 761} = \frac{4{,}33}{3424{,}5} = 0{,}00126.$$

La determinazione fu fatta entro una stanza chiusa.

PARTE QUARTA

ACUSTICA

Determinazione del numero delle vibrazioni corrispondente ad un dato suono.

242. **Metodo del sonometro.** — Dicesi *sonometro* o *monocordo* uno strumento, che è principalmente costituito da una corda acustica tesa sopra una cassa di risonanza. Una scala disposta sulla cassa parallelamente alla corda serve a valutare la lunghezza delle porzioni di questa, che si fanno separatamente vibrare nelle singole esperienze.

La corda può venir tesa mediante un peso, oppure avvolgendone i capi intorno a chiavi infisse a vite sulla cassa. Nel primo caso, se è

P il peso, che tende la corda,

l la lunghezza,

s la sezione,

δ il peso specifico della sostanza di cui è costituita la corda,

g il valore della gravità,

il numero N delle vibrazioni doppie si può calcolare mediante la formula

$$N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{s\delta}}.$$

Se si vuol conoscere il numero delle vibrazioni di un dato corpo sonoro, movendo opportunamente uno scanno o variando la tensione, si pone la corda all'unisono con quel corpo; e il numero cercato si deduce dalla precedente equazione. Meglio vale però mettere la corda all'unisono con un corista, che dia una nota conosciuta e prossima a quella del corpo sonoro; indi far vibrare quest'ultimo, e variare

con lo scanno la lunghezza della corda, finchè si ottiene novamente l'unisono. Se N è il numero cercato, ed n il numero delle vibrazioni del corista, sarà

$$N : n = l : l',$$

indicando con l la primitiva lunghezza della corda del sonometro, e con l' quella da ultimo assegnatale. Per il sonometro si adoperano d'ordinario corde metalliche, che si preferiscono alle minugie, perchè non sono igrometriche.

La formula sopra riferita che dà il valore di N, vale soltanto per corde molto sottili e perfettamente pieghevoli: in caso diverso bisogna ricorrere a formule più complicate, in cui si tien conto della rigidità delle corde; ma non è opportuno il farne uso per lo scopo, di cui qui si tratta.

243. **Metodo della sirena.** — Il numero delle vibrazioni corrispondenti ad un dato suono viene agevolmente determinato mediante la sirena di Cagniard-Latour. Non ci faremo qui a descrivere questo strumento assai noto e comune, ma indicheremo soltanto il modo di adoperarlo.

La sirena viene applicata ad uno dei fori del mantice acustico. Se il corpo sonoro, di cui si cerca il numero delle vibrazioni, è una canna acustica, la si applica ad un altro foro del mantice stesso. Se si tratta invece d'altra specie di corpo sonoro, lo si collocherà a poca distanza e in tal posizione, che lo sperimentatore possa contemporaneamente udire il suono di esso e quello della sirena, e paragonarli con facilità.

Movendo un apposito bottone, e con esso tutto il congegno registratore dei giri, si può fare in modo, che una delle ruote componenti quel congegno imbocchi nelle spire della vite perpetua dell'asse oppure ne venga staccata. Quando la ruota è nella prima di queste due posizioni, essa si sposta di un dente per ogni giro dell'asse, e l'indice, che si move con la ruota stessa, percorre sopra la sua mostra una divisione ad ogni giro dell'asse. La ruota ha per lo più 100 denti, ma per generalità ammetteremo che ne abbia un numero qualunque n. Essa porta in un punto del suo orlo una laminetta sporgente, la quale fa girare di un dente una seconda ruota ad ogni giro della prima. L'indice della seconda ruota movesi di una divisione sulla sua mostra, quando la ruota stessa si sposta di un dente.

Se il disco della sirena ha, come spesso avviene, 16 fori, ad ogni giro dell'asse, e quindi ad ogni divisione di cui siasi spostato l'indice della prima ruota, corrispondono 16 intere vibrazioni e ad ogni divisione di cui siasi spostato l'altro indice corrisponde un numero $16n$ di vibrazioni.

Dapprincipio si lascia libera la vite perpetua, sicchè gl'indici stieno immobili, anche se l'asse gira: gli indici collocansi ambedue sulle divisioni segnate 0. Si comincia a mettere in moto il pedale del mantice, si pone in vibrazione il corpo sonoro e si colloca in vicinanza un orologio a secondi. A poco a poco la sirena va producendo un suono sempre più acuto. Allorchè si giudica che questo suono sia all'unisono con quello dato dal corpo sonoro, si regola il moto del pedale in modo, che la velocità del disco della sirena si mantenga costante e che quindi si mantenga pure costante l'altezza del suono prodotto. Quando si stima di aver raggiunto questa regolarità di movimento, si preme sul bottone poco fa menzionato, e si osserva, in quell'istante medesimo, il tempo.

Si continua per qualche minuto a far girare la sirena, cercando che l'altezza del suono si mantenga sempre invariata, e poi, osservato novamente il tempo, si ritira il bottone. Se il primo indice si è spostato di m divisioni e il secondo di m', il numero delle vibrazioni compiute nell'intervallo di tempo t occupato nell'esperienza, sarà dato da

$$m \,.\, 16 + m' \,.\, n \,.\, 16,$$

e il cercato numero N delle vibrazioni sarà

$$N = \frac{16\,(m + n\,m')}{t},$$

dove t dev'essere espresso in secondi.

La difficoltà maggiore nel determinare il numero delle vibrazioni con questo metodo sta nel regolare e mantenere costante la velocità del disco della sirena. Ad agevolare la cosa può servire il regolatore di Cavaillé-Coll. In generale sarà opportuno fare parecchie esperienze e prenderne il medio aritmetico.

La sirena inoltre presenta alle volte l'inconveniente, che nell'atto, in cui si spinge la ruota verso la vite perpetua, la velocità del disco si rallenta notevolmente: bisogna quindi cercare di riportarla in fretta al grado primitivo e dare all'esperienza una durata considerevole per scemare l'effetto di questa causa di errore.

244. **Metodo grafico.** — Per alcuni corpi sonori, come ad esempio per coristi ed aste vibranti, è opportuna l'applicazione del metodo grafico, vale a dire l'uso di un *vibrografo*.

All'estremità del corpo vibrante si applica una sottile asticciuola metallica, la quale si mova con esso. Si colloca un cilindro girevole in vicinanza al corpo sonoro, in modo che le generatrici rettilinee di quel cilindro sieno parallele al piano, in cui le vibrazioni dell'astic-

ciuola si compiono. Questo cilindro, nell'atto stesso che gira intorno al proprio asse, si sposta nel senso dell'asse medesimo, il che si ottiene facendo che su parte dell'asse sia incisa una vite e questa giri entro una madrevite fissa. Quando il cilindro gira, supposto che il corpo sonoro non vibri e la punta dell'asticciuola tocchi la superficie curva del cilindro, questa punta vi traccierà un'elica. E questa linea vi resterà segnata, se la detta superficie sia coperta con uno strato di nero fumo.

Quando invece la punta stia vibrando, essa segnerà non più una semplice elica, ma bensì, lungo questa curva, traccierà una linea sinuosa, e il numero delle vibrazioni compiute verrà chiaramente indicato dalle sinuosità della linea tracciata. Se il cilindro vien mosso da un sistema di orologeria con velocità costante, si può facilmente conoscere il numero dei secondi impiegati dal cilindro nel fare un intero giro; dividendo per questo numero quello delle vibrazioni tracciate sul cilindro, mentre esso ha compiuto un giro, si avrà il numero cercato.

Il Duhamel dispose verticalmente il cilindro: il Koenig invece orizzontalmente. Nel vibrografo costruito da quest'ultimo non v'ha apparecchio di orologeria per movere il cilindro: lo si fa girare a mano col mezzo di una manovella; e per tener conto del tempo, v'ha un congegno elettromagnetico, il quale traccia con una punta un segno sulla superficie del cilindro, ogniqualvolta una corrente, inviata a misurati intervalli, attraversa il filo di una calamita temporaria.

Il metodo grafico viene più comunemente adoperato allo scopo di confrontare i numeri delle vibrazioni di due corpi sonori, per esempio di due coristi, e, se l'uno è noto, dedurne l'altro. Si fa a tal uopo che le punte applicate ai due coristi traccino ambedue sul cilindro le vibrazioni da essi compiute. Se poi si contano le vibrazioni tracciate dall'una e dall'altra fra due rette generatrici qualunque del cilindro, il rapporto fra questi due numeri è eguale a quello che esiste fra i numeri delle vibrazioni dei due coristi. Qui dunque non occorre alcun sistema di orologeria, nè altro modo di tener conto del tempo: anzi si può far a meno anche del cilindro rotante e adoperare una semplice lamina di vetro coperta di nero fumo, che si fa scorrere con la mano innanzi alle punte in modo che esse la tocchino leggermente. Questo movimento deve avvenire in direzione perpendicolare al piano, in cui succedono le vibrazioni, e il rapporto fra i numeri delle vibrazioni dei due suoni sarà dato da quello esistente tra i numeri delle sinuosità segnate dalle due punte fra due rette perpendicolari alla direzione del movimento (*).

(*) Per ulteriori ragguagli intorno ai vibrografi vedi l'opera già citata del Pisko *Die neueren Apparate der Akustik*, Wien 1865, p. 55.

245. **Metodo dei battimenti** (*). — Questo metodo fu proposto da Scheibler ed ecco il modo di applicarlo.

S'imagini tesa sul sonometro una corda acustica, la quale siasi posta all'unisono col corpo sonoro, di cui si vuol determinare il numero delle vibrazioni. Si potrà sempre ottener ciò, prendendo una corda di opportune dimensioni e collocando uno scannello mobile all'opportuna distanza da uno dei capi.

Stabilito con precisione l'unisono e letta sulla scala la lunghezza l della corda vibrante, spostisi lo scanno mobile di tanto, che i due suoni dieno 4 battimenti al secondo. Se a tal uopo si è accorciata la porzione vibrante della corda di un tratto a, si avrà la proporzione

$$l : l - a = N + 4 : N,$$

da cui

$$N = \frac{4\,(l - a)}{a};$$

si può avere un riscontro allungando di poi la corda vibrante di un tratto b, in modo che novamente producansi 4 battimenti al secondo. Avremo allora la proporzione

$$l : l + b = N - 4 : N,$$

da cui

$$N = \frac{4\,(l + b)}{b} \quad (**).$$

Ricerca dell'intervallo esistente fra due note.

246. **Metodo ottico** (***). — L'esame dell'intervallo esistente fra le note date da due corpi sonori solidi può farsi col metodo ottico. Serve poi opportunamente il comparatore di Lissajous, perchè, facendo uso di questo strumento, si evita di applicare uno specchio al corpo sonoro che si studia; la qual cosa in alcuni casi non si può fare assolutamente, in ogni caso poi altera il modo di comportarsi del corpo.

Questo strumento è principalmente costituito da un microscopio, il cui obbiettivo è applicato ad una delle branche di un corista, mentre

---

(*) Röber, *Pogg. Ann.*, XXXII, 333 (1834).

(**) Vedasi nel § 256 l'indicazione d'un metodo indiretto di determinare il numero delle vibrazioni, applicabile in particolare ai coristi.

(***) Lissajous, *Ann. de ch. et de phys.* (3), LI, p. 147 (1857).

l'oculare è fisso. Il corista è disposto in modo che le sue vibrazioni avvengano in piano orizzontale.

Se il corpo sonoro trovisi al di sotto dell'obbiettivo, e se sovr'esso vi sia un punto brillante, che si scorga nettamente mediante il microscopio, anche l'imagine di quel punto seguirà le oscillazioni del corista. Ora si ammetta che il corpo sonoro compia le oscillazioni in direzione perpendicolare a quella, in cui le compie il corista. Avverrà una combinazione dei due movimenti, e a chi osserverà col microscopio, apparirà una delle curve studiate da Lissajous.

Quando il rapporto fra i numeri delle vibrazioni delle due note è semplice, la curva mantiene costantemente la sua forma primitiva.

A ciascun rapporto semplice corrispondono più curve di forma diversa, delle quali può presentarsi l'una o l'altra a seconda della differenza di fase.

Il rapporto cercato è dato in generale da quello dei numeri dei vertici che la curva presenta lungo due lati adiacenti del rettangolo, in cui si può supporla inscritta.

Se il rapporto semplice non è ben puro, si vede passare la curva successivamente per tutte le forme corrispondenti a quel rapporto, e ciò tanto più lentamente quanto più le due note son prossime al giusto intervallo. Se poi l'intervallo non è prossimo ad alcun rapporto semplice, allora la curva, che si osserva, varia rapidamente e appare il più delle volte complicatissima per la contemporanea presenza delle imagini prodotte sulla retina da più curve successive.

È chiaro che questo metodo può servire opportunamente ad accordare due corpi sonori, a determinare il numero delle vibrazioni, come pure a studiare le forme speciali delle vibrazioni dei varii corpi.

Lo strumento di Helmholtz (*) per osservare le vibrazioni differisce dal comparatore di Lissajous in ciò solo, che il microscopio ha direzione orizzontale anzichè verticale, e che il corista vi è messo in moto da una calamita temporaria congiunta ad un interruttore acustico.

Per ottenere un punto brillante sul corpo sonoro che si studia, per esempio sopra una corda, si può coprirne un tratto con nero fumo, poi levar questo in un punto e illuminar vivamente. L'Helmholtz annerisce invece un tratto della corda con inchiostro, lo sfrega con cera molle quand'è asciutto, vi sparge sopra un po' di farina, alcune particelle della quale vi si attaccano, indi illumina quella porzione di corda, sicchè una delle particelle di farina serva di punto obbiettivo.

(*) Helmholtz, *Die Lehre von den Tonempfindungen*, Braunschweig, 1865, II Ausg., p. 138.

Per non alterare in alcun modo le condizioni della corda si può adottare l'espediente suggerito dal Lissajous, illuminare cioè vivamente un punto opportuno con la linea focale di una piccola lente cilindrica, il cui asse geometrico sia parallelo alla direzione delle vibrazioni. Come sorgente luminosa può servire una lampada all'Argand con tubo opaco, nel quale siasi aperto un piccolo foro (*).

247. **Metodo di Koenig. — Uso delle capsule manometriche** (**). — Il Koenig con l'invenzione delle sue capsule manometriche porse un mezzo assai opportuno di esaminare l'intervallo esistente fra le note date da due canne e di verificarne la purezza.

Prima di parlare del modo di applicare questo metodo, diremo in generale qualche cosa intorno all'uso delle capsule manometriche.

È noto che una capsula manometrica consiste in una piccola cavità praticata in un disco di legno e chiusa mediante un diaframma sottilissimo di gomma elastica. Questa cavità comunica mediante un piccolo tubo con un beccuccio a gas, e mediante un altro col gasometro: il gas è dunque costretto ad attraversare quello spazio per arrivare al beccuccio. Quando si vuole applicare una capsula manometrica ad una canna, si aprono in questa, e precisamente nei punti dove si vuole studiare le variazioni di densità dell'aria, dei fori aventi il diametro dei diaframmi delle capsule; e si fa in modo, che questi diaframmi vengano a chiudere i fori stessi. In causa delle rarefazioni e condensazioni, che si producono nella canna, il diaframma si sposta ora in un senso, or nell'altro. Ne segue che, venendo il gas ad effluire dal beccuccio con forza or minore or maggiore, la fiamma rivela con accorciamenti ed allungamenti alternati le varie fasi del fenomeno.

Spesso avviene che più capsule manometriche vengano alimentate da un unico serbatoio di gas. Allora, se una di esse venga posta in comunicazione con un nodo di una canna acustica vibrante, si vede generalmente che anche le altre mettonsi in movimento. Se cioè il diaframma viene spinto verso l'interno della capsula, la pressione così esercitata sul gas non soltanto opera sulla fiamma e l'allunga, ma si trasmette attraverso il tubo, che conduce il gas, fino al serbatoio comune, e da questo alle altre capsule, le cui fiamme vengono pure allungate, benchè in grado minore. Quando la membrana mo-

---

(*) Vedi, rispetto alla composizione dei movimenti vibratorii, le belle esperienze del Villari (*Nuovo Cimento*, VII-VIII, 141), e gli studii del Righi (*Nuovo Cimento*, IX, 160).

(**) Koenig, *Pogg. Ann.*, CXLVI, 161 (1872). *Carl's, Repertorium*, IX, 11 (1873).

vesi in senso opposto, anche questo effetto avviene naturalmente in senso opposto.

Se l'artefice non vi abbia in qualche modo riparato, bisogna tener conto di questo fatto, e se si devono contemporaneamente studiare le indicazioni date da più capsule, bisogna anzitutto cercar di sopprimere questa mutua azione di esse. Tale scopo viene quasi interamente raggiunto congiungendo il serbatoio del gas con ciascuna capsula mediante lunghi e sottili tubi di gomma elastica; ma più opportuno è l'uso, adottato recentemente dal Koenig, di capsule ausiliarie, attraverso le quali è costretto a passare il gas prima ch'esso arrivi alle capsule manometriche. Esse sono simili a queste ultime, e consistono semplicemente in una cavità, che è divisa dall'aria esterna mediante una membrana sottile. Se ora l'impulso dato al gas in una capsula manometrica si trasmette al serbatoio e quindi ad un altro tubo e ad una capsula ausiliaria, la membrana di questa, avendo poca tensione, cede all'impulso e lo estingue, prima che esso giunga all'altra capsula manometrica.

Poniamo ora che le due canne, delle cui note fondamentali vuolsi indagare l'intervallo, sieno fornite ai loro nodi di una capsula manometrica. Ciascuna capsula sia congiunta con un beccuccio, e i due beccucci, posti l'un sotto l'altro, stieno innanzi ad uno specchio girevole. Un'apposita cassa serve a ricevere le due canne e mediante un grosso tubo l'aria dal mantice viene condotta alla cassa.

Se le due canne hanno l'intervallo di una ottava, la serie dei denti che scorgonsi nello specchio girante e son prodotti dalla canna che dà il suono più acuto, ne contiene un numero doppio di quella prodotta dall'altra canna. Per l'intervallo di quinta si avrebbe invece tre denti su due, per la quarta quattro su tre, ecc. La rapidità grandissima, con cui le fiamme si movono, fa che le imagini appariscano nello specchio assai nette. Tuttavia con questa disposizione dell'esperimento sarebbe difficile osservare le piccole differenze nella purezza dell'intervallo. Mentre è facile scorgere, ad esempio, se prossimamente due fiamme di una serie corrispondono ad una dell'altra, sarebbe impossibile riscontrare, se 200 dell'una corrispondono sempre a 101 dell'altra. Ma questa delicata osservazione si può eseguire senza difficoltà, purchè si faccia che ambedue le capsule manometriche comunichino con una medesima fiamma. Poniamo che ciò siasi fatto e che le due canne abbiano l'esatto intervallo di un'ottava. In questo caso la fiamma, direttamente osservata, assume tale aspetto, come se in essa se ne trovasse una più piccola immobile. Alla minima impurità dell'intervallo la fiamma minore ponesi in vibrazione, e si accorcia o si allunga alternamente entro la maggiore. Ognuna di queste oscillazioni, composta di un allungamento e di un accorciamento, corrisponde ad una doppia vibrazione di più, compiuta dall'aria nella

canna, che dà il suono più acuto, sopra il doppio del numero delle vibrazioni compiute in pari tempo dall'aria nell'altra canna.

Nel caso dell'intervallo di quinta scorgonsi tre vertici di fiamma disposti l'un sopra l'altro, per la quarta quattro, per la terza cinque. E sempre, se l'intervallo è puro, quei vertici appaiono immobili, oscillanti invece nel caso opposto. Il loro moto poi è tanto più rapido quanto più l'intervallo è discosto da un rapporto semplice.

Finchè si tratta dei semplici rapporti or nominati, non è difficile trovare a tentativi qual lunghezza convenga alla fiamma perchè i singoli vertici appaiano ben distinti e separati l'uno dall'altro da parti non luminose. La cosa poi riesce particolarmente agevole, se si tratta del rapporto di ottava. In generale è bene che la fiamma non sia molto lunga, e che i suoni prodotti dalle canne sieno molto intensi. Quando i rapporti sono alquanto complicati, è molto difficile il poterli valutare in tal modo.

L'attitudine delle fiamme manometriche a palesare le minime differenze nella purezza di un intervallo, fa sì ch'esse vengano applicate opportunamente a mettere d'accordo due canne. Il metodo può poi venire adoperato anche nel caso, in cui non si tratti di canne. Basta porre in vicinanza ai corpi sonori due risonatori, i quali corrispondano alle note rispettive, e congiungere i risonatori a due capsule manometriche, le quali mettano ad una medesima fiamma. Siccome il più comodo intervallo è quello dell'ottava, supposto che si voglia, ad esempio, porre all'unisono fra loro un certo numero di coristi, è bene prendere il corista campione, con cui tutti gli altri andranno confrontati, un'ottava più alto o più basso.

Analisi dei suoni.

248. **Dell'uso dei risonatori.** — È noto che il suono dato da uno strumento musicale è generalmente composto di più note semplici, e che appunto nella presenza di note superiori unite alla fondamentale, aventi varia intensità e varia altezza a seconda dei casi, consiste la diversità delle note d'eguale altezza date da strumenti diversi.

Per ottenere un suono semplice bisogna ricorrere a coristi, che vibrino in prossimità all'apertura di un tubo abbastanza largo. Questo tubo di risonanza deve avere tal lunghezza che la sua nota più bassa sia eguale alla nota fondamentale del corista. Siccome le note superiori del corista sono affatto diverse da quelle del tubo, solo la nota fondamentale di quello viene rinforzata e le note superiori dell'uno e dell'altro non riescono percettibili. Anche soffiando in bottiglie panciute si può aver note semplici, ma queste sono assai deboli ed è

facile stimarle più basse del vero. Ad analizzare i suoni dati dai varii strumenti servono molto opportunamente i risonatori di Helmholtz, i quali sono, come è noto, palle o cilindri cavi di ottone, di tale ampiezza da rinforzare per risonanza una data ed unica nota, se essa venga prodotta in vicinanza da qualche corpo sonoro.

Ciascun risonatore ha due fori, l'uno più ampio allo scopo che le vibrazioni sonore si trasmettano all'aria interna, l'altro di fronte e all'estremità di un corto tubo che va per lo più applicato all'orecchio.

I risonatori di Helmholtz vengono costruiti da Koenig con grandissima abilità. Ciascun d'essi porta inscritto il nome della nota che è atto a rinforzare e il numero che gli spetta nella serie, cui appartiene. Il Koenig da qualche tempo costruisce i risonatori per modo che un solo possa servire a più note, dando loro forma cilindrica e componendoli di due pezzi atti a scorrere l'uno entro l'altro. Sulla porzione, che deve addentrarsi nell'altra, sono tracciate le sezioni, con le quali deve coincidere l'orlo dell'altra porzione, perchè il risonatore rinforzi le singole note, il cui nome sta inscritto sopra quelle sezioni.

L'estremità del risonatore, che si applica all'orecchio, si riveste in modo, che esso chiuda il rimanente del foro dell'orecchio: l'altro orecchio si ottura con una specie di tappo formato di ceralacca o di guttaperca. Se il suono, che si cerca con un risonatore, è molto debole rispetto ai suoni che lo accompagnano, non è bene tenere continuamente il risonatore all'orecchio, meglio vale staccarnelo di tratto in tratto. Ad ogni applicazione del risonatore si dovrebbe udir novamente il suono cercato; se ciò non avviene, si può concludere che esso non esiste, o che è estremamente debole.

Anche i risonatori hanno i loro tuoni superiori speciali. Questi sono però molto più deboli del fondamentale e difficili ad eccitare, sicchè non è a temersi di scambiarli col suono fondamentale.

Quando l'analisi dei suoni si fa col mezzo delle capsule manometriche poste in comunicazione coi risonatori o, direttamente, col corpo sonoro, bisogna cercare che le vibrazioni si trasmettano fino alla membrana senza soffrire sensibile perdita d'intensità. Il Koenig ha costruito a questo scopo degli appositi apparecchi, che trovansi descritti in quasi tutti i recenti trattati di fisica.

Misura della lunghezza delle onde prodotte da un corpo sonoro.

249. **Metodo di Koenig.** — In vicinanza del corpo sonoro pongasi l'estremità aperta di un tubo, il quale a poca distanza dividesi

in due, che si riuniscono poi novamente in un solo. Al capo estremo di quest'ultimo vi ha una capsula manometrica, e la fiamma di questa capsula riflettesi in uno specchio rotante. Se le due diramazioni del tubo sono della stessa lunghezza, i due sistemi d'onde, che si sono trasmessi per esse, allorchè giungono al punto di riunione si trovano nella medesima fase e quindi aggiungono i propri effetti sulla membrana della capsula. Ne viene che la fiamma è soggetta a tali pulsazioni, quali essa soffrirebbe se direttamente le onde sonore per un unico tubo venissero condotte alla capsula, e nello specchio si osserva una serie di denti staccati gli uni dagli altri.

Poniamo ora che una delle due diramazioni sia più lunga dell'altra di quanto precisamente corrisponde alla metà della lunghezza di un'onda. Allora i due sistemi si troveranno al punto di riunione in una fase direttamente opposta, e l'effetto dell'uno sarà annullato da quello dell'altro. Perciò la fiamma non soffrirà sensibili pulsazioni, e, osservando nello specchio rotante, si vedrà una striscia luminosa continua, come quella che si osserva quando il corpo sonoro non è in vibrazione.

Per poter allungare una delle due diramazioni si fa che essa sia formata da due tratti di tubo rettilinei e paralleli, nei quali si possa inserire un tubo fatto a modo di *U*, che congiunga quei due tratti. Spingendo più o meno innanzi questo tubo, si può accorciare o allungare la diramazione, e una scala divisa tracciata lungo i tratti rettilinei dà modo di tener conto di questi mutamenti di lunghezza.

Se opportunamente collocando quel tubo ad *U*, si fa in modo che avvenga la perfetta compensazione degli effetti dei due sistemi d'onde, e si tien conto della posizione del tubo, e poi lo si sposta lentamente di tanto che i denti riapparsi nello specchio novamente spariscano, l'allungamento sofferto dalla diramazione rappresenterà la lunghezza d'onda.

Quando l'apparecchio lo consenta, sarà bene far sì che avvenga successivamente due o tre volte la detta compensazione, per ottenere nel totale allungamento della diramazione la somma di due o tre lunghezze d'onda, e, dividendo per il numero rispettivo, avere con maggiore esattezza la lunghezza cercata. L'apparecchio, detto d'interferenza, costruito per queste esperienze dal Koenig, è provveduto di chiavette per l'introduzione dei varii gas, affine di studiare l'influenza della natura di questi.

250. **Metodo di Mayer** (*). — Benchè questo metodo possa venire applicato ad altri corpi sonori, supponiamo, per facilitarne l'esposi-

(*) Mayer, *Pogg. Ann.*, CXLVIII, p. 278 (1873).

zione, che il suono, di cui si vuol determinare la lunghezza d'onda sia dato da una canna. Sia essa aperta e provveduta di una capsula manometrica al punto del nodo, e la fiammella relativa trovisi dinanzi ad uno specchio girevole. Prendasi poi un risonatore che dia la medesima nota della canna, e lo si congiunga mediante un tubo di gomma elastica a grosse pareti con una capsula manometrica posta accanto alla prima. Anche la fiammella di questa seconda capsula deve riflettersi nello specchio girevole e venirvi facilmente osservata. Quando si farà che la canna produca il suono, facendo girare lo specchio si vedrà che ambedue le fiamme daranno origine ad una serie di denti.

Facciasi in modo che ambedue le serie cadano alla medesima altezza, e per distinguerle l'una dall'altra si riduca una delle fiamme assai piccola rispetto all'altra.

Anzitutto si tiene il risonatore a tal distanza dalla canna che le due serie di denti si sovrappongano esattamente. Si tien conto della posizione allora occupata dal risonatore e poi lentamente lo si sposta di quanto occorre perchè le due serie di denti, dopo essersi staccate, novamente si sovrappongano. La distanza delle due posizioni equivarrà alla lunghezza di un'onda. Proseguendo a spostare il risonatore, si potrà così ottenere la lunghezza di due, tre o più onde e dividendo per il numero rispettivo si potrà determinare con maggior precisione la cercata lunghezza.

Il metodo stesso può servire a dare la configurazione dell'onda che è generata dal corpo sonoro, qualora ripetasi in più direzioni opportunamente scelte la operazione testè descritta.

Inoltre la lunghezza d'onda può venire determinata lasciando fermo il risonatore in una di quelle posizioni, per la quale le due serie di denti si sovrappongono, e allungando invece il tubo, che congiunge il risonatore alla capsula manometrica, il che si può fare assai facilmente mediante due tratti di tubo metallico inseriti l'uno nell'altro. Se si misura l'allungamento necessario a far sì, che i denti dati dalle due fiamme, dopo essersi separati, si riuniscano novamente, quell'allungamento corrisponderà alla lunghezza d'onda. Infine se si volesse misurare questa quantità non già nell'aria, ma bensì in un dato gas, basterebbe empire con questo il tubo del risonatore e il risonatore medesimo, e chiuder quest'ultimo con una sottilissima membrana: indi si opererebbe come si è indicato testè (*).

(*) Vedi più innanzi al § 256 la descrizione del metodo di Kundt, che può servire in più casi a misurar la lunghezza delle onde sonore.

Determinazione della velocità del suono nell'aria.

251. **Varii metodi.** — Non è qui il luogo di descrivere il metodo più diretto di misurare la velocità del suono, quello cioè in cui si determina il tempo impiegato dal suono a percorrere uno spazio di conosciuta lunghezza. Ci occuperemo invece del metodo dei suoni coincidenti, e dei metodi, in cui la velocità deducesi indirettamente dalla lunghezza d'onda e dal numero delle vibrazioni di un dato suono. Il primo metodo è esposto nel paragrafo successivo; gli altri sono fondati sulla relazione

$$v = \lambda N,$$

in cui v è la cercata velocità, λ la lunghezza di un'onda sonora, N il numero delle vibrazioni compiute in un secondo dal corpo sonoro. Qualora nell'uno o nell'altro dei modi precedentemente indicati si riesca a misurare le quantità λ ed N, deducesi da queste il valore di v. I metodi descritti nei §§ 253-256 servono anch'essi alla indiretta determinazione del valore di v. La relazione stessa sopra riferita può anche venire adoperata quando invece sia scopo della ricerca la determinazione indiretta di λ o di N: in tal caso verrà misurata l'una di queste quantità, e per dedurre il valore dell'altra si potrà in generale ammettere come noto il valore di v, in grazia dei molti lavori che sono stati eseguiti per determinarlo.

Rispetto al valore di v, importa ricordare che esso dipende, oltre che dalla temperatura, anche dalla umidità dell'aria. Se H è la pressione barometrica in millimetri, ridotta a 0°, ed f la tensione del vapore esistente nell'aria, prendendo per il valore di v nelle condizioni normali il medio di quelli ottenuti colle più esatte esperienze dirette, si ha

$$v = 332^{m},0 \sqrt{\frac{H\,(1 + 0{,}003\,67\,t)}{H - {}^{3}/_{8}\,f}}.$$

252. **Metodo dei suoni coincidenti** (*). — Suppongasi due congegni, i quali concordemente e ad eguali intervalli producano un suono che duri brevissimo tempo: se l'osservatore sta presso uno di essi, mentre l'altro viene allontanato, avverrà che ben presto non si

(*) Bosscha, *Pogg. Ann.*, XLII, 486 (1854).
Koenig, *Pogg. Ann.*, CXVIII, 610 (1863).

verificherà più la coincidenza dei due suoni. Continuando però ad aumentare la distanza, allorchè questa ha raggiunto un certo valore, l'osservatore torna a notare la coincidenza. Allora se l'intervallo fra due suoni successivi in ciascun strumento è t, e la distanza dei due strumenti è d, sarà

$$v = \frac{d}{t}.$$

Nel caso che t fosse eguale a un secondo, la distanza d rappresenterebbe direttamente la velocità del suono. L'intervallo però, e quindi anche la distanza, possono venir presi molto più piccoli, perchè l'orecchio, a differenza dell'occhio, ha facoltà di distinguere delle impressioni che si succedono a brevissimi intervalli, per esempio a 0,01 di secondo.

Per porre in pratica questo metodo ideato da Bosscha, il Koenig costruì un apposito apparecchio, il quale è costituito da un interruttore acustico e da due campanelli elettrici di forma speciale introdotti nel circuito di una pila. Se l'interruttore fa 10 vibrazioni al secondo, i campanelli danno in corrispondenza 10 colpi al secondo. Supposto che l'osservatore stia presso ad uno di essi, un'altra persona facendo uso di lunghi reofori, può portar l'altro a tale distanza, che la coincidenza, prima perduta, si verifichi novamente.

I campanelli sono costituiti da una elettrocalamita a ferro di cavallo disposta orizzontalmente, la cui àncora è tenuta da una molla ad una certa distanza. Quando la corrente passa, l'àncora viene attratta: immediatamente dopo, per l'azione della molla, l'àncora ricade e batte con un bottone sopra un disco metallico, il cui suono è rinforzato da una cassa di risonanza. È chiaro che la costruzione perfetta di questi campanelli è cosa difficile.

Le vibrazioni dell'interruttore devono essere isocrone e della voluta durata: per regolare quest'ultima serve un corsoio applicato al corista. Bisogna inoltre mantenere costante la corrente e riscontrare continuamente se v'ha uniformità di movimento. A tal uopo si applica il metodo di Lissajous, cioè si fa che un raggio luminoso, dopo essersi riflesso sopra uno specchietto applicato al corista dell'interruttore, cada su quello di un altro corista, che dia 40 vibrazioni al secondo, e le compia in direzione perpendicolare a quella dell'altro. La figura risultante deve mantenersi immobile durante tutto il corso delle esperienze.

253. **Misura indiretta della velocità del suono mediante le canne acustiche. — Principio del metodo.** — Se le vibrazioni dell'aria entro le canne acustiche avvenissero precisamente in modo conforme alla teoria, detta l la lunghezza di una canna chiusa,

il numero delle vibrazioni di un suono da essa prodotto dovrebbe essere

$$N = \frac{(2n-1)\,v}{4l},$$

dove n può farsi eguale ai successivi numeri naturali.

Nel caso di canna aperta invece dovrebbe essere

$$N = \frac{n\,v}{2l}.$$

I valori della velocità v, che venissero dedotti da queste formole misurando N ed l, risulterebbero troppo piccoli. In fatto v'han due cause di errore, le quali rendono necessaria una correzione alla lunghezza di una canna aperta; l'una di queste cause, e la più efficace, sussiste anche per le canne chiuse. Essa sta in ciò che la bocca della canna non abbraccia l'intero perimetro di questa e che presso alla bocca le vibrazioni non sono perfettamente longitudinali: l'altra causa d'errore devesi al fatto che la colonna vibrante sporge alquanto nelle canne aperte al di là della sezione estrema del tubo, nella quale secondo la teoria dovrebbero riflettersi le onde sonore. Bisogna quindi modificare come segue le relazioni riferite.

Se si tratta di canna chiusa, chiamando x la correzione da farsi alla lunghezza l, avremo in generale

$$N = \frac{(2n-1)\,v}{4\,(l+x)},$$

e per il suono fondamentale

$$N = \frac{v}{4\,(l+x)}.$$

Quando invece si tratti di canna aperta, si avrà in generale

$$N = \frac{n\,v}{2\,(l+x+y)},$$

e quindi per il suono fondamentale

$$N = \frac{v}{2\,(l+x+y)},$$

dove x ha lo stesso significato precedentemente indicato, ed y è la correzione dipendente dallo sporgere della colonna vibrante dall'apertura superiore della canna.

Se in qualche modo si ottengano i valori di N e di x, oppure di N e di $x + y$, si potrà dedurre col mezzo delle formole riferite il valore di v.

Questo metodo, imaginato dal Bernoulli, fu applicato dal Dulong e dal Wertheim. Diremo brevemente del modo di operare di questi due fisici.

254. **Modo di sperimentare di Dulong** (*). — Abbiasi una canna acustica, che sia chiusa superiormente mediante uno stantuffo mobile. Facciasi in modo ch'essa dia uno dei suoni superiori, per esempio il quarto. In tal caso è

$$N = \frac{7v}{4(l + x)}.$$

Si abbassi poi lo stantuffo fino a tanto, che, traendo dalla canna il terzo suono, questo coincida con quello prima ottenuto. La canna deve essere stata a tal uopo accorciata di un tratto eguale a

$$\frac{2}{7}(l + x).$$

Si avrà dunque una misura di $l + x$, e per conseguenza di x perchè l è la lunghezza della canna.

Abbassando ancora lo stantuffo finchè la canna dà per secondo suono quello stesso di prima, si ha una nuova misura della stessa quantità, e finalmente un'altra se ne può avere spostando ancora lo stantuffo finchè il suono fondamentale sia quello stesso già prima ottenuto dalla canna.

Il Dulong ottenne dei valori di v troppo piccoli anche con questo metodo, e lo giudicò non opportuno per misure assolute.

255. **Modo di sperimentare di Wertheim** (**).— Il Wertheim si servì di una canna metallica, la cui lunghezza si poteva mutare aggiungendovi a vite uno o più pezzi. All'estremità di uno qualunque di questi potevasi applicare, parimenti a vite, un coperchio, il quale serviva a chiuder la canna.

Poniamo che si adotti questo metodo e che, tenendo la canna aperta, le si abbia dato in una prima esperienza la lunghezza l_1. Il

---

(*) Dulong, *Ann. de Ch. et de Phys.* (2), XLI, 113. *Pogg. Ann.*, XVI, 438 (1829).

(**) Wertheim, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XXIII. *Pogg. Ann.*, LXXVII, 427, 544 (1849).

numero delle vibrazioni della nota fondamentale, che se ne può trarre, sia N_1: si avrà

$$N_1 = \frac{v}{2(l_1 + x + y)},$$

e si potrà misurare l'effettivo valore di N_1 nell'uno o nell'altro dei modi precedentemente indicati. Ciò fatto, si cangi la lunghezza della canna e la si faccia diventare l_2. Ammettendo che la correzione non muti al mutare della lunghezza della canna, avremo

$$N_2 = \frac{v}{2(l_2 + x + y)},$$

e quindi, se sien state determinate le quantità l_1, l_2, N_1, N_2, v sarà dato dall'equazione

$$v = \frac{2 N_1 N_2 (l_1 - l_2)}{N_2 - N_1}.$$

Il Wertheim sperimentò con questo metodo e dovette superare non poche difficoltà pratiche, specialmente per determinare quali sieno i suoni fondamentali spettanti alla canna, quand'essa assume lunghezze diverse. Il risultato finale di queste esperienze è assai concordante con quello delle determinazioni dirette, ma, come fu già osservato dall'Helmholtz (*) e da altri, i singoli risultati si scostano di parecchi metri dal medio, e l'ipotesi assunta, che le correzioni sieno indipendenti dalla lunghezza della canna, è contraddetta dalle esperienze stesse del Wertheim. Per tali ragioni non ci tratteniamo ad indicare le avvertenze necessarie alla pratica applicazione del metodo.

256. **Metodo di Kundt** (**). — Prendasi un tubo di vetro, che abbia il diametro di tre centimetri circa e lo si disponga orizzontalmente fermandone un capo con una morsa. Per l'altro capo s'introduca un turacciolo il quale essendo congiunto ad un'asticciuola, possa scorrere nell'interno a guisa di stantuffo: in tal modo si può variare alquanto la lunghezza interna del tubo.

Un'asta, oppure un secondo tubo di vetro, s'introduca per alcuni centimetri nel primo tubo e la si fermi al punto di mezzo mediante una morsa (***).

(*) Helmholtz, *Fortschritte der Physik*, IV, 1848, 111.

(**) Kundt, *Pogg. Ann.*, CXXVII, 497 (1866); CXXXV, 337 (1868).

(***) Il Kundt ha sempre fatto uso di un tubo di vetro, anzichè di un'asta massiccia, chiudendone l'estremità con sovero e ceralacca. Noi per facilità di linguaggio faremo uso del vocabolo *asta*.

Se l'interno del tubo sia stato ben ripulito e asciugato e vi sia stata sparsa della polvere di licopodio o della limatura di sughero, o della sabbia quarzosa, tostochè l'asta venga fatta vibrare in senso longitudinale sfregandola al solito modo, si vede la polvere disporsi entro il tubo secondo figure regolari e periodiche dovute alle vibrazioni dell'aria. Spostando a tentativi il turacciolo, è facile trovare una posizione, alla quale corrisponda la più facile e più perfetta formazione delle figure.

Se l'asta vibrante avesse sezione troppo piccola rispetto a quella del tubo, si applica all'estremità dell'asta un piccolo turacciolo di sovero o di gomma elastica.

La polvere si accumula nei punti corrispondenti ai nodi, e si può quindi, misurando la distanza di questi, dedurre la lunghezza delle onde. Se contemporaneamente si determina il numero delle vibrazioni, si ottiene la velocità del suono entro il tubo dalla relazione

$$v = 2lN,$$

dove l è la distanza fra due nodi contigui.

Il medio valore di questa distanza si può ottenere misurando l'intervallo esistente fra i due nodi estremi e dividendo poi per il numero degli intervalli. Il Kundt suggerisce di leggere sopra una scala parallela al tubo, o mediante un catetometro disposto orizzontalmente le posizioni A_0, A_1, A_2, ... A_n dei varii nodi: il valor più probabile della distanza di due nodi è dato da

$$\frac{n\,(A_n - A_0) + (n-2)\,(A_{n-1} - A_1) + \text{ecc.}}{\frac{n\,(n+1)\,(n+2)}{1\,.\,2\,.\,3}}.$$

Bisogna quindi sottrarre l'una dall'altra le letture egualmente distanti dagli estremi, moltiplicare ciascuna differenza per il numero degli intervalli frapposti, sommare i prodotti, e dividere per la somma dei quadrati dei numeri da 0 ad n, tutti pari o tutti dispari, a seconda che n è pari o dispari.

Nel valutare la media lunghezza della distanza di due nodi è bene omettere da una parte e dall'altra i due intervalli estremi, che spesso risultano molto diversi dagli altri.

Altra avvertenza importante è pur questa, che l'asta vibrante non comunichi al tubo le sue vibrazioni. Non si dovrà dunque congiungere fermamente l'uno all'altra, ma bensì cercar che esista fra essi un piccolo interstizio, o usare nella congiunzione dei pezzi di tubo di gomma elastica.

Le figure acustiche del Kundt si possono ottenere assai più sem-

plicemente nel modo imaginato dal De Eccher (*), ponendo cioè un corista innanzi al foro aperto del tubo di vetro a distanza piccola assai, ma tale però che vibrando la branca del corista non abbia a battere contro il tubo. È bene in tal caso che il diametro interno del tubo non ecceda di molto la larghezza della branca, e che l'apertura del tubo si trovi interamente affacciata alla detta branca, sicchè la estremità di questa stia di 1^{mm} circa al disopra del tubo stesso. In tali condizioni si ha il massimo effetto.

Il De Eccher si è poi giovato delle stesse figure per determinare il numero delle vibrazioni di un corista. A tal uopo si deve procurare che l'aria contenuta nel tubo sia ben secca, e spostando opportunamente il tappo mobile, fare in modo che le figure riescano regolari. Tenuto conto della temperatura dell'aria, la velocità del suono sarà data da

$$v = 332^{m},0\sqrt{1 + 0,003\,67\,t},$$

e il numero delle vibrazioni si avrà dalla relazione

$$N = \frac{v}{2l}.$$

La determinazione eseguita in tal modo può dare risultati molto esatti e riesce assai più facile di quello che coi metodi precedentemente descritti.

Misura indiretta della velocità del suono in gas diversi dall'aria.

257. **Applicazione dei metodi già descritti.** — Il metodo del Dulong, accennato al § 254 e da lui trovato non opportuno per misure assolute, può dare però buoni risultati per determinazioni relative, come risulta dalle esperienze stesse del Dulong. Dispose egli la canna acustica chiusa destinata alle esperienze in direzione orizzontale entro una grande cassa di legno rivestita internamente ed esternamente con piombo. La cassa venne riempita col gas, su cui si voleva sperimentare, dopo averlo bene essiccato. Dal gasometro, dov'esso si raccoglieva, il gas veniva condotto con un tubo all'imboccatura della canna. Affluendo sotto pressione costante esso produceva il suono, e appena questo incominciava, si apriva un foro in una parete della

(*) De Eccher, *Nuovo Cimento* (2), V, VI, 353.

cassa, affinchè sfuggisse per esso una quantità di gas eguale a quella che entrava. Il valor relativo della velocità nel gas rispetto a quella nell'aria si poteva allora ottenere immediatamente, misurando col mezzo d'una sirena il numero delle vibrazioni del suono fondamentale dato dalla canna nell'aria e nell'altro gas, mantenendo naturalmente invariata la lunghezza della canna nei due casi. Poichè deve essere nell'aria (§ 253)

$$v = 4\,(l + x)\,N,$$

e nell'altro gas

$$v' = 4\,(l + x)\,N',$$

sarà

$$\frac{v'}{v} = \frac{N'}{N}.$$

Può servire allo stesso scopo e con semplicità assai maggiore il metodo di Kundt.

S'imagini introdotto nel tubo di vetro il gas, su cui si vuole sperimentare: affine d'impedire ch'esso si diffonda nell'aria, si congiunga l'asta vibrante al tubo di vetro mediante un pezzo di tubo di gomma elastica. Supposto che, variando opportunamente la posizione del tappo mobile, siasi ottenuto che le figure prodotte da un dato suono riescano nette e regolari, indicando con l' la media distanza di due nodi contigui, si avrà

$$v' = 2\,l'N.$$

Se per lo stesso suono con l'aria si ottiene

$$v = 2\,lN,$$

si ricava

$$v' = v\,\frac{l'}{l}.$$

Però ad ottenere buoni risultati col metodo di Kundt in queste determinazioni relative, bisogna accertarsi che la temperatura del fluido aeriforme e l'altezza del suono eccitatore sieno identiche nelle due esperienze. A ciò serve assai opportunamente l'apparecchio doppio del Kundt, nel quale una medesima asta vibrante, dando il suo secondo suono, produce contemporaneamente coi suoi due capi le figure acustiche in due tubi applicati l'uno da una parte, l'altro dall'altra. Le estremità dell'asta si addentrano in due brevi tubi di vetro, che mediante altri tubi di congiunzione ricurvi mettono a quelli dove effettivamente si producono le figure. Questi due tubi, uno dei quali deve contenere il gas da studiarsi e l'altro aria secca, possono venir

disposti l'un presso l'altro, paralleli fra loro ed all'asta. Così è assicurata l'identità del suono eccitatore e della temperatura.

A determinare indirettamente la velocità del suono in gas diversi dall'aria possono anche servire, come è chiaro, i metodi di Koenig e di Mayer precedentemente descritti.

Misura indiretta della velocità del suono nei solidi e nei liquidi.

258. **Modo di operare nel caso di un corpo solido.** — Se un'asta della sostanza su cui si vuole sperimentare, sia fermata con una morsa ad un capo, e vi si eccitino delle vibrazioni longitudinali, il numero di queste vibrazioni è dato da

$$N = \frac{w}{2L},$$

indicando con w la velocità cercata, e con L la lunghezza dell'asta. Qualora si determini N, si potrà sempre dedurre il valore assoluto di w.

Le esperienze di Kundt possono servire anche a dare la velocità del suono lungo l'asta vibrante, e ciò mediante la relazione

$$w = v \frac{L}{l},$$

dove le lettere l e v hanno le stesse significazioni ad esse assegnate nel § 256.

259. **Metodo di Wertheim per i liquidi.** — Il metodo è quello stesso descritto al § 255. Per applicarlo ai liquidi si immerse la canna acustica nel liquido, che si voleva studiare. Queste esperienze riescono molto difficili perchè è necessario usare grandi precauzioni, affine di ottenere dalla canna in tali condizioni dei suoni ben puri e netti. L'imboccatura deve essere più stretta e meno lunga che non per l'aria; il labbro inferiore del foro laterale è bene che sia mobile perchè si possa trovarne a tentativi la posizione opportuna.

Nelle esperienze del Wertheim la canna veniva collocata verticalmente entro un vaso cilindrico di zinco, pieno del liquido da studiarsi, il quale vaso superiormente si allargava assai. Mediante una pompa si sollevava il liquido e lo si cacciava in un serbatoio contenente dell'aria compressa. Da questo il liquido passava all'imboccatura della canna e dava origine al suono.

PARTE QUINTA

OTTICA

Fotometria.

260. **Della fotometria in generale.** — È molto importante nella pratica il poter misurare l'intensità luminosa di una fiamma o d'altra sorgente di luce. Queste misure non possono essere che relative, nè possono venire eseguite con gran precisione, perchè la facoltà visiva e in generale le condizioni dell'occhio dell'osservatore hanno in esse gran parte.

Nell'uso di un fotometro occorre generalmente giudicare se due porzioni di una data superficie sieno illuminate in egual grado. Fra tutti i fotometri si dovrà stimar ottimo quello che consenta di fare questo giudizio in condizioni migliori, cioè renda manifeste differenze più piccole nel grado di illuminazione. Fra i molti fotometri, che vennero proposti, considereremo qui soltanto quelli di Rumford e di Bunsen. Questi due strumenti sono ambedue fondati sul principio, che quando due sorgenti luminose illuminano in egual grado una superficie, le intensità di esse sono in ragione diretta dei quadrati delle rispettive distanze.

261. **Fotometro di Rumford.** — Innanzi ad una superficie bianca verticale dispongasi un'asta pur verticale, e a qualche distanza da questa pongansi le due fiamme, che voglionsi comparare in modo che le ombre dell'asta prodotte dalle due fiamme cadano l'una presso l'altra. Sarà bene che le due fiamme sieno simmetricamente disposte rispetto al piano, che passa per l'asta ed è perpendicolare alla superficie. Ciascuna delle due ombre viene illuminata soltanto dalla fiamma, che non la produce. Se il grado di illuminazione delle due

ombre è diverso, bisognerà scostare quella delle due fiamme che produce l'ombra più viva, fino a che si giudica che le due ombre abbiano eguale intensità. Si misurerà di poi la distanza di ciascuna delle fiamme dalla superficie, e se queste distanze sono d, d_1, e rispettivamente I, I_1 le intensità luminose delle fiamme, sarà

$$\frac{I}{I_1} = \frac{d^2}{d^2_1},$$

donde si avrà il cercato valore della intensità luminosa di una fiamma rispetto a quella di un'altra assunta come unità.

262. **Fotometro di Bunsen.** — Un pezzo di carta ben teso in una cornice ha nel suo centro una macchia fatta con stearina, o con spermaceti sciolto nella benzina, o con altra sostanza grassa, ed è disposto verticalmente. Se dietro alla carta trovisi una fiamma, e un'altra la illumini dal dinanzi, ammesso che le due fiamme abbiano eguale intensità e sieno ad eguale distanza, la macchia appare più chiara del fondo. Smovendo però l'una o l'altra delle fiamme, si può ottenere che la macchia non sia più discernibile.

Suppongasi ora che il foglio di carta ben teso possa scorrere lungo un regolo diviso, ad una estremità del quale trovisi la fiamma, che serve di termine di confronto, mentre un'altra fiamma, la cui intensità può esser qualunque, ma dee mantenersi a lungo costante, trovasi dietro alla carta e unita con questa in sistema in modo da moversi sempre con essa e mantenersi alla stessa distanza.

Se l'osservatore si colloca dalla parte della prima fiamma e prende tal posizione che l'ultima delle due fiamme menzionate gli sia nascosta dal foglio di carta, egli può con opportuni spostamenti dare tal posizione alla carta, che la macchia non sia più discernibile. Si legge allora la distanza d della carta dalla fiamma *campione*, indi si sostituisce a quest'ultima la fiamma, di cui si vuol conoscere la intensità I_1. In generale converrà novamente spostare la carta, affinchè la macchia sparisca, e quando ciò sia avvenuto, è manifesto potersi asserire, che il grado di illuminazione della carta, prodotto dalla fiamma campione, dev'essere eguale a quello prodotto dalla fiamma d'ignota intensità. Sarà quindi

$$\frac{I}{I_1} = \frac{d^2}{d^2_1},$$

donde

$$I_1 = \frac{d^2_1}{d^2} I,$$

e, posto $I = 1$,

$$I_1 = \frac{d^2_1}{d^2}.$$

La Fig. 19 mostra la disposizione data allo strumento dal Bunsen: gg è il regolo diviso, c la fiamma campione, d quella d'ignota intensità. Un corsoio scorrevole lungo il regolo diviso porta una scatola cilindrica, una delle cui basi è affatto opaca, mentre sull'altra è teso un foglio di carta macchiato con sostanza grassa. Nel mezzo della scatola trovasi un piccolo beccuccio a gas, a cui il gas vien condotto mediante un tubo di gomma.

Per fare un'osservazione si spinge il corsoio verso la fiamma campione, finchè esso batte in un'apposita sporgenza del regolo. Allora se la carta sia volta alla fiamma campione, la distanza d fra questa e la carta è di 20 centimetri. Mediante la chiavetta del beccuccio si

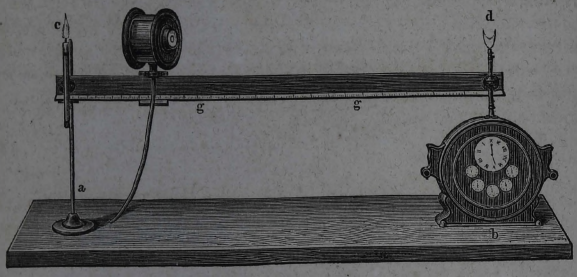

Fig. 19.

regola allora l'efflusso del gas in modo che la macchia cessi di essere visibile. Ciò fatto, si fa girare la scatola di 180°, cosicchè la carta sia rivolta all'altra fiamma d, e si spinge la carta a tal distanza d_1 da questa fiamma, che la macchia novamente sparisca. La scala è divisa a partire da destra, e i numeri ivi segnati danno direttamente l'intensità della fiamma d rispetto a quella della fiamma campione. Questi numeri sono calcolati mediante la relazione

$$I_1 = \frac{d^2_1}{d^2} = \frac{d^2_1}{400},$$

dove d_1 va espresso in centimetri.

Si preferisce talvolta impregnare di grasso la massima parte della carta, lasciandovi intatta soltanto una porzione centrale. In tal caso la carta si prepara così: si scioglie dello spermaceti nell'alcool e si impregna un pezzo di pannolano con quella sostanza, la quale è rappresa

all'ordinaria temperatura, ma si liquefa prontamente, se viene alquanto riscaldata. Si prende poi un foglio di carta da disegno di ottima qualità e non molto grossa, la si stende sopra una lastra di vetro alquanto riscaldata, si copre con un vetro da orologio la parte centrale, che deve restare opaca, e tutto il resto si strofina col pannolano impregnato di spermaceti. La carta così preparata dee venir tesa nella sua cornice fra due fogli di leggerissima carta da lettere, avendo cura che i tre fogli di carta sieno a mutuo contatto in tutta la loro estensione.

Il principio dell'apparecchio di Bunsen si può assai semplicemente applicare nel modo seguente. La carta con la macchia di grasso si collochi tra le due fiamme da confrontarsi e in tal posizione, che, guardando da una parte, la macchia più non si scorga. Se indichiamo con I e I_1 le intensità luminose delle due fiamme, con d e d_1 le distanze di esse dalla carta, con r e t due frazioni esprimenti le porzioni della luce incidente che vengono riflesse dalla parte macchiata o trasmesse, con r_1 e t_1 le quantità consimili per la parte intatta della carta, supposto che la macchia sia scomparsa per chi guarda dalla parte della fiamma I, sussisterà la relazione

$$\frac{I\,r}{d^2} + \frac{I_1\,t}{d_1^2} = \frac{I\,r_1}{d^2} + \frac{I_1\,t_1}{d_1^2}.$$

Si smova poi una delle fiamme, per esempio la I_1, fino ad una certa distanza d_2, tale che guardando la carta dalla parte della fiamma I_1, non si scorga la macchia. Sarà

$$\frac{I_1\,r}{d_2^2} + \frac{I\,t}{d^2} = \frac{I_1\,r_1}{d_2^2} + \frac{I\,t_1}{d^2}.$$

Da queste due equazioni ricavasi

$$\frac{I}{I_1} = \frac{d^2}{d_1\,d_2}.$$

263. **Dell'unità d'intensità luminosa.** — All'incertezza dei metodi fotometrici, proveniente dalla diversa facoltà visiva dei singoli osservatori, s'aggiunge la difficoltà di ottenere, in luoghi e condizioni diverse, delle fiamme d'intensità bene determinata, le quali servano a riferire le intensità luminose ad una comune unità.

Solevasi un tempo assumere comunemente a campione la fiamma d'una candela di cera di dato peso, ma questa sorgente di luce si presta peggio d'ogni altra a tale scopo, sia per la varia composizione delle cere, sia per la forma del lucignolo. Meglio assai si comportano le candele di stearina raffinata, di spermaceti o di paraffina. In In-

ghilterra si adottò appunto a campione una candela di spermaceti, la quale consumi grammi 7,80 all'ora, e se si fa uso di una candela di egual sostanza, ma che consumi una quantità un po' diversa, i risultati si riferiscono alla detta unità, ammettendo che, entro certi limiti, la intensità luminosa sia proporzionale al consumo.

Alcuni osservatori si riferiscono invece alla lunghezza della fiamma la quale dev'essere mill. 40,6 per una candela di spermaceti, che consuma grammi 7,80 all'ora. Nella Germania meridionale si usa come unità la fiamma di una candela di cera di tal peso, che 4 equivalgono ad una libbra bavarese (0chil.,56). Una di queste candele consuma grammi 10,08 all'ora.

La questione dell'unità di intensità luminosa fu studiata da Regnault e Dumas, quando vennero incaricati di proporre un apparecchio fotometrico per la città di Parigi. Essi adottarono come campione la fiamma di una lampada Carcel, della quale definirono con esattezza la forma e le dimensioni.

Sarebbe qui troppo lungo il riferire queste prescrizioni, nè sarebbe opportuno il dare la descrizione degli speciali apparecchi fotometrici proposti dai due fisici menzionati. Rimandiamo perciò alla memoria originale inserita nel vol. 65°, serie 3ª degli *Annales de Chimie et de Physique*.

Determinazione degl'indici di rifrazione.

Metodo dello spettrometro.

264. **Principio del metodo.** — Quando un raggio di luce passa dal vuoto ad un mezzo qualunque e soffre una rifrazione, il rapporto fra il seno dell'angolo d'incidenza e quello dell'angolo di rifrazione dicesi *indice di rifrazione assoluto*.

Qualora sien dati gl'indici di rifrazione assoluti n n' di due sostanze, l'indice di rifrazione relativo della seconda rispetto alla prima, cioè quello che si riferisce al passaggio della luce dalla prima alla seconda sostanza, è eguale al rapporto $\frac{n'}{n}$.

L'indice di rifrazione assoluto dell'aria nelle condizioni normali è 1,000 294, sicchè volendo passare dall'indice di rifrazione di un corpo rispetto all'aria a quello assoluto, basta moltiplicarlo per 1,000 294.

Le determinazioni sperimentali si fanno sempre per l'indice relativo rispetto all'aria. D'ora in poi con la lettera n indicheremo appunto questa quantità.

Considereremo anzi tutto il metodo dello spettrometro che può dare esattissimi risultati.

La sostanza, che si deve studiare, sia ridotta alla forma di prisma triangolare. Sopra una faccia del prisma cada un fascio luminoso, in modo che una data linea del suo spettro soffra la minima deviazione possibile.

Sia n l'indice di rifrazione per quella linea,

δ la deviazione sofferta dai raggi che si considerano,

A l'angolo rifrangente del prisma.

Sarà

$$n = \frac{\operatorname{sen} \frac{\delta + A}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A}{2}}.$$

Bisogna dunque misurare i due angoli δ ed A.

265. **Descrizione dello spettrometro.** — Lo strumento, che serve a misurare le quantità δ ed A, può costruirsi secondo modelli diversi. Prenderemo a base della descrizione lo spettrometro che viene costruito dal Meyerstein di Gottinga (*); che se anche nei casi pratici debbasi adoperare uno spettrometro alquanto diverso da questo, sarà facile l'adattarvi le norme che seguono, modificandole opportunamente. La Fig. 20 rappresenta lo spettrometro di Meyerstein. La colonna B del treppiedi porta tre grosse braccia orizzontali C, N, N'. Il braccio C sostiene un tubo SL, che porta in S una fessura e in L una lente, il cui foco trovasi nel piano della fessura: i raggi luminosi, che partono da quest'ultima, escono quindi dal tubo in direzione parallela. L'asse del tubo disponesi nella direzione dei raggi, sui quali si deve sperimentare: la vite r serve a collocare l'asse ottico parallelamente al piano del cerchio diviso dello strumento.

Il cerchio diviso T è girevole intorno ad un asse verticale mediante un pernio che si addentra nella colonna del treppiedi. Al cerchio stesso è applicato il sostegno sGm del cannocchiale FO. La vite m serve a disporre il cannocchiale parallelamente al cerchio diviso. Per dare all'asse ottico la direzione di un dato raggio del cerchio, secondo il quale esce dal prisma il raggio luminoso, che si deve osservare, si fa girare il cannocchiale insieme col cerchio T intorno all'asse dello strumento. La vite d serve a fissare il cerchio diviso congiungendolo al braccio N. Mediante la vite micrometrica M si possono dare in tal caso al cerchio, e quindi al cannocchiale, i piccoli movimenti necessarii. Inoltre dall'asta orizzontale, alla cui estremità trovasi la vite m, parte un'appendice verticale che sta fra le punte di due

(*) Meyerstein, *Pogg. Ann.*, XCVIII, p. 91 (1856).

viti c e c': movendo opportunamente l'una o l'altra di queste, si può far girare alquanto il cannocchiale intorno al suo sostegno verticale e dargli esattamente la direzione di un raggio del cerchio. A determinare la posizione del cannocchiale serve il nonio n insieme con l'altro diametralmente opposto sostenuto dal braccio N'.

Le cose sono disposte per modo che quando l'asse del cannocchiale trovasi sul prolungamento di quello del tubo SL, lo zero della divisione del cerchio T corrisponde allo zero di un nonio.

Oltre al cerchio diviso T, ve n'ha un altro minore K parallelo al primo e girevole anch'esso intorno all'asse verticale dello strumento.

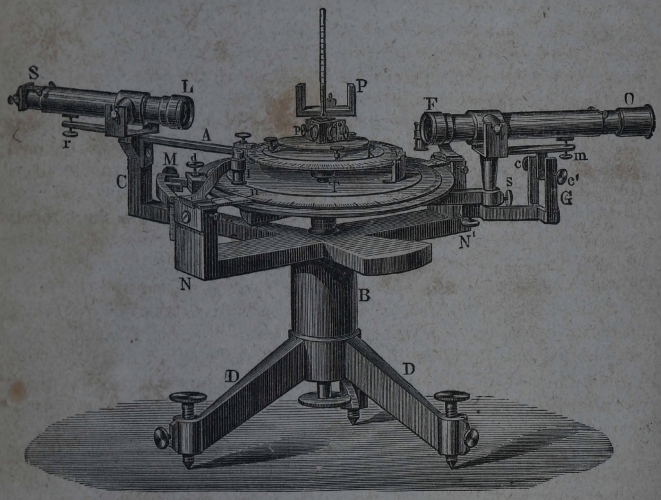

Fig. 20.

Questo cerchio è sorretto da un pernio, che è inserito entro quello del cerchio maggiore e può in esso girare. Una vite di fermata serve a congiungere il cerchio maggiore al minore affinchè, quando ciò convenga all'osservatore, si movano sempre congiunti. Questa vite non apparisce nella figura, perchè è nascosta dal prisma.

La posizione del cerchio minore K viene osservata col mezzo di un nonio v. Se si vuole che il cerchio K stia immobile, mentre l'altro si move, si allenta la vite ora menzionata e si stringe invece quella che trovasi all'estremo del braccio A.

Sopra il cerchio K trovasi un piccolo disco sostenuto da tre viti, le quali servono a disporre la superficie del disco esattamente parallela a quelle dei cerchi divisi: esso è destinato a sostenere il prisma.

266. **Modo di sperimentare.** — Anzi tutto il cannocchiale dee venire accomodato alla visione di oggetti lontanissimi: lo si applica poi allo strumento e si fa che lo zero del nonio coincida con lo zero del cerchio. In tal caso dovrebbe, come si è detto, trovarsi l'asse del cannocchiale sul prolungamento dell'asse del tubo SL. L'imagine della fessura dovrebbe quindi coincidere col filo del reticolo. Se ciò non avviene, mediante le viti cc' si corregge la direzione del cannocchiale, e ove ciò non basti ad ottenere la coincidenza, si sposta anche il sostegno del cannocchiale e si tien conto dello spostamento.

Potrebbe darsi che l'imagine della fessura non apparisse abbastanza netta: a ciò si rimedia variando alquanto mediante l'apposita vite la distanza della fessura S dalla lente L.

Si colloca poi il prisma sopra il dischetto di mezzo, e si fa che le faccie del prisma sieno perpendicolari al piano del cerchio diviso. A tal uopo si procede nel modo seguente. Il cannocchiale è provveduto d'uno speciale oculare, il quale ha nella sua canna un'apertura: a questa trovasi applicata una lamina di vetro inclinata a 45°. La luce ch'entra per quest'apertura perpendicolarmente all'asse del cannocchiale vien riflessa dalla lamina parallelamente a questo verso il reticolo e l'obbiettivo. Se ora questi raggi usciti dal cannocchiale si imbattono in una superficie prossimamente perpendicolare all'asse ottico di quello, dovranno venir riflessi e dare un'imagine del filo verticale del reticolo, che apparirà poco lontana dall'imagine diretta del filo stesso. Se la detta superficie riflettente sia esattamente perpendicolare all'asse ottico del cannocchiale, le due imagini coincideranno.

Ciò premesso, s'imagini che i cerchi divisi ed il disco sieno stati disposti orizzontalmente mediante una livelletta, poi che siasi disposto il prisma sul disco con una delle sue faccie presso a poco perpendicolare all'asse del cannocchiale. Osservando con questo e volgendo quanto occorre il dischetto, si fa che il filo verticale del reticolo coincida con la sua imagine riflessa. Supposto che il filo orizzontale non coincida contemporaneamente con la sua imagine riflessa, lo si ottiene a metà variando la posizione del cannocchiale mediante la vite m, a metà usando le tre viti del dischetto. Fatto ciò, si gira il cerchio K finchè un'altra faccia del prisma rifletta l'imagine del filo verticale in modo ch'essa coincida con l'imagine diretta, e nel modo testè indicato si ottiene la coincidenza medesima anche per il filo orizzontale. Si torna poi ad osservare sulla prima faccia, e così si prosegue finchè avendo ottenuta la perfetta coincidenza per una faccia, questa pure si osservi passando direttamente all'altra. Allora il prisma ha la posizione desiderata.

Per procedere alla misura della deviazione minima, ò si volge il cerchio K in modo che prossimamente il raggio incidente sul prisma formi con la faccia rispettiva un angolo eguale a quello formato dal

raggio emergente con l'altra faccia. Col mezzo del cannocchiale si osserverà una data linea dello spettro, e poi, girando il cerchio K, si farà in modo che il raggio corrispondente a questa linea soffra la minima deviazione. Ciò sarà facile ad ottenersi osservando col cannocchiale, finchè si fa girare il cerchio K, gli spostamenti di quel raggio. In fine si porterà il cannocchiale mediante la vite micrometrica in tal posizione, che l'imagine della detta linea dello spettro coincida col filo del reticolo. Il valore della minima deviazione δ deducesi poi dall'osservare quanta sia la distanza angolare fra la posizione iniziale del cannocchiale e l'ultima ad esso data.

Oltre alla deviazione δ, occorre conoscere anche l'angolo rifrangente A del prisma. Ciò si ottiene osservando di quanto occorra far girare il cerchio minore per far sì che, dopo aver stabilito la coincidenza della imagine del reticolo riflessa sopra una faccia del prisma col reticolo stesso, si ottenga la coincidenza della imagine riflessa sull'altra faccia. Il supplemento dell'angolo, di cui si è fatto girare il cerchio minore, è il cercato angolo rifrangente del prisma.

Con lo spettrometro descritto si può adoperare qualsiasi sorgente artificiale di luce ponendola immediatamente innanzi alla fessura. Si suole spesso adoperare a quest'uopo la luce della scintilla di un apparecchio d'induzione che attraversi un tubo di Geissler, in cui vi sia dell'idrogeno sotto la pressione di 5^{mm} circa. Questo spettro consiste in tre linee luminose, una delle quali coincide con la C di Fraunhofer, un'altra con la F, la terza è prossima alla I.

Come già si è detto, v'han notevoli differenze fra gli spettrometri destinati alla determinazione degl'indici di rifrazione. Assai frequentemente manca ad esempio il modo d'illuminare il reticolo e di giovarsi della sua imagine riflessa per fare le osservazioni. In tal caso tanto per dare al prisma la posizione opportuna, quanto per misurare l'angolo rifrangente, si osserva col cannocchiale l'imagine riflessa sulle faccie del prisma della fessura del tubo SL oppure di una linea verticale molto lontana, come, ad esempio, dello spigolo di una casa. Spesso negli spettrometri il disco del prisma ed il cannocchiale non sono mobili ambedue, ma l'uno soltanto di essi: in ogni caso il modo di operare non ha bisogno di spiegazione ulteriore.

267. **Altro modo di usar lo spettrometro.** — Lo stesso strumento può essere utilizzato per determinare l'indice di rifrazione di una sostanza secondo un metodo alquanto diverso. Si può cioè disporre il prisma e il cannocchiale in tal modo, che il raggio luminoso ne esca in direzione perpendicolare alla faccia del prisma. Questa posizione del prisma rispetto al cannocchiale sarà raggiunta quando la imagine del reticolo riflessa sulla faccia del prisma coinciderà con l'imagine diretta, e ciò si otterrà facilmente, se si possa illuminare il reticolo nel modo indicato nel paragrafo antecedente.

Se δ è l'angolo di deviazione ed A l'angolo rifrangente del prisma, sarà

$$n = \frac{\text{sen}\,(A + \delta)}{\text{sen}\,A}.$$

A questo metodo si preferisce generalmente come più comodo quello precedentemente descritto.

268. **Applicazione dello spettrometro ai liquidi.** — Affine di applicare ai liquidi il metodo dello spettrometro, questi vengono collocati entro prismi cavi di vetro. Questi prismi vengono costruiti secondo varii modelli. Spesso essi hanno una cavità cilindrica, il cui asse è perpendicolare al piano che comprende lo spigolo del prisma e dimezza l'angolo rifrangente. Questa cavità viene chiusa alle sue due estremità mediante due lamine, le quali devono esser ben piane e di faccie esattamente parallele, affinchè non deviino i raggi luminosi. La cavità va riempita del liquido che si studia, per mezzo di un foro aperto nella base superiore. Il foro medesimo è destinato durante le esperienze a ricevere un termometro, il quale serva ad indicare la temperatura del liquido.

Si può esaminare se le due faccie di una lamina sien parallele osservando in essa le due imagini riflesse di una piccola fiamma. Se queste imagini sono parallele e si conservano tali anche quando la lamina vien smossa o inclinata in vario senso, vuol dire che le due faccie son parallele in quel tratto dove la riflessione succede. La stessa verificazione si può anche eseguire osservando se di un oggetto lontanissimo, come ad esempio di una stella, che vi si rifletta, formisi più che una imagine ben distinta. Se ciò non avviene, si può ritenere che le due faccie sien parallele.

Se per avventura occorresse di cambiare le lamine di uno dei prismi descritti, si cerca una lastra di vetro sottile omogeneo e ben lavorato, si prova nel modo indicato se le lamine son parallele, e, se il risultato è soddisfacente, si taglia a metà col diamante la porzione sottoposta alla prova e si applicano le due parti al prisma, avendo cura per maggior sicurezza di porre l'orlo tagliato di una porzione verso il vertice del prisma e quello dell'altra verso la base, affinchè se le due faccie della lamina sono un po' concorrenti, le deviazioni prodotte dalle due porzioni di essa almeno in parte si elidano.

Ad onta di tutte queste precauzioni, le lamine producono quasi sempre una piccola deviazione. Per tenerne conto si guarda prima direttamente ad una mira, poi, interposto il prisma vuoto, e nella posizione del minimo di deviazione, si guarda novamente alla mira stessa. Bisogna allora spostare alquanto il cannocchiale, e tener conto di questo spostamento, per aggiungerlo poi a quello prodotto dal li-

quido, o sottrarlo da questo, a seconda che esso è di senso contrario o di egual senso.

Siccome le variazioni di temperatura alterano l'indice di rifrazione dei liquidi, bisogna cercar di operare ad una temperatura costante, della quale si dee tener conto. Devesi inoltre agitare vivamente il liquido prima di osservare, affinchè esso sia ben omogeneo, ed evitare di far uso dei raggi solari, che produrrebbero riscaldamento troppo intenso e non uniforme.

Metodo del microscopio.

269. **Modo di sperimentare sui corpi solidi.** — Abbiasi un microscopio, il cui obbiettivo abbia distanza focale piuttosto grande, e si osservi con esso un punto situato al di sotto della lamina trasparente, di cui si vuol determinare l'indice di rifrazione. Poi si tolga la lamina e si osservi novamente il punto. Per ottenere la visione distinta di esso senza smovere l'oculare, converrà avvicinare il microscopio al punto osservato spostandolo di un certo tratto d eguale alla distanza del punto stesso dalla imagine virtuale, che ne produceva la lamina. Prossimamente sarà

$$g = (g - d)\, n,$$

indicando con g la grossezza della lamina e con n al solito l'indice di rifrazione cercato. Se con uno sferometro si avrà prima misurato il valore di g, e se mediante una vite micrometrica si potrà tener conto dello spostamento del microscopio, il valore di n si avrà dalla equazione

$$n = \frac{g}{g - d}.$$

Questo metodo devesi al Moser.

Si può anche operare nel modo seguente, che fu già proposto dal duca di Chaulnes. Si osservi anzi tutto la superficie superiore della lamina in modo da distinguere i granelli di polvere che vi si trovano, indi si osservi un punto sottoposto. Lo spostamento del microscopio intero, che è necessario a tal uopo, è appunto $g - d$, e la formula precedente dà il valore di n.

270. **Modo di sperimentare sui corpi liquidi e molli** (*). — Facciasi uso di un microscopio, la cui lente obbiettiva abbia di-

(*) Brewster, *Treatise on new Philosophical Instruments. Edinb.* 1813, p. 240.

stanza focale piuttosto grande. Una vite micrometrica, come nel caso precedente, dia modo di spostare il microscopio nella direzione del proprio asse.

Alla lente obbiettiva si applica una lamina a faccie ben parallele. Si colloca un micrometro sul porta-oggetti e si dispone il microscopio in modo da vederne nettamente le divisioni. Poi si misura la distanza dell'obbiettivo dal micrometro portandolo con la vite a contatto di quest'ultimo. Indichiamo con d quella distanza. Ponesi di poi fra la laminetta e la lente una piccola quantità del liquido che si vuole studiare. In tal modo se ne ottiene una lente piano-concava che forma tutto un sistema con l'obbiettivo (*). Per veder nettamente il micrometro in tali condizioni bisogna allontanare il microscopio. La distanza del micrometro dall'obbiettivo diventi allora d'.

Se indichiamo con D la distanza dall'obbiettivo, alla quale in ambedue le osservazioni si forma l'imagine, con f la distanza focale della lente convessa, sarà nel primo caso

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f}.$$

E se f' è la distanza focale della lente concava ed F quella del sistema delle due lenti, sarà

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{D} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{F}.$$

Da queste equazioni si ricava

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{r},$$

dove n è il cercato indice, ed r il raggio di curvatura della lente concava e quindi dell'obbiettivo.

Da questa equazione si può avere il valore assoluto di n, ove si conosca quello di r, ma, siccome è difficile determinare questo con precisione, si preferisce cercare il valore relativo rispetto ad un liquido, di cui sia noto l'indice di rifrazione, ad esempio, rispetto all'acqua. Ripetendo l'esperienza con l'acqua si avrebbe

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d''} = \frac{n'-1}{r}.$$

(*) Facendo uso di un obbiettivo, che abbia un'opportuna armatura, si può anche collocare il liquido al di sopra della lente, nell'interno dello strumento.

Eliminando r fra queste due equazioni, si ottiene

$$n = 1 + \frac{d''}{d'} \frac{d' - d}{d'' - d} (n' - 1).$$

Si può anche, invece di misurar le distanze, misurare gl'ingrandimenti nei tre casi. Se questi sono rispettivamente

$$g,\ g',\ g'',$$

siccome

$$g\,d = g'\,d' = g''\,d'',$$

avremo

$$n = 1 + \frac{g - g'}{g - g''} (n' - 1).$$

Perchè questo metodo desse esatti risultati, bisognerebbe che l'occhio nelle diverse osservazioni fosse sempre accomodato egualmente: il Brewster suggerisce di usare un oculare con un filo teso, e di cercare che durante ogni osservazione si scorga una imagine netta di quel filo.

Questo metodo ha la particolarità vantaggiosa, che si può con esso determinare l'indice di rifrazione di una sostanza poco trasparente, purchè essa sia fluida o almeno tanto molle da poter assumere la forma della lente. La sottigliezza dello strato in vicinanza al vertice della lente supplisce al difetto di trasparenza. Questo metodo può venire pertanto applicato a parecchi corpi come cera, resina, ecc., i quali vengono considerati come opachi.

Inoltre il metodo esige l'uso di poca quantità di materia.

Metodo della riflessione totale.

271. **Descrizione del metodo.** — Poniamo che si abbia a determinare l'indice di rifrazione di un liquido. In una superficie piana si pratichi una piccola cavità, e la si empia interamente del liquido, su cui si vuole sperimentare. Poi si appoggi sopra questa superficie un prisma di vetro, il quale con parte di una delle sue faccie rifrangenti venga a contatto del liquido. Lo spigolo rifrangente del prisma sarà quindi appoggiato sulla superficie piana ora menzionata.

Abbiasi poi un'asta verticale, lungo la quale si possa far scorrere un cerchio diviso verticale, intorno al cui asse è girevole un cannocchiale.

La sostanza del prisma deve essere più rifrangente di quella del liquido: ciò avviene ordinariamente, quando il prisma è di flint, op-

pure di una specie di vetro che contenga molto ossido di piombo, o molto borato d'ossido di piombo.

Il cannocchiale si trovi dalla parte dello spigolo rifrangente. Dalla parte opposta si fa cadere sul prisma della luce piuttosto intensa, per esempio la luce che proviene da una nube illuminata dal sole, da una parete bianca, ecc. Tenendo abbastanza alto il cannocchiale si guardi alla goccia. Sarà facile distinguere se i raggi, che penetrano nel cannocchiale sieno quelli, che inviati dalla nube o dalla parete bianca vengono riflessi totalmente dalla superficie liquida. Si deve cominciare a guardare col cannocchiale situato a tale altezza che alcun di quei raggi non penetri in esso. Allora la goccia apparirà oscura, ma lentamente abbassando il cannocchiale si giunge a vedere lucida e brillante la goccia in grazia di quei raggi riflessi. Fermato il cannocchiale in quel punto, si osserva sul cerchio verticale l'angolo formato dall'asse ottico del medesimo con l'orizzonte, il quale angolo del resto, anche senza l'aiuto del cerchio diviso, potrebbe venir misurato indirettamente senza difficoltà.

Sia α questo angolo,

β quello formato dal raggio uscito dal prisma con la perpendicolare alla faccia,

λ l'angolo limite, per il quale comincia ad aversi la riflessione totale,

n' l'indice di rifrazione del liquido,

n quello del vetro del prisma,

A l'angolo del prisma, il cui spigolo è appoggiato alla superficie piana, dalla parte del cannocchiale.

Sarà

$$\beta = 90° - (A + \alpha),$$

$$n' = n \operatorname{sen} \lambda,$$

$$\operatorname{sen} \beta = n \operatorname{sen} (\lambda - A),$$

dalle quali relazioni deducesi il valore di n'

$$n' = \cos A \cos (A + \alpha) + \operatorname{sen} A \sqrt{n^2 - \cos^2 (A + \alpha)}.$$

Nel caso, in cui il prisma sia rettangolo, cioè sia

$$A = 90°,$$

la equazione diventa

$$n' = \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 \alpha}.$$

Questo metodo ha, come il precedente, il vantaggio di esigere po-

chissima quantità di materia e di adattarsi anche a sostanze poco trasparenti od opache.

272. **Modo di dedurre l'indice di rifrazione per un raggio qualunque emanato da una sorgente luminosa dagli indici osservati per altri due raggi diversamente rifrangibili.** — La teoria della rifrazione della luce condusse il Cauchy a stabilire una formola approssimata, la quale rappresenta la relazione esistente fra l'indice n di rifrazione spettante ad un dato raggio e la lunghezza d'onda λ del raggio medesimo.

La formola è la seguente

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

dove A e B sono due costanti che solamente dipendono dalla natura dei mezzi, fra i quali avviene la rifrazione, e quindi nel nostro caso solamente dalla natura della sostanza costituente il prisma.

Se si sien fatte per una data sostanza due determinazioni dell'indice di rifrazione per due raggi, le cui lunghezze d'onda sieno rispettivamente λ_1 e λ_2, avremo

$$n_1 = A + \frac{B}{\lambda^2_1},$$

$$n_2 = A + \frac{B}{\lambda^2_2},$$

dove è bene che λ_1 e λ_2 differiscano notevolmente l'uno dall'altro, cioè che le righe corrispondenti si trovino a molta distanza nello spettro.

Le due equazioni precedenti danno

$$A = \frac{n_1 \lambda^2_1 - n_2 \lambda^2_2}{\lambda^2_1 - \lambda^2_2},$$

$$B = \frac{(n_2 - n_1)\, \lambda^2_1 \lambda^2_2}{\lambda^2_1 - \lambda^2_2}.$$

Questi due valori delle costanti servono a calcolare, con la formula generale surriferita, il valore di n per qualunque raggio, la cui lunghezza d'onda sia data.

Il Christoffel dedusse dai calcoli di Cauchy la formula

$$n^2 = \frac{n^2_0 \lambda}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \lambda^2_0}},$$

che è più approssimata della precedente. In essa n_0 e λ_0 sono due

costanti, le quali, come A e B, dipendono solamente dalla natura dei mezzi, fra i quali avviene la rifrazione. Poniamo che anche qui mediante due osservazioni per due raggi, le cui lunghezze d'onda sieno λ_1 e λ_2, si sien trovati i valori n_1 ed n_2. Le dette costanti si ricaveranno dalle equazioni

$$n^2_0 = 2 n^2_1 n^2_2 \frac{n^2_2 \lambda^2_1 - n^2_1 \lambda^2_2}{n^4_2 \lambda^2_1 - n^4_1 \lambda^2_2},$$

$$\lambda^2_0 = 2 \lambda^2_1 \lambda^2_2 \frac{n^2_2 - n^2_1}{n^4_2 \lambda^2_1 - n^4_1 \lambda^2_2} n^2_0.$$

Analisi spettrale.

273. **Descrizione dello spettroscopio.** — L'analisi spettrale costituisce nelle sue varie applicazioni una parte tanto importante della fisica da esigere per sè sola uno speciale trattato. Noi ci dovremo qui limitare alla descrizione di uno dei più semplici spettroscopii e alla esposizione delle norme generalmente applicabili a queste ricerche.

La Fig. 21 rappresenta lo spettroscopio che fu adoperato da Kirch-

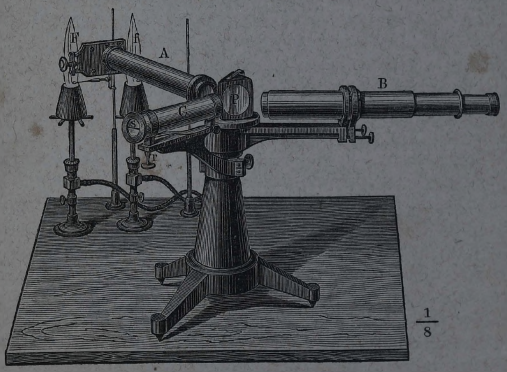

Fig. 21.

hoff e Bunsen nell'esame degli spettri di molte sostanze elementari (*). Un treppiedi di ghisa porta una piastra orizzontale, su cui

(*) Kirchhoff e Bunsen, *Pogg. Ann.*, T. CXIII, p. 337 (1861).

va collocato il prisma di flint, che ha un angolo rifrangente di 60°. Il prisma si può levare dallo strumento, ma la sua posizione è bene determinata da opportuni rialzi esistenti nella piastra, ed è tenuto a suo luogo da una molla, che preme con forza sulla sua faccia superiore.

A è un tubo di ottone saldamente congiunto al treppiedi. Esso porta alla sua estremità più lontana dal prisma una sottile fessura verticale, attraverso la quale deve passare il fascio luminoso incidente: all'altra estremità è applicata una lente convergente, nel cui piano focale principale trovasi la fessura. Il prisma ed il tubo *A* hanno posizione tale, l'uno rispetto all'altro, che il raggio incidente soffra il minimo di deviazione. La colonna del treppiedi sorregge oltre al tubo *A* anche due braccia, che posson girare intorno alla colonna medesima e venir fissate mediante opportune viti. Un braccio porta il cannocchiale *B*, che ha un ingrandimento eguale ad 8 all'incirca, l'altro porta il tubo *C*. Quest'ultimo termina dalla parte volta al prisma con una lente, dall'altra con un disco piano di vetro *S*, su cui è tracciata fotograficamente una scala. Le divisioni di questa equivalgono ad $\frac{1}{15}$ di millimetro circa.

Ogni altra parte del disco *S*, eccettuata la scala, è resa opaca. Una fiamma posta innanzi ad *S* serve ad illuminare la scala. La lente posta all'estremo del tubo riduce paralleli i raggi provenienti dalla scala e fa che si riflettano sulla faccia del prisma *P*, dond'esce la luce decomposta. Il tubo *C* deve avere tal posizione, che i raggi usciti dalla lente, dopo essersi riflessi sulla detta faccia del prisma, entrino nel cannocchiale e lo percorrano. Al disco *S* se ne applica un altro di sottilissima carta, il quale modera la luce della lampada e rende più regolare la illuminazione della scala. Guardando nel cannocchiale l'osservatore vedrà contemporaneamente le righe dello spettro e le divisioni della scala e potrà servirsi di queste per stabilir la posizione di quelle righe.

La fessura porta sempre un apposito congegno principalmente costituito da una vite micrometrica e destinato a variar la larghezza della fessura medesima.

Allo scopo di comparare due spettri l'uno con l'altro, si fa in modo che sia libera soltanto una metà della fessura, per esempio la superiore: innanzi all'inferiore è applicato un piccolo prisma, il quale riceve sopra una delle sue faccie i raggi che provengono da una sorgente di luce posta di fianco e per via di riflessione totale li manda entro il tubo. Un piccolo diaframma difende da questa luce laterale il resto della fessura. L'altra sorgente di luce invia invece direttamente i suoi raggi attraverso la fessura, essendo situata sul prolungamento dell'asse del tubo.

Con questa disposizione i due spettri appaiono all'osservatore l'uno immediatamente al di sopra dell'altro, e il confronto si può istituire con facilità.

274. **Modo di disporre lo strumento per le osservazioni.** — Bisogna pulire anzi tutto le varie lenti dell'apparecchio ed il prisma mediante pelle di camoscio: poi, allargata la fessura, farvi passare ripetutamente un pennello di crine affine di toglier via i piccoli granelli di polvere, i quali basterebbero a produrre nello spettro delle linee orizzontali, che nuocerebbero alle osservazioni.

Togliesi il cannocchiale e lo si accomoda alla visione di lontanissimi oggetti, poi lo si ripone a suo luogo. Togliesi il prisma dallo strumento, e si fa girare il cannocchiale intorno all'asse del treppiedi, finchè il suo asse coincida con quello del tubo A, e si sposta la fessura dalla lente del tubo stesso, finchè l'imagine della fessura osservata col cannocchiale risulta assai netta.

Poi si ripone il prisma a suo luogo applicandovi la molla, che lo tien fermo. Se ora si dirige l'asse del tubo A verso una superficie luminosa o fortemente illuminata e poi si fa girare il cannocchiale fino alla posizione opportuna, si vedrà uno spettro prodotto dalla luce della detta superficie, il quale occuperà la parte inferiore del campo del cannocchiale. Mediante alcuni tentativi si darà al tubo C la direzione opportuna e si collocherà in opportuna posizione la fiamma, che deve illuminare la scala. Affinchè l'imagine di questa abbia la necessaria nettezza e intensità bisogna spostare il disco portante la scala in un senso o nell'altro nella direzione dell'asse del tubo C: facendolo poi girare alquanto intorno a quest'asse medesimo, si riduce una delle linee, su cui stanno le estremità delle divisioni, parallela ad una delle basi dello spettro, e mediante la vite r si ottiene poi la coincidenza. Quando lo strumento è bene assestato, tanto lo spettro quanto la imagine della scala devono apparire immobili, anche se si sposta l'occhio innanzi all'oculare.

Le sorgenti di luce, che si adoperano, sono il più delle volte costituite da fiamme di beccucci di Bunsen, nelle quali s'introducono dei fili di platino bagnati con una soluzione della sostanza che si vuole studiare. Per collocare opportunamente queste sorgenti luminose rispetto alla fessura, si possono seguire due metodi. Uno di essi è appoggiato sull'uso delle linee luminose, che son date dal cono interno della fiamma a gas non luminosa e che sono state studiate accuratamente da Swan. Ponendo la fiamma F di fronte alla fessura ad una distanza di 8 a 10 centimetri è facile darle tal posizione, che quelle linee sieno visibili. Si sposta allora lentamente e lateralmente la fiamma, finchè quelle linee sieno sparite affatto; allora si trova innanzi alla fessura l'orlo della fiamma, in cui va collocato il filo di platino con la sostanza da studiarsi.

Il secondo metodo è questo. Si dia al cannocchiale *B* tal posizione che la parte più luminosa dello spettro di una candela si trovi all'incirca nel mezzo del campo: portisi poi la candela innanzi all'oculare nella direzione dell'asse, e si cerchi con l'occhio innanzi alla fessura la posizione in cui si vede maggiormente illuminata la parte superiore della fessura. S'interponga poi la fiamma *F* fra la fessura e l'occhio, in modo che stia sulla visuale precisamente quella parte della fiamma, dalla quale, dopo introdottovi il platino, parte la massima luce.

Similmente si assegna il debito luogo alla fiamma *f* guardando attraverso il piccolo prisma verso la metà inferiore della fessura.

275. **Norme generali relative alle osservazioni.** — Il modo di preparazione delle sostanze, di cui si vuole esaminare lo spettro, varia con la natura e con lo stato di queste sostanze. Se si tratta di acque minerali o d'acque madri, converrà concentrare tanto più questi liquidi, quanto in essi saranno meno abbondanti le sostanze, di cui si vuole indagar la presenza. Quanto ai minerali, è bene attaccarli con acido cloridrico e sperimentare sui cloruri che ne risultano. Questi si possono anche adoperare allo stato solido, collocandone dei pezzetti sui fili di platino, che s'introducono nella fiamma a gas. Questi fili di platino son lunghi d'ordinario da 5 a 6 centimetri e son saldati a tubi di vetro che posson venire infilati in asticciuole orizzontali metalliche sorrette da appositi piedestalli. Bisogna aver sempre pronti parecchi di questi fili e tenerli ben netti giovandosi a tal uopo di acido cloridrico e di acqua distillata e portandoli dopo all'incandescenza sulla punta di una comune fiamma a gas, o della fiamma del cannello ferruminatorio.

Anche la canna del beccuccio dovrà essere accuratamente pulita giacchè basta che vi si trovi aderente una particella di una qualche sostanza, perchè la fiamma dia per sè stessa uno spettro. Prima di introdurre nell'orlo della fiamma la sostanza, si esaminerà sempre se quell'orlo dia qualche riga luminosa.

Quando s'introduce la sostanza nella fiamma, si avrà cura che la parte solida della sostanza, supposto ch'essa si trovi in tale stato, sia abbastanza bassa per non inviare alcun raggio attraverso la fessura, poichè, facendosi incandescente, essa potrebbe dare uno spettro continuo che turberebbe la visione delle righe luminose. È opportuno cominciare le osservazioni con fessura ristretta per distinguere le une dalle altre le righe molto vicine: poi ampliando a poco a poco la fessura, si farà ricerca delle linee più deboli.

La grandezza della fiamma dovrà adattarsi alla varia attitudine delle sostanze, che si studiano, a passare allo stato di vapore. Quando, scorso un po' di tempo dal principio delle osservazioni, si vedesse

affievolirsi lo spettro, si bagnerà la sostanza con un po' d'acido cloridrico.

Durante le osservazioni bisogna aver cura di difendersi, per quanto si può, dall'influenza di estranee radiazioni luminose. Si porrà a tal uopo un disco di grossa carta nera dietro la fiamma, si coprirà il prisma con una scatola avente tre soli fori per i tre tubi e si osserverà nel cannocchiale, coprendo il capo con un tessuto di color nero.

Per istudiare lo spettro con esattezza bisogna indicare con precisione la posizione delle linee che si riscontrano in esso, riferendosi a punti bene determinati. La scala applicata allo strumento non potrebbe, senza qualche speciale avvertenza, servire allo scopo, perchè naturalmente le indicazioni delle posizioni rispettive delle varie linee risulterebbero diverse da strumento a strumento. Per fare in modo che le osservazioni eseguite mediante diversi strumenti, sieno fra esse comparabili, si può procedere secondo il metodo seguente proposto dal Bunsen (*).

Producasi anzi tutto nello spettroscopio la riga del sodio *Na* e si faccia coincidere con essa la divisione 50 della scala: poi facendo uso delle rispettive sostanze, si producano le righe

$$Ka\alpha \quad Li\alpha \quad Tl \quad Sr\delta \quad Rb\alpha \quad Ka\beta$$

e si registrino le posizioni di esse sopra la scala. Di fronte ai numeri così ottenuti, compreso quello del sodio, si scriveranno ordinatamente i seguenti

17,5 32,0 50,0 77,7 105,0 137 153.

Dal confronto di queste due serie di numeri si potrà calcolare per interpolazione a quale numero della scala di Bunsen corrisponda un numero qualunque della scala dello strumento, e quindi in tal modo si potrà determinare con precisione la posizione di una riga qualunque di uno spettro. L'interpolazione si può anche ottenere costruendo una curva, per la quale le ascisse corrispondano alla scala dello strumento e le ordinate a quella del Bunsen (**).

(*) Bunsen, *Pogg. Ann.*, CXIX, 10 (1863).

(**) Per ulteriori particolari intorno all'analisi spettrale e per i disegni dello spettro solare e d'altri spettri rimandiamo alle opere seguenti:

Roscoe, *Die Spectralanalyse*, Braunschweig, 1870.

Schellen, *Die Spectralanalyse in ihrer Anwendung etc.*, Braunschweig, 1872.

Specchi.

276. **Misura del raggio di curvatura e della distanza focale di uno specchio concavo.** — È noto che il fuoco principale di uno specchio concavo trovasi prossimamente a una distanza dal centro o vertice dello specchio eguale a metà del raggio di curvatura. Se dunque si determina o la distanza focale o il raggio di curvatura, dall'una di queste lunghezze deducesi immediatamente l'altra.

Indicheremo ora i varii metodi, che possono venire adoperati.

1° Esposto lo specchio ai raggi solari, si può dall'andamento dei raggi riflessi, che il pulviscolo natante nell'aria rende palese, desumere la posizione del fuoco principale e misurarne la distanza dallo specchio. Se non si riesce in tal modo, con un piccolo disco di carta applicato ad un'asticciuola si rintraccia la posizione del fuoco, cercando il punto dove il cerchio molto illuminato formato dai raggi riflessi ha la sua minima grandezza.

2° Si può far uso dello sferometro in modo affatto simile a quello indicato al § 47, e determinare così il raggio di curvatura.

3° Si porti la fiamma di una candela innanzi lo specchio a tale distanza che l'imagine della fiamma raccolta sopra un disco di carta sia eguale in grandezza alla fiamma medesima e cada nello stesso piano di questa. Perchè si possa stabilire agevolmente il confronto sarà bene che l'imagine si faccia cadere assai prossima alla fiamma. Per questo processo si può adoperare con vantaggio una lampada all'Argand, che abbia un tubo o caminetto opaco. Se in questo caminetto è tracciata mediante sottili fessure una figura, per esempio, una croce, all'altezza stessa della fiamma, e questa vien posta sull'asse dello specchio, si potrà smovendo la lampada far in modo che l'imagine delle fessure cada presso alle fessure stesse e ch'essa riesca ben netta e di eguale grandezza. Allora l'oggetto e l'imagine stanno nel piano del centro di curvatura.

Il processo medesimo si può anche applicare così. Aprasi un foro nell'imposta d'una camera oscura, sulla quale cadano i raggi solari, vi si applichi un foglio di carta bianca, e vi si tenda sopra un sottil filo di seta. Accogliendo poi sullo specchio la luce proveniente dal foro, si sposti lo specchio stesso, finchè l'imagine riflessa del filo si formi vicina a questo e sia ben netta e precisa. Allora la distanza del filo dalla faccia riflettente è eguale al raggio di curvatura cercato.

4° Le fiamme di due candele pongansi di fronte ad uno specchio l'una da una parte, l'altra dall'altra dell'asse in posizioni simmetriche

a distanza non grande dallo specchio, ma tale che si formino due imagini rovescie delle fiamme medesime. Queste imagini saranno anche situate rispetto all'asse in posizioni opposte a quelle delle fiamme rispettive, cioè la fiamma di sinistra avrà la sua imagine a destra e viceversa.

Si ponga poi a distanza maggiore di quella delle fiamme e in direzione perpendicolare all'asse un'asta divisa, e collocandosi dietro a quest'asta e traguardando attraverso la parte inferiore di una delle fiamme verso l'imagine rispettiva si determini il punto dell'asta divisa che trovasi in linea retta con la fiamma e con la sua imagine. Lo stesso si faccia dall'altra parte.

Sia ora

D la distanza delle due fiamme,

D' la distanza dei due punti dell'asta divisa determinati nel modo indicato,

a la distanza, misurata sull'asse, del piano in cui stanno le fiamme, dal punto di mezzo dello specchio,

b la distanza dell'asta divisa dal piano delle fiamme,

r il raggio di curvatura dello specchio.

Sarà

$$\frac{a-r}{a+b-r} = \frac{D}{D'},$$

da cui

$$r = a - b\,\frac{D}{D'-D}.$$

5° Da un punto, che disti dallo specchio di qualche metro, si volga ad esso nella direzione dell'asse un cannocchiale, e dai lati di questo e all'altezza medesima dispongansi simmetricamente due piccole fiamme. In cambio di queste si potrebbe anche far uso di due asticciuole, le quali si disegnassero in un campo fortemente illuminato.

Immediatamente innanzi allo specchio si applichi una scala divisa, le cui divisioni sieno minute, per esempio millimetri. Mediante il cannocchiale si osservi quante divisioni appaiono comprese fra le imagini delle due fiamme.

Se con L s'indica la distanza, dallo specchio, della retta congiungente le due fiamme, con l quella della retta congiungente le due imagini rispettive, con r il raggio di curvatura cercato, dalla solita formula dei fuochi coniugati si ha

$$l = \frac{rL}{2L-r}.$$

Sia d la grandezza effettiva della mutua distanza delle due imagini,

D quella delle due fiamme; è

$$d = \frac{r-l}{L-r} = \frac{r}{2L-r} D,$$

e la distanza d vedesi proiettata sulla scala nella grandezza

$$d' = d \frac{L}{L-l}.$$

Sostituendo i valori di l e di d antecedentemente trovati, si ottiene

$$d' = D \frac{r}{2L-2r},$$

e quindi

$$r = \frac{2L\,d'}{D+2d'}.$$

277. **Misura del raggio di curvatura d'uno specchio convesso.** — Si può usare a questo effetto i seguenti metodi:

1° Si copra lo specchio con carta in modo che restino soltanto scoperti dei punti situati simmetricamente rispetto al punto di mezzo. Esponendo di poi lo specchio ai raggi solari, questi si rifletteranno nei punti scoperti, e sopra la superficie di un foglio di carta opportunamente collocato sulla direzione di questi raggi riflessi, si potrà avere una imagine della figura determinata da quei punti. S'imagini ora che su quella superficie siasi precedentemente tracciata la figura medesima, ma in doppie dimensioni, e che si cerchi a tentativi la posizione della carta, per la quale la figura disegnata coincide con quella formata dai raggi riflessi. La distanza focale cercata eguaglia prossimamente la distanza di quella posizione dallo specchio.

2° Lo sferometro può dare generalmente una esatta misura del raggio di curvatura (§ 47).

3° Il processo indicato nel paragrafo precedente sotto il numero 4 può applicarsi anche a questo caso.

Il valore del raggio di curvatura è dato da

$$r = b \frac{D}{D'-D} - a.$$

4° Similmente può venire applicato il processo 5° del paragrafo precedente, senonchè in tal caso il valore di r è dato da

$$r = \frac{2L\,d'}{D-2d'}.$$

Lenti.

278. **Misura del raggio di curvatura della superficie di una lente.** — Il più delle volte la lente ha tali dimensioni, che non è possibile far uso dello sferometro. Allora si può adottar l'uno o l'altro dei metodi 3°, 4° e 5° del § 276, modificando per i due ultimi le formole come è indicato nel paragrafo precedente, quando si tratta di superficie convessa. È poi molto importante, che, nel fare le osservazioni, le imagini riflesse dalle due superficie della lente non si confondano o si sovrappongano, e gioverà ricordare che l'imagine data da una superficie convessa è diritta, mentre quella data da una superficie concava, se l'oggetto è più lontano del fuoco principale dalla superficie, è rovescia.

279. **Posizione dei punti principali e dei fuochi principali.** — Le proprietà di una lente sono determinate quando sia stabilita la posizione di alcuni punti particolari. Considerando soltanto il caso, in cui da una parte e dall'altra della lente siavi il medesimo mezzo, quei punti si riducono a quattro, vale a dire i due fuochi principali e i due punti principali, che si confondono in tal caso con i punti nodali.

La posizione di questi punti è definita dalle seguenti condizioni. Tutti i raggi, le cui direzioni convergono nel primo fuoco principale, se cadono sulla lente e l'attraversano, ne escono in direzione parallela all'asse. Tutti i raggi che cadono sulla lente in direzione parallela all'asse, ne escono seguendo delle direzioni che s'incontrano nel secondo fuoco principale. I due punti principali di una lente giacciono sul suo asse ottico, come i fuochi: l'uno dei punti principali è imagine dell'altro. Se s'imagina un piano perpendicolare all'asse della lente, il quale passi per il primo punto principale, tutti i punti di quel piano hanno le imagini loro sopra un piano parallelo passante per l'altro punto principale, e le dette imagini sono ad una distanza dall'asse eguale a quella degli oggetti rispettivi e dalla stessa parte.

La distanza del primo fuoco principale dal primo punto principale, nel caso particolare che si considera, è eguale a quella del secondo fuoco dal secondo punto principale: questa lunghezza dicesi *distanza focale* della lente.

Se si conosce l'indice di rifrazione n della sostanza, che costituisce la lente, i raggi r_1, r_2 delle due faccie, i quali possono venir misurati con lo sferometro o nei modi testè indicati, e la grossezza g della lente, le distanze del primo e secondo punto principale dai ver-

tici rispettivi sono date dalle equazioni

$$d_1 = \frac{g\, r_1}{n\,(r_1 + r_2) - (n-1)\, g},$$

$$d_2 = \frac{g\, r_2}{n\,(r_1 + r_2) - (n-1)\, g}.$$

La distanza focale è data da

$$F = \frac{n\, r_1\, r_2}{n\,(n-1)\,(r_1 + r_2) - (n-1)\, g}.$$

Queste equazioni valgono per qualsiasi specie di lenti, ma con questa avvertenza che r_1 ed r_2 prendansi positivi quando la curvatura delle faccie sia volta nello stesso senso, in cui è volta quando la lente è biconvessa: nel caso che l'una o l'altra faccia abbia la curvatura volta in senso opposto si applicherà il segno negativo al raggio corrispondente. Nel caso di una lente biconvessa i punti principali trovansi nell'interno della lente.

Raramente si conosce con esattezza l'indice di rifrazione del vetro, di cui è costituita la lente. I valori di d_1 e di d_2 in alcuni casi, come in quello frequente di una lente convergente, sono piccole lunghezze e possono venir calcolate con discreta approssimazione anche se il valore di n non è noto con precisione, ma non è così per il valore di F. Ad ottener questo si possono usare per una lente convergente i seguenti metodi sperimentali:

1° Si esponga la lente ai raggi solari in modo che questi cadano sovr'essa parallelamente all'asse. Collocando un diaframma nel punto, dove questi raggi si raccolgono dopo la rifrazione, e misurando la distanza del diaframma dalla lente, si ha la distanza del secondo fuoco principale dal secondo vertice della lente. Se vi si aggiunge d_2, si ha la distanza focale. Il più delle volte si prende senz'altro come distanza focale la distanza del vertice dal diaframma.

Ad ottenere maggior precisione con questo metodo, si apparecchia una scala divisa sopra un piccolo regolo di legno o di metallo, e la si applica ad angolo retto sopra una piccola tavola sottile coperta di carta bianca, in modo che lo zero della divisione cominci dal piano della tavola: disposto il regolo nella direzione dei raggi solari, si fa scorrere la lente lungo il medesimo parallelamente alla carta, finchè il diametro del dischetto luminoso formato dai raggi solari sulla carta ha raggiunto la minima grandezza. La distanza della lente dalla tavoletta in quelle condizioni leggesi sulla scala, ed è appunto la cercata distanza focale.

2° S'accomodi un cannocchiale alla visione di lontanissimi og-

getti: poi si collochi innanzi all'obbiettivo la lente. Si porti a diverse distanze una carta con disegni o caratteri finchè la visione di questi risulti chiara nel cannocchiale. La distanza della carta dalla lente, aggiuntovi d_2, ove se ne voglia tener conto, sarà la distanza focale. Sarà bene se l'oggetto e la lente sieno sostenuti l'uno e l'altra da un'asta applicata ad un corsoio scorrevole lungo un regolo diviso. Questo metodo fu proposto da Fraunhofer che prese come oggetto due fili sottilissimi in croce.

3° Si prenda una candela accesa e la si disponga a tal distanza dalla lente che l'imagine della fiamma raccolta sopra un diaframma risulti di grandezza eguale a quella della fiamma medesima. La distanza dell'imagine o dell'oggetto dalla lente, aggiuntovi d_2 o d_1, ove occorra, sarà doppia della distanza focale.

Silbermann ha applicato questo principio nella costruzione del suo focometro. Lungo un regolo orizzontale può scorrere la lente sostenuta da un'asticciuola. Da una parte, sorretto pure da un'asticciuola scorrevole lungo il regolo, sta un anello: la metà inferiore del suo spazio interno è occupato da carta tesa: lungo il diametro che limita questa superiormente, è tracciata una scala. Un identico anello v'ha dall'altra parte, e a distanza poco minore della distanza focale vi sta innanzi una lente convessa che fa l'ufficio di microscopio. Se guardando attraverso quest'ultima, si vede l'imagine della scala del disco più lontano, che apparisce rovescia, coincidere divisione per divisione con quella della scala più vicina, la distanza delle due scale è quadrupla della distanza focale.

4° Si collochi anteriormente alla lente un po' innanzi al primo fuoco principale una scala divisa bene illuminata. Dall'altra parte della lente si ponga un foglio di carta ben teso a tal distanza dalla lente che vi si formi un'imagine della scala fortemente ingrandita. Se o è la grandezza di una divisione della scala, i quella dell'imagine, ed l la distanza della carta dal secondo punto principale, sarà

$$F = \frac{l\,o}{o + i}\,.$$

E siccome l risulta assai grande quando è notevole l'ingrandimento, si potrà prendere per l la distanza dell'imagine dal vertice. Questo metodo ci può quindi dare la distanza focale di una lente convergente con sufficiente esattezza anche senza bisogno di conoscere la posizione dei punti principali.

La distanza focale d'una lente divergente si può determinare combinandola con una lente convergente di tal forza, che il sistema risulti convergente, e adoperando poi uno dei metodi precedenti per determinare la distanza focale del sistema. Se questa è f, se F ed F_1

sono rispettivamente le distanze focali della lente divergente e della convergente, si ha la relazione

$$F = \frac{fF_1}{F_1 - f},$$

con la quale, se F_1 siasi antecedentemente determinato, si calcola F.

Cannocchiale.

280. **Varie specie di cannocchiali.** — Tutti i cannocchiali sono costituiti di due parti ben distinte, cioè dell'obbiettivo e dell'oculare, le quali vengono poi riunite da due o più tubi scorrevoli l'uno nell'altro. — Nel cannocchiale astronomico, che anche per gli stromenti di fisica è quello più in uso, l'obbiettivo è formato da una semplice lente biconvessa che dà un'imagine reale, impicciolita e rovescia dell'oggetto esterno; e l'oculare nella sua forma tipica è pur costituito da una lente di convergenza, che fa l'ufficio di microscopio semplice (§ 287) rispetto all'imagine prodotta dall'obbiettivo. Però nei cannocchiali anche solo mediocri l'obbiettivo è reso acromatico e l'oculare si compone di un sistema di lenti.

L'oculare più usato nei cannocchiali astronomici è quello di Huyghens o di Campani. Esso consiste in due lenti pianoconvesse, le quali devono rivolgere la loro convessità all'obbiettivo. Quella più prossima all'obbiettivo è maggiore dell'altra e porta il nome di lente *collettiva*: se la distanza focale dell'altra lente si indica con 1, la distanza delle due lenti si fa eguale a 2 e la distanza focale della lente collettiva prendesi eguale a 3. Queste disposizioni speciali hanno lo scopo di diminuire quanto è più possibile le aberrazioni cromatica e sferica. I raggi che provengono dall'obbiettivo cadono sulla lente collettiva prima ancora che essi siensi riuniti a formare l'imagine: questa lente ne aumenta la convergenza e dà origine ad una imagine più piccola di quella che si sarebbe formata senza di essa: questa imagine poi viene osservata mediante la seconda lente, la quale sola merita propriamente il nome di lente *oculare*. Tuttavia l'una e l'altra sono assestate nel medesimo tubo e al loro complesso si dà il nome di oculare.

L'oculare di Ramsden, che pure viene usato per i cannocchiali astronomici, consiste anch'esso in due lenti pianoconvesse; ma queste volgono l'una all'altra la loro convessità e son più vicine. L'imagine non cade fra esse, bensì a piccola distanza da quella che è più prossima all'obbiettivo.

Il cannocchiale astronomico offre imagini rovescie degli oggetti, e

questo fatto, che non ha alcun inconveniente negli stromenti destinati ad osservazioni astronomiche e fisiche, dev'essere evitato nei cannocchiali destinati ad osservazioni terrestri. Perciò nel cannocchiale *terrestre*, oltre alle lenti che già esistono nell'astronomico, si aggiunge all'oculare una o due lenti destinate a raddrizzare l'imagine. Adoperando per esempio due lenti di convergenza d'egual distanza focale, si fa che l'imagine rovescia prodotta dall'obbiettivo si formi al fuoco anteriore della prima lente: allora i raggi partiti dai varii punti dell'imagine costituiscono fra le due lenti altrettanti fasci paralleli, ed al fuoco della seconda lente si forma un'imagine eguale precisamente a quella prodotta dall'obbiettivo, ma rovesciata rispetto ad essa, e quindi diritta rispetto all'oggetto. Il cannocchiale terrestre riesce dunque più lungo d'un cannocchiale astronomico d'eguale ingrandimento, è più costoso e fa perdere maggiore quantità di luce, sicchè se ne evita l'uso quando l'adoperare un cannocchiale astronomico non porti alcun inconveniente.

Un altro cannocchiale che dà imagini diritte pur essendo assai corto, ma che di rado si unisce ad uno stromento di osservazione, è quello di Galileo: anche in esso l'obbiettivo è formato da una lente biconvessa, ma l'oculare consta semplicemente di una lente biconcava sulla quale cadono i raggi provenienti dall'obbiettivo prima che si riuniscano a formare l'imagine. Essi divengono allora divergenti, e se l'oculare è collocato opportunamente, si vede un'imagine virtuale dell'oggetto ingrandita, diritta e posta alla distanza della visione distinta. Gli inconvenienti di questo cannocchiale sono di non dar luogo a reticolo e di avere un campo assai piccolo.

I tubi che contengono i vetri del cannocchiale sono anneriti internamente e contengono alcuni diaframmi opportunamente forati nel centro i quali impediscono ai raggi estranei di raggiungere l'oculare: uno di questi diaframmi è specialmente importante, ed è quello che sta nel luogo dove si forma l'imagine reale in un cannocchiale astronomico o terrestre, perchè è sul foro di questo diaframma che si applica il reticolo, di cui in seguito avremo ad occuparci più estesamente. Di solito l'anello che porta il reticolo può alquanto spostarsi nel senso della lunghezza del cannocchiale: a tal fine basta allentare una piccola vite, che serve a fissare questo anello, e farlo scorrere lungo la fessura per cui passa la vite: inoltre l'anello del reticolo si può muovere in senso trasversale mediante quattro viti poste fra loro ad angolo retto.

Limitandoci al cannocchiale astronomico, daremo alcune formole che ci serviranno anche in seguito; e per maggiore semplicità supporremo che il cannocchiale sia costituito da una lente di convergenza, che faccia l'ufficio di obbiettivo, e da un'altra pure di convergenza, che rappresenti l'oculare. È poi facile in pratica applicare le formole così dedotte ad ogni altro caso meno semplice.

Indichiamo con Δ la distanza dell'oggetto dall'obbiettivo,

D e d le distanze dell'imagine reale dall'obbiettivo e dall'oculare,

F ed f le distanze focali dell'obbiettivo e dell'oculare,

v la distanza della visione distinta variabile dall'uno all'altro individuo.

Dalla teoria delle lenti si ha

$$D = \frac{F\Delta}{\Delta - F}, \qquad d = \frac{fv}{v+f}.$$

Ne segue che la lunghezza L del cannocchiale è

$$L = D + d = \frac{F\Delta}{\Delta - F} + \frac{fv}{v+f}.$$

D cresce al diminuire di Δ, e d cresce con v; perciò quanto più sono vicini gli oggetti e quanto maggiore è la distanza della visione distinta dell'osservatore, tanto più si deve allungare il cannocchiale. Trascurando F in confronto di Δ, ed f in confronto di v si può prossimamente ritenere

$$L = F + f.$$

Un'altra espressione della lunghezza del cannocchiale si può ottenere combinando la formola

$$L = D + d,$$

con quella che svolgeremo in seguito (§ 281) e che dà l'ingrandimento I: si trova cioè

$$L = (I + 1)\, d,$$

ossia prossimamente

$$L = (I + 1)\, f.$$

Si può imaginare che i raggi, i quali penetrano nel cannocchiale, siano partiti dall'obbiettivo come da un oggetto luminoso; e se esso ha il raggio R si formerà all'esterno dell'oculare una piccola imagine di raggio ρ, nella quale si incrociano tutti i raggi partiti dai punti visibili attraverso allo stromento. Questo cerchio minimo costituisce il cosidetto *anello oculare*; ed è il luogo più opportuno per collocare l'occhio onde abbracciare il massimo campo possibile: però, quando la pupilla abbia un raggio maggiore di ρ, si può tener l'occhio anche in una posizione alquanto differente, purchè il fascio luminoso che esce dall'oculare sia tutto raccolto dalla pupilla. Assai spesso la posizione più opportuna dell'occhio è determinata dal foro di un disco metallico posto innanzi all'oculare del cannocchiale.

La distanza δ dell'anello oculare dall'oculare è data dalla formola

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{L},$$

dalla quale si ricava

$$\delta = \frac{Lf}{L - f},$$

e per forti ingrandimenti si ha prossimamente

$$\delta = f.$$

Il raggio poi dell'anello oculare è

$$\rho = \frac{\delta R}{L} = \frac{f}{L - f} \cdot R,$$

ossia prossimamente

$$\rho = \frac{f}{F} \cdot R.$$

281. **Ingrandimento del cannocchiale.** — L'ingrandimento d'un cannocchiale è misurato dal rapporto dell'angolo, sotto cui nel cannocchiale apparisce distinta l'imagine di un oggetto lontano, all'angolo sotto cui lo si vedrebbe ad occhio nudo, quando quest'occhio fosse nella posizione dell'obbiettivo. Gli angoli dei quali si prende il rapporto sono però tanto piccoli che si può in loro luogo sostituire le tangenti, ed allora è facile vedere che, ritenendo le denominazioni del paragrafo precedente, l'ingrandimento è

$$I = \frac{D}{d} = \frac{F\Delta(v + f)}{fv(\Delta - F)}.$$

Da questa espressione si rileva che l'ingrandimento non è assolutamente costante, ma che per un medesimo stromento dipende anche dalla distanza dell'oggetto e della visione distinta: infatti I cresce al diminuire di Δ e di v. Ma accontentandosi di una discreta approssimazione si può porre

$$I = \frac{F}{f}.$$

Se non che di rado un cannocchiale è costituito da due lenti soltanto, e la determinazione della distanza focale di un sistema di lenti difficilmente si può fare con esattezza: perciò di solito si misura l'ingrandimento con uno dei metodi empirici che ora esporremo.

1° *Metodo di Ramsden.* Quando l'oculare del cannocchiale sia costituito da lenti convesse si può usare il metodo di Ramsden, il quale consiste nel misurare il rapporto dei diametri dell'obbiettivo e dell'anello oculare: questo rapporto esprime infatti l'ingrandimento, come è facile dedurre dalle formole già dimostrate.

Per operare con esattezza si usa uno speciale stromento chiamato *dinametro di Ramsden*: esso è formato da tre piccoli tubi del diametro di circa tre centimetri, scorrevoli l'uno dentro all'altro. Il primo di questi è aperto da ambedue i lati e si può fissare mediante tre viti al tubo dell'oculare d'un cannocchiale: il secondo porta alla bocca rivolta verso l'oculare una laminetta di talco sulla quale è inciso un micrometro, e nel terzo tubo è incassata una lente di corto foco, la quale ha per iscopo di facilitare la lettura delle divisioni del micrometro.

Volendo usare questo stromento si adatta la lente a tale distanza dalla laminetta da vedere nettamente le divisioni segnate su questa; poi si accomoda il cannocchiale alla visione di oggetti molto lontani, si volge l'obbiettivo alla luce diffusa del cielo, si applica dietro l'oculare il dinametro, e spostando leggermente il dinametro rispetto al cannocchiale, si cerca la posizione per la quale il fascio di luce, che esce dall'oculare, ha il minimo diametro. Si misura allora sulla divisione della lastrina questo diametro, che è appunto quello dell'anello oculare, e con un compasso ed una scala divisa si misura anche il diametro dell'obbiettivo: infine si prende il rapporto dei due numeri ragguagliati alla medesima unità.

Il metodo è inesatto quando la luce che parte dagli orli dell'obbiettivo sia trattenuta dai diaframmi che si trovano nell'interno del cannocchiale. Per decidere se ciò avviene basta applicare in luogo dell'obbiettivo un cartoncino che porti un foro di forma poligona i cui vertici stiano sull'orlo del tubo: se allora questi vertici appariscono ben distinti anche nel fascio prodotto al di là dell'oculare, si può applicare direttamente il metodo; se no, tolto l'obbiettivo si applica in suo luogo uno schermo con un foro alquanto minore di quello del tubo e si procede come sopra si è detto prendendo il rapporto fra il diametro di questo foro e quello della sua imagine misurato sul micrometro. In luogo dello schermo si potrebbe anche usare una scala divisa trasparente e determinare il rapporto della lunghezza d'una sua divisione a quella dell'imagine di essa.

2° *Metodi di sovrapposizione.* Questi metodi suppongono nell'osservatore una vista perfetta, e quindi notiamo fin d'ora che nel loro uso i miopi devono far uso di occhiali: di più avvertiamo che durante il confronto delle due imagini gli occhi devono rimanere immobili quanto più è possibile.

Per cannocchiali di piccolo ingrandimento si possono direttamente

confrontare le grandezze apparenti di un oggetto visto ad occhio nudo ed attraverso al cannocchiale: a tal fine è opportuno un oggetto diviso in parti di egual lunghezza (come, ad esempio, il bugnato di un edifizio, od una inferriata, od una scala divisa a larghi tratti, ecc.) che si osserva con un occhio attraverso al cannocchiale e coll'altro si guarda direttamente. Si cerca di sovrapporre le due imagini, e se m divisioni viste attraverso al cannocchiale coprono n divisioni viste ad occhio nudo, l'ingrandimento è

$$I = \frac{n}{m}.$$

Per maggiori ingrandimenti si può invece proceder così. Sovra due cartoni si segnano due cerchi bianchi su campo nero che devono essere perfettamente eguali fra loro ed aver diametro di 20 a 30 centimetri. Alla distanza di 50 a 100 metri dal cannocchiale si colloca uno di questi dischi; l'altro invece si porta a varia distanza un po' lateralmente alla retta che unisce il cannocchiale al primo disco, e si cerca tal posizione che l'imagine del primo disco vista attraverso al cannocchiale e quella del secondo vista ad occhio nudo siano esattamente eguali: per accertarsi di questa eguaglianza si può o sovrapporre le due imagini disponendo opportunamente il disco mobile, oppure ridurle tangenti coi loro orli esterni, dopo di che è facile il giudizio sulla loro eguaglianza. Ottenutala, si misurano le distanze dall'occhio del disco più lontano e del più vicino ed il loro rapporto dà l'ingrandimento cercato.

Un metodo di sovrapposizione è anche quello dovuto a Waltenhofen (*), ed ha sopra gli altri il vantaggio di potersi compiere nell'interno di una stanza. Sul dinanzi dell'obbiettivo del cannocchiale si applica con cera una lente possibilmente sottile, la cui distanza focale sia stata determinata con cura e stia fra $0^m,90$ e 2^m. Poi ad una distanza dalla lente precisamente eguale alla sua distanza focale si dispone un'asta divisa, lunga almeno 30 centimetri. Per rendere molto marcate le divisioni dell'asta il Waltenhofen dà a questa la larghezza di 7 od 8 centimetri e segna verso l'asse una serie di quadrati alternativamente bianchi e neri, il cui lato è di mezzo pollice ($1^c,3$): egli suddivide poi ogni quadrato in 20 parti mediante linee orizzontali che si prolungano lateralmente ai quadrati. Se allora si dice φ la distanza focale della lente applicata all'obbiettivo, L la lunghezza del cannocchiale accomodato a vedere distintamente la scala

(*) Waltenhofen, *Carl's Repert.*, VIII, 184 (1872).

divisa, k il numero di divisioni della scala viste ad occhio nudo che son sovrapposte ad una di esse vista attraverso al cannocchiale, è facile dimostrare che l'ingrandimento è

$$I = k \frac{\varphi}{L + \varphi}.$$

Così ad esempio osservando con un cannocchiale terrestre il Waltenhofen trovò che 200 particelle viste ad occhio nudo ne coprivano 7 vedute col cannocchiale: la distanza focale della lente fissata all'obbiettivo era di 59,25 pollici e la lunghezza del cannocchiale era di 19,30 pollici. Dunque

$$I = \frac{200}{7} \cdot \frac{59,25}{59,25 + 19,30} = 21,6.$$

Col dinametro di Ramsden si era invece trovato $I = 22,2$, che poco differisce dall'altro valore.

3° *Metodo di proiezione.* Si può applicare al cannocchiale anche il metodo di proiezione che si adopera specialmente pel microscopio: riservando i particolari al § 290, diremo solo in che consiste. Fissando all'oculare del cannocchiale una camera chiara od una lastrina di vetro il cui piano sia inclinato di 45° a quello dell'oculare, si disegna su un foglio di carta sottoposto e situato alla distanza della visione distinta l'imagine di una scala divisa guardata attraverso al cannocchiale. L'ingrandimento è allora dato dal rapporto di due angoli, ciascuno dei quali è sensibilmente misurato dalla lunghezza di una particella della scala, o della sua copia, divisa per la rispettiva distanza dall'obbiettivo o dall'occhio. Se ad esempio la scala fosse divisa in parti larghe 5^c e distasse di 50^m dall'obbiettivo, e se di più sulla carta, collocata a 25^c dall'occhio, la larghezza di una divisione fosse $0^c,54$, l'ingrandimento sarebbe dato dal rapporto

$$I = \frac{0,0054}{0,25} : \frac{0,05}{50} = \frac{0,0054 \times 50}{0,05 \times 0,25} = 21,6.$$

282. **Campo del cannocchiale.** — Per campo d'un cannocchiale intendesi lo spazio che si può simultaneamente vedere attraverso di esso ed è misurato dall'apertura del cono che ha il vertice nel centro dell'obbiettivo ed ha per base la lente oculare o quella che è più vicina all'obbiettivo. Detto quindi r il raggio dell'oculare d'un cannocchiale astronomico formato da due sole lenti, la tangente della metà dell'angolo che misura il campo è

$$\frac{r}{L} = \frac{r}{D + d} = \frac{r}{(I + 1)\, d},$$

cioè il campo è prossimamente

$$C = \frac{2 \times 57°,3 \,.\, r}{(I+1)f}.$$

Si vede adunque che per un medesimo oculare il campo diminuisce al crescere dell'ingrandimento. In pratica si fa d'ordinario

$$\frac{r}{f} = \frac{1}{4},$$

per cui

$$C = \frac{1719'}{I+1}.$$

In generale è preferibile la determinazione empirica, ed un metodo molto opportuno è quello di osservare il tempo che una stella equatoriale (ad esempio δ di Orione) impiega a percorrere il filo orizzontale del reticolo: basta infatti moltiplicare per 15 questo tempo espresso in secondi per ottenere il campo pure espresso in secondi. Anche una stella qualunque, di cui però sia nota la declinazione, può servire all'uopo, giacchè è sempre facile calcolare l'arco che essa percorre in dato tempo. In altra maniera si determina il campo di un cannocchiale disponendo a qualche distanza un'asta divisa, ed osservando quale lunghezza stia compresa in un diametro del cerchio che costituisce il campo. Se allora si dice D la distanza dell'asta dall'obbiettivo del cannocchiale ed a la lunghezza della scala compresa nel campo, questo è prossimamente espresso da

$$C = 57°,3 \, \frac{a}{D}.$$

Infine si può anche usare il metodo di Waltenhofen già descritto quando si trattava dell'ingrandimento (§ 281, 2°). Ritenute le denominazioni allora usate e detta a la lunghezza della scala divisa veduta lungo un diametro del campo, si trova facilmente

$$C = 57°,3 \, \frac{a}{\varphi}.$$

È quasi inutile avvertire che per la misura del campo convien tenere l'occhio nel punto in cui si trova l'anello oculare, o dove ad ogni modo sieno raccolti tutti i raggi che escono dall'oculare.

283. **Chiarezza e nitidezza delle imagini.** — La chiarezza con cui si vede l'imagine di un oggetto nel cannocchiale dipende eviden-

temente dalla quantità di luce che si distribuisce sulla imagine stessa e quindi dall'ampiezza dell'obbiettivo e dall'ingrandimento. La quantità di luce che arriva ad un occhio, la cui pupilla abbia il raggio p, da un oggetto di superficie s posto alla distanza D, è rappresentata da

$$l = \pi \cdot \frac{i\,s}{D^2} \cdot p^2,$$

dove i denota l'intensità luminosa dell'unità di superficie dell'oggetto. Invece la quantità di luce che penetra nell'obbiettivo di raggio R di un cannocchiale, e che, con piccola sottrazione dovuta alla riflessione sulle superficie delle lenti ed al passaggio attraverso ad esse, si concentra sull'oculare, è

$$l_1 = \pi \cdot \frac{i\,s}{D^2} \cdot R^2.$$

Ora per giudicare della chiarezza con cui si vede l'imagine convien distinguere due casi, secondo che la superficie dell'anello oculare è maggiore o minore di quella della pupilla. Nel primo caso detto ρ il raggio dell'anello oculare, la luce ricevuta dall'occhio è solo

$$l_2 = l_1 \frac{p^2}{\rho^2} = \pi i \frac{s\,R^2}{D^2\,\rho^2} p^2.$$

$\frac{s}{D^2}$ è la grandezza apparente dell'oggetto visto ad occhio nudo, $\frac{s\,R^2}{D^2\rho^2}$ è invece la grandezza apparente $\frac{S}{D^2}$ dell'oggetto medesimo visto attraverso al cannocchiale, dunque allora

$$l_2 = \pi i \frac{S}{D^2} p^2;$$

e confrontando questa formola colla prima si vede che l'intensità luminosa i è rimasta la stessa, cosicchè non si ha guadagnato nè perduto nella chiarezza della visione.

Invece quando sia $\rho < p$ tutta la luce è accolta nell'occhio, e potendosi scrivere

$$l_1 = \pi \frac{i\,s}{D^2} \cdot R^2 = \pi \frac{i\,\rho^2}{p^2} \cdot \frac{s\,R^2}{D^2\rho^2} \cdot p^2 = \pi \left(\frac{i\,\rho^2}{p^2}\right) \frac{S}{D^2} p^2,$$

dal confronto coll'espressione di l si riconosce che l'intensità luminosa è solo $\frac{i\,\rho^2}{p^2}$, ossia è diminuita nel rapporto $\frac{\rho^2}{p^2}$. In questo caso la chiarezza dipende dal raggio dell'anello oculare, e quindi per un

medesimo obbiettivo diminuisce coll'ingrandimento. Quanto al raggio della pupilla, esso è variabile e si tiene in media eguale a $1^{mm},5$: il numero $\frac{\rho^2}{2,25}$ si potrà dunque assumere come misura della chiarezza del cannocchiale, purchè questo numero non superi l'unità; ma si dovrà alquanto diminuirlo, onde tener conto della perdita di luce sofferta nel passaggio per il cannocchiale: per calcolare questa perdita si può ammettere con Herschel, che di 100 raggi di luce, i quali cadono sulla faccia di una lente di ordinaria grossezza, ne escano dall'altra faccia 94,8.

Nel caso che il cannocchiale si adoperasse ad osservare le stelle si dovrebbero aggiungere altre considerazioni; ma di questo argomento non dobbiamo occuparci.

Oltre la chiarezza si deve considerare anche la nitidezza dell'imagine, la quale ha il suo massimo grado di precisione quando ogni punto dell'oggetto produca un punto corrispondente dell'imagine. Questa sarà dunque tanto più nitida quanto meglio furono corrette le aberrazioni di sfericità e di cromatismo, e quanto più sono perfette e ben disposte le lenti. Circa alla disposizione relativa delle lenti, noteremo che quelle, le quali fanno parte di un medesimo sistema, devono essere fra loro bene centrate, cioè che i centri delle loro diverse superficie devono trovarsi in una medesima linea retta. Per riconoscere, ad esempio, se le lenti di un obbiettivo acromatico sono bene centrate si può adottare il seguente processo di Wollaston. Si toglie l'oculare dal cannocchiale e si dispone in suo luogo la fiamma di una candela: poi dalla parte opposta dell'oculare, alla distanza di 30 o 40 centimetri dall'obbiettivo, si osservano le imagini della fiamma prodotte dalla riflessione della luce sulle varie superficie dei vetri. Se queste superficie hanno i loro centri sulla medesima retta, le imagini della fiamma appariscono in linea retta; e questo criterio assicura che le lenti dell'obbiettivo sono bene centrate: se invece le imagini non si presentano in linea retta, conviene portarvele movendo opportunamente le lenti nelle loro incassature. Ma non basta che l'obbiettivo sia bene centrato; conviene ancora che l'asse comune delle sue lenti sia pur asse delle lenti oculari, od almeno che sia perpendicolare alle sezioni condotte per il mezzo di tutte le lenti: se questo non fosse, nascerebbe una riflessione di luce fra le lenti oculari, la quale nuocerebbe alla distinta visione delle imagini. Onde riconoscere se sia soddisfatta la condizione testè accennata basta rivolgere il cannocchiale ad una stella di prima o di seconda grandezza, e portar l'oculare fuori del punto della chiara visione: allora l'imagine della stella apparisce più grande e confusa; ma nel caso che le lenti oculari siano bene centrate colle obbiettive conserva la forma circolare.

Per giudicare complessivamente della nitidezza d'un cannocchiale si possono osservare dei cerchi neri del diametro di 25 a 50 millimetri, o dei quadrati di 35 a 40 millimetri di lato, disegnati su fondo bianco e posti alla distanza di 50 a 100 metri: allora, se il cannocchiale è buono, le figure non perdono punto della loro regolarità nella forma, ed i contorni compariscono ben definiti e non colorati o al più leggermente azzurri. Invece dei quadrati e dei cerchi si possono anche impiegare alcuni gruppi di linee nere su campo bianco, la grossezza e la distanza delle quali vadano gradatamente diminuendo da gruppo a gruppo: per esempio si potrà cominciare da un sistema di linee larghe mezzo centimetro ed altrettanto distanti fra loro e finire con un altro sistema in cui le linee e gli intervalli sieno di mezzo millimetro: quanto più distinte riescono queste linee e tanto più nitido è il cannocchiale. Al medesimo scopo, o al confronto di due cannocchiali, può anche giovare la lettura d'un libro o d'una scala divisa posta a qualche distanza: infine per buoni cannocchiali sono opportunissimi oggetti di prova le stelle doppie.

284. **Reticolo.** — I cannocchiali astronomici o terrestri destinati ad individuare la direzione d'una retta sono sempre forniti di reticolo, cioè di due fili in croce posti nel piano in cui, nell'interno del cannocchiale, si forma l'imagine reale dell'oggetto osservato. La retta che unisce il *centro* del reticolo, ossia il punto d'intersezione dei due fili, col centro ottico dell'obbiettivo costituisce l'*asse ottico* del cannocchiale, ed è tanto meglio determinata quanto più sottili sono i fili in croce. Per questa ragione essi sono ordinariamente fili di ragno e si ha cura di cangiarli quando sono sfilacciati e di preservarli sempre dalla polvere. Onde collimare perfettamente con un oggetto è necessario che la croce del reticolo e l'imagine prodotta dall'obbiettivo giacciano esattamente nel medesimo piano, giacchè, se questo non fosse, movendo l'occhio, il centro del reticolo si proietterebbe su punti diversi dell'imagine dell'oggetto e ne seguirebbero degli errori nella collimazione, o, come si dice, degli *errori di parallasse*. È però facile correggere questo difetto d'un cannocchiale: a tal fine lo si volge verso la luce diffusa del cielo e si muove il tubo che porta il reticolo (quando esso sia mobile), oppure l'oculare, finchè i fili danno un'imagine posta alla distanza della visione distinta, cioè appariscono bene determinati, netti e perfettamente neri: poi dirigendo il cannocchiale ad un oggetto lontano si accorcia o si allunga lo stromento fino ad ottenere un'imagine nitida quanto più è possibile. Se allora, spostando alquanto l'occhio, rimane fisso il punto di collimazione, si può star certi che reticolo e imagine giacciono nel medesimo piano: se no, si corregge il difetto movendo alquanto l'intero sistema dell'oculare e del reticolo rispetto all'obbiettivo. Circa al senso di questi

movimenti si può osservare che quando, movendo l'occhio a destra, il centro del reticolo copre successivamente dei punti dell'imagine che giacciono a sinistra, vuol dire che il reticolo è troppo vicino all'oculare; e viceversa se i punti dell'imagine sembrano muoversi nel medesimo senso dell'occhio, il reticolo è collocato al di là dell'imagine. Solo quando questo moto apparente dell'imagine rispetto al reticolo cessa d'essere percettibile, il cannocchiale è convenientemente regolato, e convien notare che in generale ogni occhio abbisogna di un accomodamento differente.

Spesso occorre che uno dei fili del reticolo sia verticale; a questa condizione si soddisfa facilmente dirigendo il cannocchiale ad un piombino lontano e facendo con esso collimare il filo verticale del reticolo. Ma se il cannocchiale può rotare intorno al suo asse geometrico, conviene ancora che il centro del reticolo stia esattamente su questo asse: per verificare se ciò ha veramente luogo si collima con un punto ben distinto, e rotando il cannocchiale sui suoi sostegni si osserva se il punto apparisce immobile o no. In quest'ultimo caso si corregge l'errore colle viti del reticolo.

L'operazione di cangiare i fili del reticolo è abbastanza semplice perchè si possa eseguire senza ricorrere ad un artefice; ne diremo dunque quel tanto che può bastare. Il diaframma sul quale si trovano i fili si può sempre facilmente levare, e su di esso per solito si trovano dei segni corrispondenti a due diametri che si tagliano ad angolo retto: basta dunque tendere fra questi segni due fili di ragno. I più opportuni sono i fili radiali di un croceragno: staccatone uno, si scorre lungo di esso alcune volte prendendolo fra il pollice e l'indice onde staccarne la polvere, poi vi si alita sopra e lo si tende fra le gambe d'un compasso aperto, sulle quali si sia fissata un po' di cera. Si dispone quindi il filo nella posizione opportuna sul diaframma del reticolo, e dove con un capo tocca la faccia dell'anello si lascia cadere una gocciolina di cera ben liquida, fusa mediante un pezzo di ferro riscaldato ad un estremo. Poi si alita di nuovo sul filo, lo si tende maggiormente e all'altro capo lo si fissa pure con cera. La stessa operazione si ripete pel secondo filo, ed infine si fissano ancor meglio i fili con una vernice consistente, disseccata la quale, si può anche togliere la cera sovrabbondante.

285. **Pulitura dei vetri d'un cannocchiale.** — Le lenti si puliscono dalla polvere con un pennello molto flessibile: dalle altre impurità si puliscono strofinandole dapprima con un pezzo di vecchia tela di lino, fine, cedevole e umettata d'alcool e poi con un pezzo di tela consimile, ma asciutta. Si può anche usare dapprima la pulitura con alcool, poi sfregare con una pezzuola bagnata nell'acqua di creta, ed infine con una pezzuola asciutta che sia stata previamente bagnata

nell'acqua medesima: la poca polvere di creta, che rimane aderente ai vetri, si toglie poi con un pennello.

Adoperando l'alcool per la pulitura delle lenti conviene far attenzione che esso non penetri nell'interstizio esistente fra i due vetri di una lente acromatica nel caso che questo interstizio sia occupato da balsamo del Canadà, perchè l'alcool scioglie il balsamo e ne possono derivare degli inconvenienti difficili a ripararsi.

Qualche volta la polvere e la muffa che si depone sulla superficie dei vetri (*Hygrococis fenestralis* Kütz.) è tanto aderente alla superficie medesima, che, staccandola, si staccano anche delle particelle di vetro e la lente è notevolmente danneggiata. Se questo difetto si manifesta in grado piuttosto forte, è necessario ricorrere all'opera di un ottico; convien dunque cercare di evitarlo, ed il miglior mezzo per prevenirlo è quello di pulire frequentemente le lenti, anche se lo stromento rimane chiuso nella sua custodia. È infatti un pregiudizio quello di credere che alle lenti nuoccia la frequente pulitura, e che rimanendo chiuse in una cassetta siano perfettamente preservate dalla polvere. Un altro mezzo per impedire che la polvere col concorso dell'umidità aderisca fortemente alla superficie del vetro consiste nell'umettare la superficie medesima con un po' d'olio di trementina, e quindi strofinarla con un panno asciutto finchè è scomparsa ogni traccia d'olio: ne rimane tuttavia una piccola quantità, che per l'azione dell'aria forma una sottile pellicola resinosa e preserva la superficie sottoposta. Fraunhofer suggerisce invece di collocare per due ore le lenti nell'acido solforico mescolato con eguale quantità d'acqua.

Maggior cura conviene avere quando si devano pulire le faccie interne di un buon obbiettivo acromatico. Descriveremo qui il processo suggerito da Fraunhofer (*); ma non ne consiglieremo l'applicazione a chi non abbia già un po' di pratica nel maneggio e nell'assetto degli stromenti ottici.

Di solito le lenti di un obbiettivo acromatico sono contenute in una incassatura d'ottone, fornita di viti, col mezzo delle quali le lenti si possono facilmente togliere e rimettere nella loro custodia. Ordinariamente poi le due lenti di *flint* e di *crown* non sono a perfetto contatto; ma fra di esse stanno tre foglioline di stagnola disposte sull'orlo a 120° di distanza l'una dall'altra. Di solito queste foglioline aderiscono al vetro, sicchè conviene inumidire alquanto l'orlo per poterle staccare: è poi bene marcare i punti in cui si trovavano per poter rimettere l'obbiettivo nelle identiche condizioni nelle quali era dapprima. Staccati quindi i due vetri, si puliscono nel solito

(*) Fraunhofer, *Schum. astr. Nachr.* B. 3.

modo, poi si preparano tre rettangoletti di stagnola simili a quelli tolti dapprima e si ha cura che tutti e tre siano della medesima grossezza: perciò non basta tagliarli dal medesimo foglio; ma conviene sceglierli fra molti, cercando quelli pei quali gli anelli colorati che si producono per mezzo delle due lenti sono tutti disposti regolarmente intorno al centro. Per trovare più facilmente tre foglioline dell'identico spessore si può anche procedere a questo modo. Quando si appoggia la lente convessa sopra la concava, intorno al punto di contatto si formano gli anelli colorati del Newton, ed il punto di contatto è facilmente riconoscibile per una piccola macchia nera. Se ora fra gli orli dell'una e dell'altra lente frapponesi una foglia di stagnola, la cui grossezza di poco ecceda la distanza delle due superficie, il punto di contatto di queste si trasporta verso la circonferenza dalla parte opposta, e gli anelli prendono una nuova posizione. Con un compasso si misura la distanza dalla periferia della macchia situata nel centro degli anelli, e, levata con diligenza la foglia, vi si sostituiscono successivamente le altre. Allora le foglioline che trasportano il centro degli anelli colorati ad una medesima distanza dalla periferia hanno tutte eguale grossezza, e tre di queste si possono impiegare al bisogno. Prima però d'interporle fra le due lenti, conviene spianarle fra due superficie piane non levigate, per esempio fra due vetri smerigliati: si umettano quindi con una soluzione di gomma arabica nell'acqua e si dispongono fra le due lenti tenendone sporgenti le estremità dei lati minori. Si preme poi sui due vetri ed infine con un buon coltello si tagliano le parti sporgenti. Ancor prima che la gomma sia essiccata si chiude l'obbiettivo nella sua armatura, avvertendo di non collocarlo a rovescio. Per solito l'obbiettivo tocca la custodia solo in tre punti distanti 120° fra loro, giacchè le altre parti di questa sono incavate: si ha cura allora che a questi punti di contatto corrispondano i pezzetti di stagnola, e poi si serrano le viti a più riprese, ma tutte con sforzo eguale.

Microscopio.

286. **Generalità.** — La grandezza apparente di un oggetto dipende dalla grandezza dell'angolo visuale sotto cui lo vediamo ed è quindi tanto maggiore quanto più grande è l'oggetto e quanto minore è la sua distanza dall'occhio: ma questa distanza non si può rendere gran fatto minore di quella della visione distinta, e quindi i piccoli oggetti si vedono poco chiaramente o sono anche del tutto invisibili. Quest'ultimo caso avviene quando l'angolo visuale corrispondente a un dato oggetto sia minore di quel limite, oltre il quale

il nostro occhio, per una legge fisiologica, è incapace di percepire le imagini degli oggetti. Per supplire all'imperfezione del nostro occhio si adoperano i *microscopii*, che si possono distinguere in due classi, cioè quelli che danno un'imagine reale e ingrandita dell'oggetto, e quelli che ne offrono un'imagine virtuale; ci occuperemo solo di questi ultimi, e ne diremo quel tanto che può giovare al nostro scopo, rimettendo per maggiori particolari ai trattati speciali (*).

287. **Microscopio semplice.** — Il microscopio semplice è costituito da una sola lente di convergenza, la quale, come è ben noto, dà un'imagine virtuale, diritta ed ingrandita di un oggetto, quando questo disti da essa meno del fuoco principale. Per calcolare esattamente l'ingrandimento che si ha in questo caso, cioè il rapporto fra l'angolo sotto cui si vede nettamente l'imagine dell'oggetto e quello sotto cui lo si vedrebbe quando fosse posto alla minima distanza della visione distinta, converrebbe conoscere la distanza della lente dal punto in cui i raggi si incontrano nell'interno dell'occhio: ma se si tiene l'occhio addossato alla lente e si trascura la grossezza di questa, è assai facile calcolare con sufficiente approssimazione l'ingrandimento ottenuto. Si trova allora che detta d la distanza della visione distinta di un individuo ed f la distanza focale della lente, l'ingrandimento è espresso da

$$I = \frac{d+f}{f}.$$

Ne segue che uno stesso oggetto osservato colla medesima lente apparisce più ingrandito ad un presbite che ad un miope, e che per lenti diverse l'ingrandimento cresce al diminuire della distanza focale.

L'aberrazione di sfericità in un microscopio semplice è più nociva di quella di cromatismo, e a scemarne gli effetti giova scegliere opportunamente la forma della lente: così a pari distanza focale è meglio adoperare una lente piano-convessa, che rivolga la convessità all'occhio, piuttosto che una lente biconvessa. Per la medesima ragione si adoperano spesso le cosidette lenti di Coddington, cioè lenti biconvesse, molto grosse, con una scanalatura praticata perpendicolarmente all'asse e in corrispondenza al punto di mezzo di questo. Ancora migliori sono certi sistemi di due o più lenti (*doublets*, *triplets*), tanto vicine tra loro che frammezzo non si formi alcuna imagine reale dell'oggetto. Herschel propose tre specie diverse di tali

---

(*) Vedi le opere di Brewster, Carpenter, Dujardin, von Mohl, Harting, Nägeli e Schwendner, Dippel, Frey, Giudici (Milano, Vallardi 1870), ecc.

sistemi e in tutti le lenti erano a contatto fra loro. Wollaston costruì un *doublet* con due lenti piano-convesse, ciascuna delle quali rivolgeva la faccia piana all'oggetto. Pritchard e Chevalier modificarono alquanto il sistema di Wollaston, variando la distanza fra le lenti ed il rapporto delle loro distanze focali: di più introdussero un diaframma tra le due lenti. Ad esempio Chevalier adopera due lenti piano-convesse molto vicine fra loro e di egual distanza focale, delle quali quella che sta verso l'occhio è notevolmente più piccola di quella rivolta all'oggetto. Fraunhofer invece adottò un sistema di due lenti piano-convesse che si rivolgono la convessità e son situate in un breve tubo a piccola distanza tra loro.

I *doublets* permettono di ottenere un dato ingrandimento con lenti che, prese isolatamente, darebbero un ingrandimento minore, e che quindi possono essere lavorate con maggior perfezione: di più in questi sistemi di lenti sono diminuite le aberrazioni di sfericità e di cromatismo; le imagini riescono più chiare, e il campo più grande e meno incurvato di quello che apparirebbe con una sola lente di eguale ingrandimento.

L'oggetto che si vuol osservare si pone per lo più fra due lastrine piane di vetro sostenute da un anello; lo si rischiara mediante uno specchio concavo collocato al di sotto e girevole intorno ad asse orizzontale e lo si osserva per mezzo del microscopio semplice, che è raccomandato ad un'asta orizzontale e che può avvicinarsi più o meno all'oggetto.

In generale nei laboratorii si adopera il microscopio semplice per ingrandire le divisioni di una scala, ed allora la lente o è incassata in un anello fornito d'un manico che si tiene in mano, o meglio è chiusa in un breve tubo d'ottone il quale impedisce la via ai raggi estranei e troppo obliqui ed è mobile lungo la scala o si tiene in mano.

288. **Microscopio composto.** — Questo microscopio consta essenzialmente di una lente obbiettiva, che dà un'imagine reale, rovescia e ingrandita dell'oggetto, e di una lente oculare che si comporta come un microscopio semplice rispetto all'imagine offerta dall'altra lente.

Sarebbe facile dimostrare che il *campo* di questo microscopio è misurato dall'angolo sotto cui dal centro dell'obbiettivo si vede l'oculare; quindi per questo riguardo è utile che l'oculare sia piuttosto grande e piccola la distanza fra esso e l'obbiettivo. Questa distanza per alcuni microscopii è costante, per altri invece è variabile: nel primo caso per modificare l'ingrandimento si cambiano le lenti dell'obbiettivo e dell'oculare; nel secondo l'ingrandimento varia colla distanza delle lenti medesime, e con essa varia anche il campo. In generale le imagini vedute nei microscopii composti sono rovescie

rispetto agli oggetti; ma nei microscopii che servono a fornire preparati scientifici si evita questo rovesciamento delle imagini dando all'oculare la disposizione di quello che serve per i cannocchiali terrestri oppure avendo ricorso ad altri artifizii. Anche per gli altri microscopii l'obbiettivo e l'oculare sono per lo più formati da parecchie lenti. L'obbiettivo è costituito da una o più lenti molto convesse, le quali nei buoni stromenti sono acromatiche. Fra i due vetri di *flint* e di *crown* che costituiscono una lente acromatica si interpone d'ordinario un sottile strato di balsamo del Canadà, che ha presso a poco lo stesso indice di rifrazione del *crown*, e il cui potere dispersivo è medio fra quello del *crown* e del *flint*: con ciò si evita che avvenga una riflessione alla superficie delle due lenti, il che produrrebbe una perdita di luce.

Alcuni fabbricatori offrono varii sistemi di obbiettivi a seconda che si vuol variare l'ingrandimento del microscopio: altri invece danno più lenti che si possono variamente combinare avvitando l'una all'altra le armature in cui sono fissate, e con ciò ottengono lo stesso scopo. Così il Plössl, il Schieck, ecc. offrono cinque lenti distinte coi numeri 1, 2, 3, 4, 5 che si prestano alle seguenti combinazioni, offrendo ingrandimenti mano a mano maggiori:

$$1,\quad 1+2,\quad 1+2+3,\quad 2+3+4,\quad 3+4+5.$$

Il primo sistema però, cioè quello degli obbiettivi speciali, è preferibile.

L'oculare più usitato è quello di Campani già descritto al § 280: esso ha il vantaggio di offrire, ad eguale ingrandimento, un campo doppio di quello che si avrebbe con una semplice lente, di rendere assai chiare ed uniformemente ingrandite le imagini, e di togliere la curvatura di queste. Per ingrandimenti assai forti si usa anche l'oculare di Ramsden (§ 280), il quale è opportuno specialmente nel caso che si adoperi un micrometro oculare.

Un buon microscopio è fornito di più oculari che combinati coi varii obbiettivi offrono ingrandimenti molto diversi.

L'obbiettivo d'un microscopio si applica a vite all'estremità inferiore d'un tubo, e l'oculare si inserisce all'estremità superiore del tubo stesso il quale è mobile lungo un ritto verticale sostenuto da tre piedi o da una solida base. A questo ritto è applicato il porta-oggetti, che consta d'un disco con un foro nel centro, a cui è inferiormente applicato un breve tubo. È bene che nella parte superiore il porta-oggetti sia costituito da una lastra di vetro nero smerigliato, perchè questa sostanza è meno dei metalli attaccabile dagli acidi. Uno specchio concavo posto al di sotto od una lente collocata da un lato permettono di illuminare fortemente l'oggetto: questo poi viene

sostenuto da una lastra di vetro ed ordinariamente coperto con un'altra lastrina sottile di vetro o di mica. Uno schermo con dei fori circolari di vario diametro permette di modificare il fascio di luce che cade sull'oggetto. Però al porta-oggetti furono date varie forme accomodate alla varia natura delle osservazioni microscopiche ed anche l'apparecchio di illuminazione fu in molti modi variato e perfezionato, come avremo occasione di dire nel seguente paragrafo.

I microscopii hanno per lo più verticale il tubo che unisce l'obbiettivo all'oculare; ma qualche volta questo tubo è piegato ad angolo retto e la porzione che contiene l'oculare è orizzontale: allora l'andamento dei raggi nell'interno dello stromento è regolato da un prisma a riflessione totale, e la visione riesce più comoda perchè non vi ha bisogno di piegare il capo all'ingiù. In alcuni altri microscopii l'asta cui sono fissati il tubo, il porta-oggetti e lo specchio è girevole intorno ad asse orizzontale, sicchè si può dare allo stromento la posizione che riesce più comoda.

Da qualche anno si costruiscono microscopii binoculari, i quali hanno un medesimo obbiettivo e due tubi con oculari separati. Questi stromenti sono di due differenti specie, secondo che devono servire per due persone che osservano contemporaneamente lo stesso oggetto o per i due occhi della medesima persona, nel qual caso presentano i vantaggi di uno stereoscopio. Dei primi non occorre che ci occupiamo; di alcuni dei secondi faremo breve cenno.

Nel microscopio binoculare di Wenham uno dei tubi fa un piccolo angolo coll'altro, e parte dei raggi che provengono dall'obbiettivo sono diretti nel tubo inclinato perchè soffrono una doppia riflessione totale su un piccolo prisma di vetro collocato poco al di sopra dell'obbiettivo medesimo: la posizione di questo prisma vien regolata da una vite che ha la testa all'esterno, ed altre viti servono a regolare gli altri pezzi dello strumento.

Il microscopio binoculare di Nachet ha invece i due tubi paralleli che si possono alquanto avvicinare od allontanare fra loro, onde accomodarli alla varia distanza degli occhi nei singoli individui. I raggi che provengono dall'obbiettivo cadono quasi perpendicolarmente sulla base di un prisma di vetro, la cui sezione è un triangolo equilatero, e dopo una riflessione totale sulle sue faccie escono in due fasci e cadono sulle faccie di altri due prismi eguali al primo e posti uno da una parte e l'altro dall'altra di esso. Questi prismi hanno la loro base in alto e le altre faccie quasi parallele a quelle del prisma centrale, sicchè i raggi di luce dopo d'avervi subìto una riflessione totale procedono quasi perpendicolari alle basi dei prismi fino ai due oculari.

289. **Illuminazione dell'oggetto.** — La maniera con cui viene

illuminato l'oggetto ha notevole influenza sulla nettezza e visibilità dell'imagine. Secondo poi che l'oggetto è trasparente od opaco si fa che la luce lo attraversi o vi si rifletta sopra, e la quantità di luce e la direzione dei raggi devono variare nei differenti casi. Per quello che riguarda gli oggetti trasparenti, la luce viene d'ordinario concentrata sull'oggetto mediante uno specchio concavo situato inferiormente al porta-oggetti; ma questa disposizione non è sempre sufficiente. Qualche volta sul rovescio dello specchio concavo sta uno specchio piano, e questo serve a dirigere sull'oggetto un fascio di raggi paralleli, che sono i più opportuni quando si adoperi un piccolo ingrandimento. Per ingrandimenti piuttosto forti possono occorrere o raggi convergenti, o divergenti, o paralleli, e si provvede a questi casi interponendo fra lo specchio concavo o piano ed il porta-oggetti una o più lenti di convergenza: a ciò servono speciali disposizioni nei singoli stromenti. Se si usa lo specchio piano o se quello concavo ha distanza focale molto minore della distanza dello specchio dal porta-oggetti, si può usare una sola lente, ed è opportuna all'uopo una lente piano-convessa colla faccia piana rivolta all'oggetto e di 10 a 15 millimetri di distanza focale. Allora se lo specchio è piano, si hanno raggi convergenti o divergenti secondo che si considerano prima o dopo che si siano raccolti nel foco: se invece si adopera lo specchio concavo si hanno raggi convergenti, paralleli, o divergenti secondo che la distanza fra la lente e lo specchio è maggiore, eguale o minore della somma delle distanze focali della lente e dello specchio.

In generale l'asse del cono o del cilindro di raggi che cadono sull'oggetto deve essere parallelo all'asse del microscopio: però quando, avendo osservato l'oggetto nel suo complesso, si voglia osservarlo nei suoi particolari più difficili a distinguersi, si fa che il fascio di raggi cada obliquamente sull'oggetto.

Per regolare la quantità di luce si adoperano dei diaframmi circolari, i quali per lo più intercettano i raggi che stanno verso l'orlo esterno del fascio: qualche volta però questi diaframmi intercettano i raggi centrali, e la scelta di uno o l'altro di essi non è sempre indifferente. I fori di questi diaframmi stanno per lo più su un disco sottoposto al porta-oggetti, sono di differenti dimensioni e facendo rotare il disco, su cui si trovano, si può portare ciascuno di essi sotto l'apertura del porta-oggetti.

I corpi opachi vengono illuminati da una lente situata in opportuna posizione rispetto al porta-oggetti: però quando l'ingrandimento non sia maggiore di 60 o 70 volte e l'obbiettivo sia sufficientemente discosto dall'oggetto, non fa d'uopo di alcuna illuminazione artificiale. Se poi l'oggetto non occupa tutto il campo del microscopio, conviene che la tavoletta, su cui è adagiato, sia annerita, oppure di tal colore che faccia spiccare i contorni dell'oggetto.

Concentrare sopra l'oggetto la luce diretta del sole è opportuno soltanto quando quello sia opaco ed illuminato per riflessione. In ogni altro caso si può utilizzare la luce del sole o facendola passare per un corpo traslucido o concentrando sull'oggetto la luce riflessa da una superficie bianca. Nel primo caso è opportuno adoperare un vetro smerigliato sopra una sola delle sue faccie; nel secondo il meglio di tutto è raccogliere la luce riflessa da un'ampia nuvola bianca uniformemente illuminata e non troppo vicina al sole. Se ciò non è possibile, si potrà raccogliere la luce del sole riflessa da una carta bianca o da altro corpo di superficie liscia e bianca. Per ingrandimenti mediocri basta anche la luce diffusa del cielo sereno, la quale dà una illuminazione uniforme e che non stanca la vista. Quando poi si osserva illuminando l'oggetto con luce che lo attraversi è bene trattenere con uno schermo quella che cade sulla faccia superiore di esso.

La luce artificiale non è consigliabile per lunghi lavori al microscopio, perchè offende gli occhi; ma dovendo ricorrere ad essa potrà servire qualunque lampada: sono tuttavia preferibili quelle ad olio di Argand, quelle a petrolio e le fiamme a gas. Converrà poi coprire la fiamma con un vetro traslucido, e sarà bene interporre sul cammino dei raggi luminosi una lastrina di vetro di cobalto.

290. **Ingrandimento d'un microscopio.** — L'ingrandimento d'un microscopio non si può misurare in via assoluta perchè, anche mantenendo invariati tutti gli elementi del microscopio, esso varia colla distanza della visione distinta dei singoli osservatori: di più anche per lo stesso osservatore l'ingrandimento varia col tempo perchè non sempre l'occhio ha la stessa distanza di visione distinta. Per avere una regola fissa si ritiene che la distanza della visione distinta sia di 25 centimetri (*): se tale non è la distanza per cui si è determinato l'ingrandimento del microscopio, è facile ridurlo a quello che sarebbe per una visione normale, giacchè gli ingrandimenti stanno fra loro come le distanze della visione distinta. Così un ingrandimento di 160 osservato per una distanza di 20^c diventa $\frac{160 \times 25}{20} = 200$ per una persona di vista ordinaria.

L'ingrandimento d'un microscopio è il prodotto degli ingrandimenti parziali dell'obbiettivo e dell'oculare, sicchè, se questi fossero noti, si potrebbe tosto dedurne quello del microscopio composto. Ma in generale questi ingrandimenti non son conosciuti, ed anzichè determi-

---

(*) Altri adottarono 5 pollici inglesi ($= 12^c,7$), od 8 pollici renani ($= 20^c,9$), o 10 pollici parigini ($= 27^c,1$). Ora è quasi generalmente prescelto il numero sopra indicato.

narli, si misura sperimentalmente l'ingrandimento complessivo. A tal fine si può procedere così. In luogo dell'oggetto si colloca un micrometro cioè una lastrina graduata di vetro sulla quale un millimetro è diviso in 20 o in un numero maggiore di parti eguali: poi mentre con un occhio si osservano queste divisioni attraverso al microscopio, coll'altro si guarda un'asta divisa in millimetri posta alla distanza della visione distinta e perpendicolare alla direzione dei raggi che vanno dall'occhio al punto di mezzo dell'asta medesima. Con un po' d'esercizio si riesce a sovrapporre le due imagini ed a vedere quante divisioni viste ad occhio nudo siano comprese fra due divisioni vedute attraverso al microscopio. Se per esempio la lastrina di vetro è divisa in ventesimi di millimetro e se l'ampiezza di due particelle viste nel microscopio comprende sette millimetri visti ad occhio nudo, l'ingrandimento è $20 \times \frac{7}{2} = 70$.

Con maggiore esattezza si ottiene l'ingrandimento d'un microscopio adattando al suo oculare una di quelle *camere chiare* che servono appunto a copiare gli oggetti visti nel microscopio: esse si fondano sulle proprietà delle lenti e dei prismi, e fanno in modo che allo stesso occhio arrivino contemporaneamente i raggi partiti dall'oggetto che si osserva col microscopio e quelli che provengono da un foglio di carta posto lateralmente. Collocato allora un micrometro al posto dell'oggetto, se ne copia la graduazione su un foglio di carta situato alla distanza della visione distinta e prossimamente perpendicolare alla direzione dei raggi che partendo dalla punta della matita giungono all'occhio. Poi misurando con una scala divisa in millimetri la distanza fra due successive divisioni della copia ottenuta, e moltiplicando il numero di millimetri così trovato pel numero di parti in cui è diviso un millimetro sul micrometro, si ottiene il cercato ingrandimento. È palese che si può usare la camera chiara anche nel metodo di sovrapposizione che abbiamo indicato per primo e che ambedue questi processi possono applicarsi anche al microscopio semplice.

Se non si possede alcuna delle camere chiare di sopra accennate si può supplire facilmente applicando davanti all'oculare una lastrina trasparente inclinata di 45° al piano dell'oculare medesimo. È conveniente impiegare lamine molto sottili affine di evitare la moltiplicità delle imagini prodotte per riflessione: una laminetta di mica grossa $\frac{1}{20}$ od $\frac{1}{30}$ di millimetro è molto opportuna allo scopo, e la si può fissare allo stromento con un po' di cera. Si possono usare anche lamine di vetro purchè sieno grosse 5 o 6 millimetri, onde siano portate fuori del campo dello stromento le imagini prodotte dalla riflessione sulla faccia inferiore della lastra. Un altro espediente

è quello suggerito dal Mozzoni (*), e consiste nell'affumicare alquanto una faccia della lastrina di vetro: allora vengono tolte le imagini più deboli, ma il vetro rimane abbastanza trasparente per potervi vedere attraverso. Se si vuole che l'imagine vista nel campo del microscopio si proietti su un foglio di carta orizzontale, si può disporre lateralmente alla lastrina ed alla medesima altezza un prisma di vetro, la cui sezione sia un triangolo rettangolo: l'ipotenusa di esso si tiene parallela alla lastrina e l'angolo rifrangente deve rimanere nello spazio compreso fra questa e l'ipotenusa. È poi sempre opportuno procurare che il colore della carta su cui si proietta l'imagine del micrometro, e in generale dell'oggetto che si vuol copiare, sia presso a poco eguale a quello del campo del microscopio; che l'oggetto od il micrometro appariscano verso il centro del campo dello stromento, che l'occhio rimanga immobile finchè si compie il disegno o la misura e che la scala divisa od il foglio, su cui si proietta l'imagine del micrometro o dell'oggetto, sia all'esatta distanza della visione distinta.

Quando si voglia con un micrometro misurare la *grandezza vera* di un oggetto, si dispone nel piano in cui si trova l'imagine reale, prodotta dall'obbiettivo, un micrometro, e si osserva quante particelle di questo micrometro siano comprese fra le imagini dei punti dell'oggetto di cui si vuol conoscere la distanza. Siano n queste parti e d la distanza cercata: sarà

$$d = \frac{n}{k},$$

dove k è un coefficiente d'ingrandimento variabile da un microscopio all'altro. Per determinar k si sostituisce all'oggetto un altro micrometro sul quale un millimetro sia diviso in un numero m di parti: se allora b parti del micrometro oculare viste attraverso il microscopio coprono a parti dell'altro, sarà

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{k},$$

e quindi

$$k = \frac{b\,m}{a}.$$

Altre volte la misura di un oggetto si ottiene mediante un oculare micrometrico (§ 37) applicato al microscopio; qualche altra volta il microscopio porta un reticolo ed il porta-oggetti è costituito da un telaio mosso da un'esatta vite micrometrica: portando allora succes-

---

(*) Santini, *Teorica degli stromenti ottici*. Padova, 1828, T. II, 209.

sivamente in coincidenza col filo del reticolo le imagini di due punti dell'oggetto e tenendo conto del numero dei giri fatti fare alla vite, si determina facilmente la distanza di quei due punti in una direzione parallela all'asse della vite.

Finalmente si può anche collocare l'oggetto sopra un micrometro ed osservare col microscopio quante particelle esso copra, con che se ne ottiene tosto la lunghezza in una data direzione: ma questo metodo ha l'inconveniente che, ove l'oggetto sia di una certa grossezza, non compariscono simultaneamente distinti gli orli dell'oggetto e le divisioni del micrometro.

Onde accertarsi che i metodi ora accennati per misurare la grandezza degli oggetti conducano a risultati esatti è opportuno avere un oggetto le cui dimensioni siano pienamente determinate e che serva di confronto nelle altre misure. Jurin propose di scegliere un filo d'ottone ben omogeneo e molto sottile, il cui diametro si può determinare con tutta esattezza nel modo seguente. Si avvolge il filo di ottone intorno ad un filo metallico del diametro di 6 ad 8 millimetri, e adoperando una buona lente si ha cura che le spire del filo siano esattamente a contatto l'una dell'altra; poi si misura con diligenza la lunghezza occupata da qualche centinaio di queste spire, e dividendo la lunghezza così ottenuta pel numero delle spire si ha il diametro del filo d'ottone. L'operazione di ravvolgere il filo si fa molto comodamente su un tornio. Harting poi osservò che nel ravvolgere il filo, questo alcun poco si schiaccia, sicchè la sua sezione diventa ovale: è dunque bene adoperare come campione un pezzetto di filo disposto come si trovava sul filo più grosso. Noto in questo modo il diametro del filo d'ottone, si può con esso determinare quale sia l'errore dei singoli micrometri o del passo della vite che serve a spostare il porta-oggetti, e tenerne conto nel calcolare l'ingrandimento d'un microscopio.

291. **Esame d'un microscopio.** — Il pregio di un microscopio, più ancora che dall'ingrandimento, è determinato dalla nitidezza delle imagini che esso offre: è infatti evidente che un maggiore ingrandimento riesce affatto inutile quando non si distinguano più facilmente le minime particolarità degli oggetti. Perciò nella pratica si suol distinguere nel microscopio varie proprietà, le quali dipendono dalla più o meno perfetta disposizione delle lenti, dalla correzione delle aberrazioni di sfericità e di cromatismo, e dalla grandezza dell'angolo di apertura dell'obbiettivo. Le proprietà ora accennate sono principalmente quella di dare imagini a contorni netti, ben definiti e sottili, simili a quelli di una buona incisione; quella di far risaltare le più minute particolarità di struttura della superficie e dell'interno degli oggetti esaminati; e infine la proprietà di offrire imagini uni-

formemente ingrandite e distinte così verso il centro, come verso la periferia del campo visivo. L'esame di un microscopio esige dunque operazioni lunghe e pazienti; ma noi ci limiteremo ad indicare le più facili e le più essenziali, rimettendo per maggiori particolari alle opere già citate.

Per riconoscere in qual grado sieno corretti gli errori di sfericità e di cromatismo in un microscopio, lo si dispone a tre o quattro metri da una finestra, e sulla tavoletta annerita del porta-oggetti si collocano due o tre goccioline assai piccole di mercurio, quali si ottengono agitando in una bottiglia del mercurio insieme ad acqua. Ciascuna di queste goccioline offre allora una piccolissima imagine della invetriata, e se le aberrazioni sono bene corrette, ed è conveniente la distanza dell'imagine, i contorni di questa riescono sottili, netti e poco o nulla colorati. Avvicinando poi od allontanando l'obbiettivo dal porta-oggetti, l'imagine scompare quasi improvvisamente ed è sostituita da un circolo luminoso. L'orlo di questo circolo è più o meno colorato, secondo che l'errore di cromatismo è più o meno imperfettamente corretto, e all'intorno apparisce una nebbia tanto più sensibile quanto più grande è l'aberrazione di sfericità. Per microscopii di forte ingrandimento è più facile ricorrere all'osservazione di quelle minutissime screpolature che spontaneamente si producono sopra la superficie leggermente affumicata di un vetro tenuto per pochi istanti nella fiamma di una candela: i criterii che valgono in questo caso sono quegli stessi che abbiamo testè indicati.

Onde facilitare l'esame complessivo d'un microscopio furono scelti alcuni organi di animali o di piante di struttura assai delicata, ma con segni caratteristici, e se ne fece una specie di scala secondo la maggiore o minore difficoltà di analizzarne col microscopio i particolari. Oggetti di prova opportunissimi per questo riguardo sono le squamette che coprono la cute di molti insetti e le ali di alcune farfalle, e meglio ancora le incrostazioni silicee delle diatomee. Ma per ottenere maggiore uniformità nei tipi, che servono all'esame di un microscopio, Nobert sostituì agli oggetti di prova organici dei micrometri formati da varii gruppi di linee sempre più ravvicinate. Le lastrine di prova di Nobert contengono i dieci gruppi seguenti:

N°	Distanza delle linee millimetri	Numero di linee su 1^{mm}
1	0,002 256	443
2	0,001 937	516
3	0,001 661	602
4	0,001 424	702
5	0,001 221	819

N°	Distanza delle linee millimetri	Numero di linee su 1^{mm}
6	0,001 046	956
7	0,000 897	1115
8	0,000 768	1302
9	0,000 660	1515
10	0,000 509	1964.

Un buon microscopio che ingrandisca 70 volte deve mostrare separate e distinte le linee del primo gruppo; uno che ingrandisca 300 volte deve risolvere le linee del sesto o settimo gruppo, ecc. Più tardi Nobert costruì lastrine di prova ancor più estese: esse comprendono fino a trenta gruppi, e nell'ultimo le strie sono tanto ravvicinate che una linea del piede di Parigi ne comprenderebbe 8000.

Comunque si faccia l'esame d'un microscopio, convien avvertire che la nitidezza con cui si vedono gli oggetti dipende in gran parte dall'illuminazione. Così se la luce arriva sul micrometro obliquamente, anzichè ad angolo retto, le strie si osservano con maggior facilità.

Il campo visivo di un microscopio apparisce piano quando l'ingrandimento è uniforme così verso il centro come verso la periferia del campo medesimo, e quando le imagini degli oggetti appaiono egualmente distinte, qualunque sia il posto che esse occupano nel campo dello stromento. L'uniforme ingrandimento si può riconoscere osservando col microscopio una lastrina di vetro sulla quale siano tracciate alcune linee fra loro parallele e molto ravvicinate: allora se l'ingrandimento è lo stesso per i varii punti del campo, le imagini delle linee appariscono ancora rette e parallele; altrimenti si vanno incurvando mano a mano che si allontanano dal centro del campo. Meglio ancora si riconosce questo effetto adoperando una lastrina di vetro sulla quale siano incisi due sistemi di rette fra loro perpendicolari in modo da formare un piccolo reticolato.

Per riconoscere se le imagini sono egualmente distinte in ogni parte del campo si può passare col dito sopra una lamina di vetro ben piana e pulita ed esaminare col microscopio se in tutti i punti del campo visivo le strie appariscono con egual nitidezza.

292. **Uso del microscopio.** — Il buon uso del microscopio si può apprendere soltanto coll'esercizio, paragonando le apparenze degli oggetti, che si osservano, coi disegni dei medesimi oggetti ingranditi, delineati da osservatori provetti. Sono infatti moltissime ed assai svariate le illusioni che il principiante incontra nello studiare un mondo del tutto nuovo, e solo una conveniente pratica può dirigerlo

per non incorrere in errori grossolani. Nell'impossibilità dunque di offrire norme speciali, ci accontenteremo delle poche regole generali che seguono.

Gli oggetti che si esaminano col microscopio si dispongono ordinariamente fra due lastrine di vetro: la scelta di queste lastrine non è sempre indifferente, perchè, per forti ingrandimenti, ad un dato obbiettivo si possono soltanto applicare lastrine di determinata grossezza. Tuttavia ai soliti microscopii si possono adattare lastrine di vario spessore, purchè si regoli convenientemente la distanza fra l'obbiettivo e l'oggetto. Amici sostituì alla lastrina che copre l'oggetto una goccia d'acqua, nella quale rimane immersa la faccia inferiore dell'obbiettivo, e questo obbiettivo dicesi allora *ad immersione:* molto pregiati sono gli stromenti di tal genere costruiti da Hartnack.

Prima di fare un'osservazione è necessario accertarsi che le lenti, in particolare quelle dell'oculare, e le lastrine che servono a sostenere ed a coprire gli oggetti, siano molto pulite. A tal uopo non è sempre bastevole una semplice pulitura, ma conviene osservare col microscopio se compariscono nel campo macchie o strie, e rigettare quelle lastrine che presentassero qualche difetto. Conviene poi ridurre piano e sottile quanto più è possibile il corpo che si deve osservare, affinchè ne riesca netta la visione.

Circa agli ingrandimenti è bene cominciare dai deboli e procedere poi ai più forti, onde formarsi dapprima un'idea dell'insieme del corpo e passar quindi all'analisi dei particolari: è poi opportuno scegliere obbiettivi di forte ingrandimento ed oculari deboli, e compiere l'esame con quel sistema che offre la massima nitidezza dell'imagine.

Volendo muovere leggermente l'oggetto, o fare in esso qualche sezione o un'altra operazione qualsiasi, conviene tener appoggiate le mani su un sostegno, onde riescano più ferme e sicure.

La parte dell'oggetto che viene studiata deve possibilmente occupare il centro del campo e si deve cercare di osservarla in differenti direzioni onde poterla analizzare con maggior sicurezza.

L'illuminazione non dev'essere soverchia, affinchè non stanchi la vista e non dia luogo a facili illusioni; deve però essere ben regolata ed omogenea. È poi buona cosa abituarsi a tener aperti ambedue gli occhi durante le osservazioni, ed è necessario abbandonare ogni indagine quando si prova un senso di stanchezza o di dolore agli occhi.

PARTE SESTA

MAGNETISMO

293. **Delle varie determinazioni relative al magnetismo terrestre.** — Il magnetismo terrestre presenta una serie di pazienti e difficili indagini, alcune delle quali non possono venire eseguite se non in appositi osservatorii. Si può ad esempio prefiggersi di conoscere in un dato luogo e in un dato istante la direzione e la intensità della forza magnetica terrestre, oppure si può studiare quali variazioni avvengano col tempo in quella direzione e in quella intensità. Quest'ultima classe di ricerche è appunto quella che esige ordinariamente un apposito edificio, ossia un osservatorio magnetico.

Per non estenderci soverchiamente e per non entrare in un campo affatto speciale ci atterremo quasi esclusivamente alla prima parte, cioè alla determinazione assoluta della direzione e della intensità della forza magnetica terrestre. Distingueremo poi questa ricerca, come è costume, in tre parti: nella misura cioè della declinazione, in quella della inclinazione e in quella dell'intensità.

Misura della declinazione magnetica.

294. **Dei varii strumenti destinati alla misura della declinazione magnetica.** — La misura della declinazione, vale a dire dell'angolo formato dal meridiano magnetico col meridiano astronomico, si effettua sempre determinando la posizione rispetto al meridiano astronomico di un'asta magnetica o calamita, la quale sia sospesa per modo da poter liberamente girare in piano orizzontale. Gli strumenti però, di cui si fa uso a tale scopo, e la cui parte essenziale è la calamita anzidetta, differiscono assai l'uno dall'altro, tanto per la forma, quanto per la precisione dei risultati. Si può ad esempio far uso della bussola marina, di una bussola di declinazione,

del magnetometro fisso di Gauss, di quello portatile di Leyser, del teodolite magnetico di Lamont, ecc.

Due sono i sistemi di costruzione più frequentemente adottati in questi varii strumenti. Nel primo la calamita sospesa sta col punto di mezzo del suo asse sopra il centro di un disco orizzontale, lungo il cui orlo diviso si movono le due punte od estremità della calamita medesima quand'essa vien tolta dalla sua posizione di equilibrio. La calamita è talora appoggiata in bilico sopra un pernio appuntito, tal altra è sostenuta da un filo sottilissimo di metallo o di seta. Quando il suo peso lo richieda, si può anche far uso di un fascio di sottili fili di seta. Il filo di sospensione è superiormente sostenuto da un cilindro verticale girevole intorno al proprio asse verticale, in modo che gli si possa dare qualunque torsione.

Assai più recente è il secondo sistema di costruzione dovuto al Gauss, il quale vantaggiosamente applicò un metodo di osservazione già suggerito alcuni anni innanzi dal Poggendorff (*). Anche in questo sistema la calamita o barra magnetica è sospesa in piano orizzontale mediante un filo, al quale può darsi qualunque torsione. La barra è introdotta in una guaina di ottone sostenuta dal filo e porta poi uno specchietto disposto perpendicolarmente all'asse magnetico di essa, applicato ad una estremità oppure al punto di mezzo. Talora v'ha delle viti che servono a dare l'opportuna posizione a questo specchio, più frequentemente esso è fisso.

La Fig. 22 rappresenta appunto il magnetometro di Gauss. *M* è la barra magnetica, che porta lo specchio ad uno dei suoi capi: essa è circondata da una cassa esagona *K*, nelle cui pareti verticali vi ha un foro. A qualche distanza, nella direzione del meridiano magnetico, di fronte alla faccia riflettente dello specchio, ed al foro or nominato, è collocato un teodolite *T*. Sotto l'obbiettivo del cannocchiale di questo è disposto orizzontalmente un regolo *SR* di-

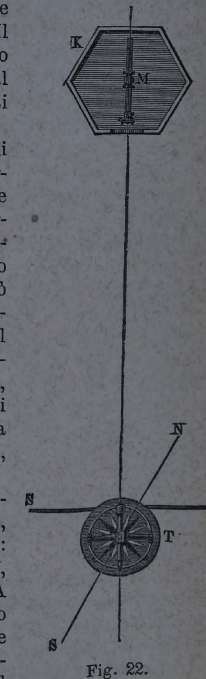

Fig. 22.

(*) Poggendorff, *Pogg. Ann.*, VII (2), (1826).
Gauss, *Göttinq. Gelehrte Anz.*, 1833, N. 205 a 207.

viso per lo più in millimetri e avente direzione perpendicolare al meridiano magnetico. Il punto di questo regolo o scala, che serve di origine alle letture, si determina col mezzo di un filo a piombo, che passi per il centro dell'obbiettivo. L'asse del cannocchiale deve essere così inclinato all'orizzonte che si possano vedere con esso le divisioni della scala riflesse nello specchio.

Le divisioni sono talvolta tracciate sul regolo come nelle scale ticoniche, affinchè si possa valutarne meglio le frazioni.

Nel primo dei due sistemi di osservazione la posizione dell'asta magnetica viene direttamente determinata osservando a quali divisioni del cerchio diviso trovinsi di fronte le estremità della calamita stessa, e se con un cannocchiale annesso allo strumento o in altro modo qualunque si determini qual diametro del disco giaccia nel meridiano astronomico, si può immediatamente dedurne la declinazione.

Nel secondo sistema se l'asse ottico del cannocchiale sta nel piano del meridiano magnetico e se lo specchio è perpendicolare all'asse magnetico della calamita, l'imagine riflessa del punto della scala, che sta al dissotto del centro dell'obbiettivo e che prendesi per origine delle letture, deve apparir coincidente col filo verticale del reticolo del cannocchiale. Allora la direzione del meridiano magnetico sarà pur quella del cannocchiale.

Se poi scorgesi invece coincidere con quel filo l'imagine riflessa di una divisione che disti l millimetri dal punto di origine, l'angolo α che la direzione del cannocchiale forma col meridiano magnetico, è dato dalla relazione

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{l}{d},$$

dove d è la distanza della scala dallo specchio espressa in millimetri. Col cannocchiale medesimo del teodolite si può determinare la direzione del meridiano astronomico e quindi dedurre il valore della declinazione.

Il magnetometro di Lamont partecipa dell'uno e dell'altro sistema, perchè l'ago è fornito di specchio, ma non si leggono col cannocchiale le divisioni della scala. Il cannocchiale, che è girevole intorno all'asse stesso dello strumento, si porta sempre in un piano perpendicolare allo specchio e la sua posizione si determina sul lembo di un cerchio diviso.

Oltre ai descritti sistemi ne vien pure qualche volta adottato un altro che dicesi di collimazione. Sopra o sotto al punto di mezzo dell'ago si colloca un obbiettivo, il cui asse ottico sia parallelo a quello dell'ago. Dietro si pone una piccola scala in modo che si trovi esattamente nel piano focale dell'obbiettivo. Se si osserva con un cannocchiale posto innanzi all'ago, si ottiene una imagine della scala, e

una data divisione coincide col reticolo quando l'ago è nel meridiano magnetico. Allorchè poi l'ago vien deviato, un'altra divisione coincide col reticolo stesso, e dalla distanza delle due divisioni si può agevolmente dedurre l'angolo di deviazione.

La diversità dei sistemi di costruzione dei varii strumenti ci impedisce di dare una minuta descrizione del modo di operare per misurare la declinazione. Esporremo tuttavia alcune avvertenze, le quali possano servire per tutti gli strumenti in generale, o almeno per quelli, che hanno importanza maggiore.

295. **Collocazione dello strumento.** — Lo strumento dev'essere posto in tali condizioni che non si risenta facilmente dei movimenti di persone o di carri, che avvengono in vicinanza. Perciò, se è strumento portatile, lo si collocherà sopra una solida mensola infissa in un muro e a preferenza a piano terreno. Meglio di tutto se si possa disporre di un masso di pietra saldamente piantato nel suolo.

Quando poi si tratti di magnetometro fisso, esso vien sempre collocato in una stanza terrena, e il filo di sospensione viene attaccato al cielo della stanza o a sostegni irremovibili appoggiati sopra pilastri appositi o sopra i muri.

Bisogna aver cura che non vi sieno in vicinanza masse di ferro, in ispecie allorquando si tratta di fare determinazioni assolute. Quando per osservare occorra far uso di un teodolite, questo contiene ordinariamente qualche piccola parte in ferro, ma siccome si tiene a 5 o 6^m di distanza, non esercita sensibile perturbazione. Però i teodoliti destinati agli osservatorii magnetici si costruiscono per lo più appositamente senza acciaio, nè ferro.

Quando delle masse di ferro abbastanza considerevoli, come arpioni, catene, inferriate, ecc. si trovino alla distanza di 30^m all'incirca, è probabile che non esercitino effetto sensibile neppure sopra strumenti delicati, ma è bene sempre sfuggire l'azione di queste cause di errore, allorchè si esiga precisione.

Negli strumenti portatili la calamita è sempre racchiusa entro apposita custodia: nel caso del magnetometro essa è circondata dalla cassa esagona rappresentata dalla Fig. 22. Questa cassa, oltre al foro nella parete verticale, che dev'essere fornito di uno sportello, deve averne uno nel coperchio per il passaggio del filo di sospensione.

È molto importante accertarsi che le correnti d'aria non penetrino nell'interno della custodia o cassa, specialmente allorchè si opera all'aperto, e sarà bene che la custodia abbia l'ampiezza necessaria ai movimenti della calamita e nulla più, per evitare che si stabiliscano correnti d'aria nell'interno.

Quando si deve operare all'aperto, si abbia cura di scegliere un luogo che si possa facilmente designare con precisione. Di fatto anche

all'aperto può avvenire che esistano delle cause speciali, che alterino i risultati ottenuti in un dato luogo. Quando il luogo vien designato con precisione, i risultati posti a confronto con altri successivamente ottenuti possono servire a risolvere importanti questioni e principalmente a determinare il valore della variazione secolare.

296. **Sospensione.** — La calamita nel caso di osservazioni precise vien sempre sospesa mediante un filo. Si può, come si è detto, adottare un filo metallico oppure un fascio di fili di seta. Un filo metallico, a parità di resistenza allo stiramento, ha una elasticità prossimamente dieci volte maggiore di un fascio di fili di seta. Quest'ultimo ha lo svantaggio che si allunga notevolmente per l'azione del peso e che la posizione, in cui esso è libero da torsione, varia per lungo tempo continuamente ed è dipendente dal peso. Però anche per i fili metallici, come il Lamont osservò, quando essi si allungano o si raccorciano sia per il calore o per altra cagione, cangia la posizione, in cui la torsione è nulla.

Ciascun filo di seta semplice comune si può ammettere che porti 30 grammi all'incirca; ma per lo più si carica soltanto della metà.

Per apparecchiare un fascio di fili paralleli, per esempio composto di 80 fili, si può procedere così. Disposti orizzontalmente e parallelamente due tubi di vetro ad una distanza doppia della lunghezza da darsi al fascio, si conduce il filo semplice 40 volte continuamente dall'uno all'altro tubo, formando così un anello di 20 giri. I due capi estremi vengono fermamente legati ai tubi e allontanando questi ultimi si tende uniformemente il filo. Poi in mezzo fra i due tubi viene appeso un uncino con un piccolo peso, i due tubi vengono alzati e ravvicinati e riunite in una le ripiegature del filo intorno ai tubi.

297. **Avvertenze relative alla torsione.** — Perchè la direzione dell'asse magnetico della calamita coincida con quella del meridiano magnetico, bisogna che il filo di sospensione non sia soggetto a torsione. Per toglierla, almeno in gran parte, si osserva anzitutto la posizione di equilibrio della calamita, poi la si toglie dalla guaina e le si sostituisce un'asta di ottone, la quale abbia lo stesso peso e la stessa forma. Se il filo prima era torto, l'asta di ottone non assumerà la posizione medesima della calamita: in tal caso si girerà o il sostegno superiore del filo o la guaina di sotto, a seconda della speciale costruzione dello strumento, di quanto occorre perchè l'asta non magnetica assuma la detta posizione. Si tornerà poi ad introdurre nella guaina la calamita e si osserverà qual posizione essa prenda. Poi si tornerà a porre in sua vece l'asta di ottone, e nel caso che la differenza fra le posizioni delle due aste non sia molto piccola si ripeterà l'operazione.

Nel modo ora indicato si può togliere pressochè interamente la torsione, e per le determinazioni ordinarie si può anzi ammettere che essa sia totalmente eliminata. Se si tratta di determinazioni molto precise, se per esempio si deve fare osservazioni col magnetometro, allora, dopo l'operazione descritta, si suole determinare la correzione che si deve applicare alle letture per la torsione, la quale rimane tuttavia. A tal uopo si fa prima una osservazione con la calamita e si nota la divisione S_1 della scala che si scorge coincidere col reticolo. Si dà poi al filo la torsione di un certo numero di gradi, per esempio di 360°, e si trova in simil modo la divisione S_2: la deviazione prodotta è

$$S_2 - S_1 = n,$$

supposto che nel frattempo non sia avvenuta alcuna variazione della declinazione.

Di poi si sostituisce alla calamita un'asta di ottone o di rame, detta *di torsione*, la quale per lo più si fa che sia soggetta ad una piccola forza direttrice ponendo in una cavità situata nel mezzo una calamita lunga un decimo circa dell'asta intera. Quest'asta di torsione deve avere lo stesso peso della calamita, cui viene sostituita.

Senza mutare la torsione si fa una osservazione con l'asta di torsione e si trova S_4. Poi, tolta la torsione, si fa un'altra osservazione con l'asta medesima e si trova S_3. Poniamo

$$S_4 - S_3 = N,$$

e sarà N molto maggiore di n, perchè la torsione ha una influenza molto maggiore sulla seconda asta.

In un'altra determinazione qualunque debbasi valutare la correzione dovuta alla torsione. Poniamo che, dopo aver osservato la posizione d'equilibrio della calamita, si sostituisca l'asta di torsione e si noti una differenza eguale ad m divisioni: la correzione da applicarsi alle letture sarà

$$m \frac{n}{N - n},$$

la quale dovrà aggiungersi alla lettura, se la torsione tende a diminuirla, e venirne sottratta nel caso contrario.

298. **Difetto di coincidenza dell'asse geometrico con l'asse magnetico.** — L'asse magnetico della calamita sospesa può non coincidere con l'asse geometrico. In tal caso leggendo in una bussola la posizione delle estremità dell'ago, ossia la direzione dell'asse geometrico, si può commettere un errore rilevante, che importa

correggere. Perciò, ogni qual volta lo strumento lo permetta, è d'uopo, fatta un'osservazione, rovesciar l'ago, in modo che la faccia inferiore diventi superiore, e fare una seconda osservazione. La media aritmetica dei due valori così trovati si prende come risultato corretto. Si leggono poi sempre le posizioni di ambedue le estremità dell'ago per correggere l'errore, che potrebbe risultare dall'essere il punto di mezzo dell'ago non esattamente al di sopra del centro del cerchio.

Negli strumenti a riflessione è necessario che lo specchio sia perpendicolare all'asse magnetico della calamita o che mediante il capovolgimento facciasi una consimile correzione. Per accertarsi se lo specchio sia disposto a dovere si attende che la calamita sia in equilibrio e si osserva qual divisione coincida col reticolo, poi si rovescia la calamita in modo che la faccia inferiore diventi superiore. Allora, se lo specchio non è perpendicolare all'asse magnetico, facendo una seconda osservazione si troverà una divisione diversa da quella di prima. Poniamo che la prima lettura sia a, l'altra b, contando le divisioni non dal punto di mezzo, ma da un capo della scala. Se lo specchio si può leggermente spostare mediante viti, si farà in modo che la divisione, di cui si scorge l'imagine riflessa sia quella segnata col numero $\frac{a+b}{2}$, e poi si ritenterà la prova finchè col rovesciamento non si scorga differenza alcuna. Qualora non si possa smovere lo specchio, bisognerà nelle successive osservazioni applicare ai risultati la correzione $\frac{b-a}{2}$, aggiungendola o sottraendola ad essi a seconda del caso, il che è facilissimo rilevare.

Quando con uno strumento si debbano fare molte osservazioni successive, sarà bene determinare la correzione almeno due volte, vale a dire al principio e alla fine, per prender la media dei valori trovati.

Nella determinazione di questa correzione importante, è opportuno rovesciare più volte successivamente la calamita e fare, ad esempio, sei osservazioni, tre in una posizione della calamita e tre nell'altra, alternando queste con quelle. In tal modo si riesce a porsi al sicuro dagli errori accidentali, in cui può sempre incorrere anche l'osservatore più esperto, e si può inoltre verificare se durante l'operazione avvengano delle perturbazioni magnetiche, le quali possono impedire di ottenere buoni risultati anche se si opera con la massima cura. Nell'ipotesi assunta che siensi fatte sei osservazioni, se le tre fatte in una medesima posizione concordino fra loro e così le altre tre, è probabile che non si sia commesso alcun grave errore, nè sia avvenuta una notevole perturbazione. Se una tale concordanza non si verifica, nè si può ottenerla facendo nuove osservazioni ed aumentando le cautele, è molto probabile che sia causa di ciò una perturbazione magnetica, ed è bene rimettere l'operazione ad un altro giorno.

In qualche strumento, come nel teodolite magnetico da viaggio del Lamont, il capovolgimento non è possibile, ma v'ha un apparecchio apposito con calamita capovolgibile, mediante il quale, prima d'imprendere le determinazioni, si fa una osservazione esatta della declinazione, capovolgendo l'ago e prendendo ogni altra precauzione per attenuare gli errori. Poi con l'apparecchio ad ago non capovolgibile si determina parimenti la declinazione, cercando che l'intervallo di tempo fra le due determinazioni sia il più breve possibile. Infine si fa una terza determinazione col primo apparecchio, e la differenza fra la media dei due risultati estremi e quello intermedio sarà la correzione da applicarsi in ogni caso alle determinazioni fatte con l'ago non capovolgibile.

299. **Correzione per le variazioni diurne.** — È noto che la declinazione magnetica varia sensibilmente nel corso di un giorno seguendo un periodo, che viene frequentemente alterato da perturbazioni accidentali. Quando si vuol misurare la declinazione di un dato luogo, converrebbe propriamente determinare il *medio* valore della declinazione magnetica nel giorno, in cui si opera, e accertarsi nel tempo stesso che in quel giorno non avvennero perturbazioni di rilevante grandezza. Occorrerebbe a tal uopo far molte osservazioni ad eguali intervalli per tutte le 24 ore, il che è quasi sempre difficile a farsi con lo strumento destinato a misure assolute ed è talora impossibile. Il miglior espediente per ottenere la riduzione del risultato ottenuto alla media giornaliera è quello di servirsi di un altro istrumento, con cui si misurino le variazioni della declinazione di tratto in tratto, per esempio, di ora in ora o di mezz'ora in mezz'ora. Siccome questo strumento può esser collocato anche in luogo dove siavi qualche massa di ferro, è più facile eseguire con esso le osservazioni a qualunque ora del giorno. La differenza fra la deviazione osservata nello strumento delle variazioni al momento in cui si è fatta la misura assoluta, e la deviazione media della giornata sarà la correzione da applicarsi alla misura eseguita, aggiungendola, se la misura assoluta vien fatta in ora in cui la deviazione è inferiore alla media, sottraendola nel caso opposto.

L'uso dello strumento misuratore delle variazioni può anche servire per applicare la debita correzione alle osservazioni fatte capovolgendo la calamita, purchè contemporaneamente a queste ultime ne venga eseguito un egual numero con quello strumento.

Se per ridurre la misura assoluta alla media giornaliera non si può disporre del secondo strumento, si può giovarsi delle misure delle variazioni ottenute in un osservatorio magnetico, che non sia a grandissima distanza dal luogo, dove si opera. Qualora neppur questo si possa fare, si cercherà di eseguire due osservazioni l'una all'ora del

minimo, cioè alle 7 antimeridiane nell'estate e più tardi nel verno, fin anche alle 9 e 9 $^1/_2$, l'altra all'ora del massimo cioè intorno alle ore 1 e 30′ nell'inverno ed ore 1 e 45′ nell'estate. Di queste due misure si prenderà la media aritmetica.

300. **Modo di dedurre la posizione di equilibrio osservando le oscillazioni.** — Negli strumenti, che consentono molta precisione, come son quelli a riflessione, la calamita è quasi sempre in oscillazione. Non si può quindi leggere senz'altro una divisione della scala, la quale venga riflessa dallo specchio e coincida col reticolo, ma bensì bisogna, osservando le oscillazioni, dedurre quale sarebbe la posizione dell'asta, quand'essa fosse in equilibrio. A tal uopo si dee fare in modo che le oscillazioni abbiano ampiezza opportuna, il che si ottiene con l'uso di una calamita ausiliaria, che l'osservatore tiene in mano, mentre sta al cannocchiale. Se essa viene alternamente disposta in direzione orizzontale e perpendicolare al meridiano magnetico oppure verticalmente nel piano verticale del meridiano medesimo, si può opportunamente coordinando questi moti alle oscillazioni, impicciolire, come più aggrada, od ampliare queste ultime.

Quando l'ampiezza di una oscillazione sia tale che essa non solo rimanga compresa nel campo del cannocchiale, ma abbracci poche particelle della scala, si può determinare la posizione di equilibrio leggendo più volte successivamente i limiti estremi delle escursioni della calamita e prendendo i punti di mezzo. Se poi è nota, almeno prossimamente, la durata t di una oscillazione, si può avere la posizione di equilibrio al tempo T facendo due osservazioni, l'una al tempo $T - \frac{1}{2}t$, l'altra a $T + \frac{1}{2}t$. Il Gauss suggerisce, per avere maggior precisione, di fare parecchie altre osservazioni prima e dopo di T, sempre alla distanza t l'una dall'altra; a tal uopo i tempi delle osservazioni potrebbero essere

$$T - \frac{5}{2}t, \qquad T - \frac{3}{2}t, \qquad T - \frac{1}{2}t,$$

$$T + \frac{1}{2}t, \qquad T + \frac{3}{2}t, \qquad T + \frac{5}{2}t.$$

La media fra il primo ed il secondo risultato darebbe la posizione di equilibrio al tempo $T - 2t$, quella fra il secondo ed il terzo la detta posizione a $T - t$, e così, similmente operando, si ottengono le posizioni agli altri tempi

$$T, \quad T + t, \quad T + 2t.$$

La media aritmetica di questi cinque valori si può ammettere che rappresenti con molta esattezza la posizione di equilibrio della calamita al tempo T.

301. **Valore di una divisione della scala.** — Quando si osserva mediante specchio e cannocchiale, l'angolo α, formato dall'asse magnetico della calamita con la direzione del cannocchiale del teodolite, è dato dalla relazione già riferita

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{l}{d},$$

dove d è la distanza della scala dallo specchio ed l quella del punto sottoposto al centro dell'obbiettivo dalla divisione, che sarebbe riflessa dallo specchio e coinciderebbe col reticolo, se la calamita fosse in equilibrio. Trattandosi di angoli sempre piccoli, perchè nel collocar gli strumenti si fa che il centro del teodolite cada sulla media direzione del meridiano magnetico passante per il punto di sospensione della calamita, si può prendere

$$\text{tang } \alpha = \frac{l}{2d},$$

ed anzi

$$\alpha = \frac{l}{2d}.$$

Per facilitare il calcolo si suole valutare una volta per tutte il valore in gradi, o in minuti primi, o in secondi, dell'angolo di deviazione corrispondente alla differenza di una particella della scala nella lettura fatta col cannocchiale: questo valore è dato da

$$\alpha_1 = \frac{28^\circ,648}{d} = \frac{1718',9}{d} = \frac{103132'',4}{d},$$

dove d dev'essere espresso in particelle della scala, per esempio, in millimetri, se, come spesso avviene, la scala è divisa in millimetri.

Moltiplicando per α_1 il numero n delle particelle osservato si ha il valore dell'angolo corrispondente con approssimazione assai grande, finchè l'angolo si conserva abbastanza piccolo.

Per deviazioni di

$$1^\circ,\ 2^\circ,\ 3^\circ,\ 4^\circ,\ 5^\circ,$$

gli errori giungono rispettivamente tutto al più a

$$0{,}0004,\ 0{,}0016,\ 0{,}0036,\ 0{,}0064,\ 0{,}0100$$

del risultato.

Per una deviazione che non superi i 6° si può ritenere come esatto il valore

$$\alpha = \frac{1718',9}{d} n \left(1 - \frac{1}{3} \frac{n^2}{d^2}\right).$$

Se per avventura gli angoli di deviazione non fossero molto piccoli, converrebbe tener conto d'alcune altre avvertenze, che verranno indicate più innanzi (§ 322).

302. **Della determinazione del meridiano astronomico.** — La determinazione del meridiano astronomico per esatte osservazioni di declinazione va eseguita col teodolite ed è operazione astronomica. Fissata la posizione dello strumento magnetico, è bene determinare astronomicamente l'azimut di un punto fisso, per esempio dello spigolo di una casa, della punta di un campanile e simili, a cui si possa facilmente rivolgere il cannocchiale dello strumento. In tutte le determinazioni della declinazione, che si facessero successivamente in quel luogo, si potrà valersi di quella *mira*, aggiungendo o sottraendo all'azimut di essa l'angolo formato dalla calamita con la visuale diretta alla mira medesima.

303. **Cenni intorno alla misura delle variazioni della declinazione.** — Per la misura delle variazioni occorre sempre uno strumento molto sensibile. Per ciò si suole far uso di strumenti a riflessione. Delle masse di ferro situate a qualche distanza non portano in questo caso alcun pregiudizio, in quanto esse agiscono come cause perturbatrici costanti: possono però apportar degli errori, se la terra alteri la loro magnetica intensità. Per accertarsi che non si ha nulla a temere dalle masse di ferro, che per avventura esistessero presso al luogo di osservazione, si può prendere una calamita la quale sia di tal potenza e di tal forma da esercitare sopra la calamita dello strumento effetto eguale o maggiore di quello della massa di ferro che si considera, porla a distanza eguale e volgendola in vario senso osservare quale effetto ne risenta la calamita dello strumento. Se questo effetto sia nullo o trascurabile, si potrà esser sicuri da quella causa di errore.

Nella misura delle variazioni, oltre al magnetometro fisso, si può anche adoperare il teodolite magnetico di Lamont. Esso ha il vantaggio di essere facilmente trasportabile e di occupare pochissimo spazio. È strumento che esige qualche cura per essere posto all'ordine e un certo esercizio nell'operare. Così, ad esempio, siccome lo specchio, che pende dalla calamita, è chiuso in una custodia, e siccome la luce si fa cadere sullo specchio mediante una lamina di vetro inclinata a 45° e posta in un intaglio fatto nel cannocchiale, egli è

sempre alquanto difficile l'assestare la lamina di vetro in modo da far cadere la quantità necessaria di luce sullo specchio, e il dirigere il cannocchiale così, da poter scorgere, oltre l'imagine diretta del filo del reticolo, anche la sua imagine riflessa nello specchietto. Con qualche paziente tentativo si riesce però a vincere questa difficoltà, purchè la luce venga in sufficiente copia dall'alto. Una persona esercitata può eseguire con questo strumento le osservazioni della declinazione a brevissimi intervalli di tempo, e con tutta comodità di 5′ in 5′ (*).

304. **Esempio. — Determinazione della declinazione di Padova** (giardino Piazza alla latitudine 45° 23′,9, il giorno 29 aprile 1871) (*dal giornale delle esperienze del Laboratorio di Fisica della R. Università di Padova*). — L'operazione fu eseguita col teodolite di Lamont e precisamente con l'apparecchio ad ago capovolgibile. La torsione si tolse sostituendo all'ago un altro ago di ottone di peso eguale ed operando nel modo indicato al § 297.

Nell'apparecchio ad ago capovolgibile lo specchio fissato alla calamita è parallelo all'asse di essa; il cannocchiale quindi al momento della osservazione si doveva disporre perpendicolarmente al meridiano magnetico. Questa posizione del cannocchiale viene determinata da un indice che è congiunto con esso e scorre sopra il cerchio diviso.

Ecco le osservazioni eseguite:

N°	TEMPO	LETTURA	OSSERVAZIONI
1	2h 35′ pom.	170° 1′,6	Prima del capovolgimento
2	2h 42′	170° 1′,4	
3	3h 13′	170° 1′,4	Dopo il capovolgimento
4	3h 26′	170° 1′,4	
		Medio 170° 1′,45	

(*) Nel giorno 30 agosto 1870, nel quale per eccitamento del signor Diamilla-Muller vennero osservate le variazioni della declinazione in molti paesi, si osservarono in Padova col teodolite di Lamont di 10 in 10 minuti. E la linea spezzata che venne condotta a rappresentare graficamente le variazioni, mostrò una corrispondenza perfetta, anche nelle particolarità più minute, con quelle segnate dagli strumenti registratori di Firenze e di Milano.

Si assunse per mira l'asta verticale della croce di un campanile lontano: diretto ad essa il cannocchiale, la posizione dell'indice sul cerchio diviso si trovò essere

$$207° 18',7.$$

L'angolo formato dalle due successive posizioni dell'ago del cannocchiale era quindi

$$207° 18',7 - 170° 1',4 = 37° 17',3,$$

e siccome lo specchio era parallelo all'asse della calamita, l'angolo formato dalla visuale diretta alla mira col meridiano magnetico risulta eguale a

$$127° 17',3.$$

D'altra parte mediante osservazioni astronomiche si era trovato che l'azimut della mira era 140° 6'. L'angolo di declinazione risulta quindi eguale a

$$140° 6' - 127° 17',3 = 12° 48',7.$$

305. **Altro esempio. — Determinazione della declinazione magnetica di Praga il 13 luglio 1849** (dall'opera del Kreil, *Anleitung zu den magnetischen Beobachtungen*, *Wien*, 1858). — L'esempio precedente si riferisce al caso, in cui non occorra una grandissima precisione. Crediamo pertanto opportuno di riferire, compendiandolo, quest'altro esempio, in cui si troverà un'applicazione più minuta delle varie norme date nei paragrafi precedenti.

Lo strumento adoperato era un magnetometro secondo il sistema di Gauss.

La distanza dello specchio dalla scala era 1471 millimetri: il valore di una divisione della scala, che era divisa appunto in millimetri, era quindi

$$\alpha''_1 = \frac{103132'',4}{1471} = 70'',112.$$

a) *Esperienze per determinare il coefficiente di torsione.*

La torsione del filo fu tolta dapprima quasi interamente nel solito modo. Poi per determinare la correzione resa necessaria dalla torsione rimasta, si operò nel modo indicato al § 297. Si sospese l'asta di torsione e osservando i limiti estremi delle oscillazioni si determinò la posizione di equilibrio dell'asta stessa prima senz'altra torsione che quella ignota rimasta, poi con 360° di torsione aggiunta, poi con 360°

nel senso opposto, e queste operazioni furono per maggior cautela ripetute più volte, come risulta dalla seguente tabella, dove sono registrate le posizioni d'equilibrio dell'asta corrispondenti a quattro successive oscillazioni fatte dall'ago nelle anzidette condizioni diverse. I numeri contenuti in questa tabella esprimono divisioni della scala.

SENZA TORSIONE	TORSIONE + 360°	TORSIONE — 360°	TORSIONE + 360°	TORSIONE — 360°	SENZA TORSIONE
457,60	591,90	322,30	594,80	319,10	462,40
458,45	591,00	323,20	592,75	318,60	460,35
457,25	590,85	322,50	593,85	319,95	462,45
458,90	589,50	322,35	591,65	318,00	463,70
458,05	590,81	322,59	593,26	318,91	462,98
			Medii		

Ora si calcoli facendo le differenze dall'uno al successivo di questi valori medii qual è la differenza N prodotta nella lettura da 360° di torsione. Si avranno i valori:

132,76, 134,11, 135,33, 137,17, 144,07,

il cui medio è

$$N = 136,69.$$

Le differenze fra i cinque valori di N direttamente ottenuti devono essere in parte attribuite alle variazioni della declinazione che possono essere contemporaneamente avvenute e che non furono osservate. Però esse non sono tanto rilevanti da portare errore sensibile nei risultati.

Esperimentando con la calamita nell'identico modo si trovarono le posizioni di equilibrio registrate nella seguente tabella:

SENZA TORSIONE	TORSIONE + 360	TORSIONE — 360	TORSIONE + 360	SENZA TORSIONE
477,30	517,65	434,75	517,60	476,15
477,40	519,15	436,40	520,80	476,85
477,20	517,90	435,25	517,50	476,35
476,90	518,90	436,80	520,30	477,00
477,20	518,40	435,80	519,05	476,59

Anche qui dalle differenze fra l'uno e l'altro medio successivo, calcolando le deviazioni prodotte da una torsione di 360°, si ha

$$41{,}20,\quad 41{,}30,\quad 41{,}62,\quad 42{,}46,$$

il cui medio è

$$n = 41{,}64.$$

Sostituendo i valori trovati di N e di n, si trova

$$x = \frac{n}{N - n} = \frac{41{,}64}{95{,}05} = 0{,}4381.$$

b) *Osservazioni della declinazione.*

Per correggere l'errore dipendente dalla obliquità dello specchio rispetto all'asse magnetico della calamita, le osservazioni della declinazione furono eseguite mettendo successivamente la calamita nelle due posizioni di cui sopra si è detto.

Ecco i risultati delle osservazioni:

La faccia segnata sta							
di sotto		di sopra		di sotto		di sopra	
Limiti	Posizione d'equilibrio	Limiti	Posizione d'equilibrio	Limiti	Posizione d'equilibrio	Limiti	Posizione d'equilibrio
477,7		454,8		480,7		425,0	
	464,85		459,90		463,85		458,0
452,0		465,0		447,0		491,0	
	463,75		460,10		462,65		460,5
475,5		455,2		478,3		430,0	
	464,35		459,70		463,80		458,15
453,2		464,2		449,3		486,3	
	463,50		460,20		462,90		460,45
473,8		456,2		476,5		434,6	
Medio	464,11		459,98		463,30		459,28

Dallo strumento delle variazioni dell'osservatorio si potè rilevare, che dal tempo corrispondente alla prima di queste quattro osservazioni a quello della seconda avvenne una variazione di — 0,2, fino a quello della terza una variazione di — 0,42 e fino a quello della quarta di + 0,05. Siccome per lo strumento delle variazioni il valore di una particella era 29″,026 e per il magnetometro, come si è veduto era 70″,112, bisogna moltiplicare quei risultati per

$$\frac{29'',026}{70'',112} = 0,414$$

per adattarli al magnetometro. Avremo quindi le correzioni

$$-0,08, \quad -0,17, \quad +0,02,$$

e i valori

$$464,11, \quad 459,90, \quad 463,13, \quad 459,30,$$

i quali sono ridotti a ciò che si sarebbe osservato se dal tempo della prima osservazione non avesse mai variato la declinazione. Il medio è

$$461,61.$$

Per ottenere la correzione da applicarsi alle osservazioni fatte con l'asta di torsione in causa della difettosa posizione dello specchio si fecero delle osservazioni simili a quelle eseguite con la calamita e testè descritte. Si trovò in tal modo la correzione 17,80.

c) *Correzione relativa alla torsione.*

Adoperando invece della calamita l'asta di torsione si trovò, con cinque successive osservazioni dei limiti delle oscillazioni,

prima della misura della declinazione	457,35
dopo la » » »	462,31
in media	459,83

e, siccome la correzione 17,80 andava sottratta, si ebbe

$$459{,}83 - 17{,}80 = 442{,}03.$$

La media lettura con la calamita essendo stata 461,61, la differenza fra le letture eseguite con le due aste, cioè la quantità che designammo già con m, risultò 19,58.

Volendo avere la correzione per la torsione, bisogna moltiplicare 19,58 per 0,4381. La correzione sarà quindi

$$+ 8{,}58,$$

e la lettura corretta della posizione della calamita

$$461{,}61 + 8{,}58 = 470{,}19.$$

La divisione 500,00 stava sotto il centro dell'obbiettivo, sicchè l'angolo formato dal prolungamento dell'asse del cannocchiale con l'asse magnetico della calamita comprendeva un numero di divisioni eguale a

$$500 - 470{,}19 = 29{,}81,$$

e il valore dell'angolo relativo era

$$29{,}81 \,.\, 70'',112 = 34' \, 50'' = \alpha.$$

D'altra parte l'angolo formato dalla direzione del cannocchiale con quella del meridiano astronomico fu trovato essere

$$15° \, 24' \, 15'',$$

a cui dovevasi sottrarre α. Quindi la declinazione fu definitivamente trovata

$$14° \, 49' \, 25''.$$

Misura dell'inclinazione.

306. **Bussola d'inclinazione.** — Per la misura diretta della inclinazione serve la bussola di questo nome. Essa consiste principalmente in un ago calamitato girevole intorno ad asse orizzontale, che passa per il suo centro di gravità e per il centro d'un cerchio diviso verticale. I due capi dell'ago scorrono lungo la periferia di questo cerchio, allorchè l'ago viene allontanato dalla posizione di equilibrio. Il cerchio stesso deve esser girevole insieme con l'ago intorno al proprio diametro verticale, e un cerchio diviso orizzontale serve a dar la misura degli angoli, di cui si fa rotare il primo cerchio. Lo strumento è sostenuto da un treppiedi con viti, le quali servono con l'aiuto d'una livelletta a disporre orizzontalmente il secondo cerchio.

Oltre alle solite condizioni che l'asse magnetico coincida col geometrico e il centro dell'ago col centro del cerchio, dovrebbe qui venir soddisfatta anche questa, che il centro di gravità dell'ago cadesse esattamente sull'asse di rotazione. Di più dovrebbe essere esattamente orizzontale il diametro del cerchio verticale, da cui si comincia a contare gli angoli, perfettamente cilindrici i pernii dell'ago, nulla l'azione dell'attrito dei pernii sui cuscinetti di agata. Ad alcune delle imperfezioni dello strumento si rimedia con un'adatta serie di osservazioni, di altre non è possibile diminuire l'effetto senza aumentar grandemente il numero delle osservazioni.

In generale le bussole d'inclinazione consentono difficilmente una esattezza comparabile a quella dei moderni strumenti misuratori della declinazione. Però sono particolarmente degne di menzione quelle costruite secondo il modello inglese, che vien detto di Kew perchè appunto nell'osservatorio di Kew fu inventato e adoperato per la prima volta quel sistema di costruzione. In queste bussole l'ago è a qualche distanza dal cerchio di ottone, il quale non può esser mai affatto scevro da ferro, e la posizione delle punte dell'ago si osserva mediante microscopii congiunti con nonii i quali sono applicati all'estremità di due alidade unite in sistema e scorrono sopra il cerchio verticale. Il Barrow di Londra costruisce secondo questo modello delle bussole d'inclinazione che possono dare risultati di una precisione veramente singolare (*).

(*) Braun. Studii sopra gli strumenti magnetici. *Bollettino meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano*, X, p. 41 (1871) e anche in edizione separata. Secchi, *Memorie dell'Osservatorio Romano*, 1859.

307. **Modo di eseguire le osservazioni.** — L'osservazione diretta della inclinazione dovrebbe venire eseguita disponendo il cerchio verticale nel meridiano magnetico, ma il più delle volte non si conosce con esattezza la direzione di questo. Si può raggiungerla prossimamente con lo strumento medesimo collocando il cerchio verticale in tal direzione che l'angolo d'inclinazione assuma il minimo valore. Le variazioni però di quest'angolo in vicinanza al meridiano sono assai tenui e possono restare occultate dalla resistenza d'attrito o venire alterate da altre cause. Per ottenere precisione maggiore si può indagare secondo quali diametri del cerchio azimutale debba essere collocato il piano verticale dell'altro cerchio affinchè l'ago si disponga verticalmente, e prendere come piano del meridiano magnetico quello che divide a metà l'angolo formato dai due diametri.

Frequentemente però si suol giovarsi del seguente teorema. Se si indica con i l'angolo di inclinazione cercato, e con i' e i'' gli angoli rispettivamente formati dall'ago con l'orizzonte quando esso venga posto in due piani verticali, i quali sieno perpendicolari l'uno all'altro, sussiste la relazione

$$\frac{1}{\operatorname{tang}^2 i} = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i'} + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i''} .$$

Per applicare questo teorema si suol fare in modo che uno degli angoli i' e i'' sia molto prossimo ad i, perchè questa condizione è quella che rende minima l'influenza degli errori commessi nelle letture di i' e di i'' sopra il risultato del calcolo. Bisognerà dunque cercare che in una delle due direzioni il cerchio verticale si trovi prossimamente nella direzione del meridiano magnetico.

A tal fine si opera così. Anzi tutto si fa che l'ago assuma la posizione verticale, poi si fa girare il cerchio verticale di 180°. In questa seconda posizione l'ago probabilmente non sarà verticale. Uno dei due angoli i' od i'' si prende appunto in questo piano verticale e sarà molto prossimo a 90°. L'altro si prenderà nel piano perpendicolare al primo, e sarà molto prossimo al vero angolo d'inclinazione.

Determinate le direzioni dei due piani verticali, in cui si faranno le osservazioni, si dà posizione orizzontale mediante le viti al cerchio azimutale e si porta il cerchio verticale nella prima di quelle due direzioni. Col mezzo di un altro ago od anche di un pezzo di ferro dolce si fa oscillar l'ago e, quand'esso sia in equilibrio, si legge la posizione di ambedue i capi. Sarà bene di poi smovere l'ago novamente e rifar le letture. Se si ricade nei risultati medesimi o in altri poco diversi, si può tenerne conto e continuare l'operazione: altrimenti bisognerà pulire con un pennello molto flessibile i pernii e i cuscinetti e ritentare la prova.

Con alcuni strumenti di costruzione imperfetta anche usando la

massima cura, si trovano da una osservazione all'altra risultati molto diversi, benchè le condizioni sieno immutate: in tal caso non resta altro espediente senonchè fare un gran numero di osservazioni nelle condizioni medesime, smovendo ogni volta l'ago e lasciando che esso si riponga in equilibrio dopo avere oscillato.

Il risultato delle letture fatte nella prima posizione ora considerata, lo chiameremo α_1.

S'inverte poi la posizione dell'ago sui cuscinetti, cioè si fa che la faccia dell'ago, la quale prima guardava il cerchio verticale, ora sia volta all'infuori. Ciò si fa per togliere l'errore che consegue dal non essere coincidenti l'asse di figura e l'asse magnetico dell'ago. Operando precisamente come per α_1 si ottiene un nuovo valore α_2.

Si fa girare poi di 180° il cerchio verticale e si ripete ciò che si è fatto nella prima posizione del cerchio, cioè con le operazioni medesime si determinano due angoli α'_1, α'_2. Così si elimina l'errore che può venire apportato dal non essere perfettamente orizzontale il diametro del cerchio, dal quale comincia la graduazione.

Data la seconda direzione al cerchio verticale, nell'identico modo si ottengono quattro angoli

$$\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta'_1 \quad \beta'_2.$$

Togliesi l'ago dallo strumento e lo si magnetizza in senso inverso e si ripetono tutte le operazioni descritte, il che si fa allo scopo di togliere l'errore dipendente dall'essere il centro di gravità dell'ago fuori dell'asse di oscillazione.

Operando, come si è detto, con l'ago magnetizzato in senso inverso si otterranno nella prima direzione gli angoli

$$\gamma_1, \ \gamma_2, \ \gamma'_1, \ \gamma'_2,$$

nella seconda gli angoli

$$\delta_1, \ \delta_2, \ \delta'_1, \ \delta'_2.$$

Prendendo

$$i' = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha'_1 + \alpha'_2 + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma'_1 + \gamma'_2}{8},$$

$$i'' = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta'_1 + \beta'_2 + \delta_1 + \delta_2 + \delta'_1 + \delta'_2}{8},$$

e sostituendo questi valori nella

$$\frac{1}{\operatorname{tang}^2 i} = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i'} + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i''},$$

si ottiene il cercato valore di i.

È importante che l'intensità magnetica dei poli dell'ago sia pros-

simamente la stessa nelle due serie di osservazioni eseguite con opposta polarità. A tal fine prima d'imprendere l'operazione, se l'ago sia stato magnetizzato da molto tempo, sarà bene invertirne la polarità, e poi, finita la prima serie delle osservazioni, invertirla novamente procedendo precisamente nell'identico modo.

308. **Esempio. — Misura dell'inclinazione in Padova, il 26 aprile 1871** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Le osservazioni vennero eseguite con la bussola d'inclinazione del Gabinetto di Fisica, strumento di vecchia e non perfetta costruzione. Per ottenere maggior precisione si fece in ogni posizione del cerchio verticale da 8 a 10 osservazioni, leggendo sempre la posizione d'ambedue i capi dell'ago.

Qui riferiamo soltanto per ciascuna posizione il medio risultato ottenuto.

Osservazioni:

$\alpha_1 = 63^\circ\ 54'\ 30''$ $\qquad$ $\alpha'_1 = 63^\circ\ 26'$

$\alpha_2 = 62^\circ\ 32'\ 15''$ $\qquad$ $\alpha'_2 = 62^\circ\ 0'\ 30''$

$\gamma_1 = 61^\circ\ 47'$ $\qquad$ $\gamma'_1 = 60^\circ\ 48'\ 30''$

$\gamma_2 = 60^\circ\ 29'\ 30''$ $\qquad$ $\gamma'_2 = 59^\circ\ 58'\ 15''$

$\beta_1 = 89^\circ\ 54'$ $\qquad$ $\beta'_1 = 89^\circ\ 30'$

$\beta_2 = 88^\circ\ 42'\ 30''$ $\qquad$ $\beta'_2 = 88^\circ\ 8'\ 30''$

$\delta_1 = 89^\circ\ 3'\ 15''$ $\qquad$ $\delta'_1 = 88^\circ\ 33'$

$\delta_2 = 87^\circ\ 13'\ 15''$ $\qquad$ $\delta'_2 = 86^\circ\ 45'\ 30''$.

Introducendo questi valori nelle equazioni del paragrafo precedente si ottiene

$$i' = 61^\circ\ 52'\ 4'',$$

$$i'' = 88^\circ\ 28'\ 45'',$$

e quindi

$$\frac{1}{\tang^2 i'} = 0{,}285\ 876,$$

$$\frac{1}{\tang^2 i''} = 0{,}000\ 705.$$

Sostituendo si ha

$$\frac{1}{\text{tang}^2 i} = 0{,}285\,876 + 0{,}000\,705$$

$$= 0{,}286\,581,$$

$$i = 61° 50' 18''.$$

Misura delle forze magnetiche e in particolare della intensità orizzontale del magnetismo terrestre.

309. **Nozioni elementari e definizioni.** — La forza, con la quale mutuamente operano l'uno sull'altro due punti magnetizzati situati alla distanza R, si esprime con

$$F = k \frac{\mu \mu'}{R^2},$$

dove k è un coefficiente di proporzionalità e $\mu\mu'$ due quantità, le quali rispettivamente dipendono dall'attitudine dei punti magnetizzati ad esercitare sopra un terzo punto, a pari distanza, effetti maggiori o minori di attrazione o di ripulsione.

Le quantità μ e μ' furono dette *quantità di magnetismo* od *intensità magnetiche* di quei punti.

Ammettiamo che sia $k = 1$. Si dirà allora che un punto o polo magnetico ha intensità magnetica eguale ad 1, se fra esso ed un altro punto o polo perfettamente identico, posto alla distanza 1, si esercita una forza eguale ad 1.

Il Gauss, cui devonsi i più importanti progressi fatti dagli studii magnetici in questo secolo, assunse per unità di lunghezza il millimetro, per unità di forza quella che all'unità di massa impartisce nell'unità di tempo l'accelerazione di 1 millimetro, per unità di massa quella di un milligrammo, per unità di tempo il secondo.

Una calamita liberamente girevole intorno al suo centro di gravità è sollecitata da una coppia, che le fa assumere la posizione dell'ago d'inclinazione.

Se indichiamo con I l'intensità di ciascuna delle forze della coppia, con l la distanza dei poli, il massimo momento di rotazione sarà Il. Attesa la difficoltà che s'incontra in tal maniera di sospensione, si misura d'ordinario il momento

$$D = Hl$$

dovuto alla componente orizzontale H della forza I.

Allorchè D sia trovato, sarà poi facile dedurne il momento totale, perchè

$$H = I \cos i,$$

dove i è l'angolo d'inclinazione.

Per conformarci alla generale espressione

$$F = \frac{\mu \mu'}{R^2},$$

indichiamo con μ l'intensità magnetica di uno dei poli della calamita. Se poniamo

$$H = \mu T,$$

la quantità T, che dicesi anche l'*intensità orizzontale del magnetismo terrestre*, altro non è se non l'intensità magnetica di un punto magnetizzato, che operando sul polo della calamita alla distanza 1 producesse lo stesso effetto della terra. Sarà quindi

$$D = \mu T l,$$

dove la quantità μl, eguale al massimo momento di rotazione, che eserciterebbe sulla calamita la coppia orizzontale terrestre, allorchè fosse $T = 1$, dicesi il *momento magnetico* della calamita. Lo si designa con M, sicchè

$$D = MT.$$

Misura relativa del momento di rotazione D *e dell'intensità orizzontale* T.

310. **Metodo della bilancia di torsione.** — La bilancia di torsione di Coulomb consiste principalmente in una cassa cilindrica C di vetro (Fig. 23), dal coperchio della quale s'innalza un tubo cilindrico. Alcuni costruttori sogliono dare invece forma prismatica alla cassa. Lungo l'asse del tubo trovasi un filo sottile di acciaio o di rame, che scende fino a metà dell'altezza della cassa. Il tubo di vetro è superiormente abbracciato da un cilindro di ottone f, che vedesi rappresentato lateralmente in scala maggiore. In esso s'introduce ed è girevole con dolce attrito il cilindro h, a cui è congiunto il disco $s\,s$ avente l'orlo diviso in parti eguali. È questo il disco di torsione. Una sporgenza a modo di uncino nell'orlo del cilindro f serve a determinare la posizione del disco di torsione. Il filo è fermato in un pezzo metallico r che è un po' conico, e s'introduce nella cavità centrale

del disco *ss*: mediante il bottone superiore si può agevolmente far girare il sostegno del filo indipendentemente dal disco ed un indice ad esso congiunto serve a misurare la rotazione.

All'estremità inferiore del filo è sospesa una guaina, nella quale va inserita l'asta magnetica, su cui si deve sperimentare. Si fa che quest'asta assuma posizione orizzontale, ed essa allora può moversi in piano orizzontale intorno all'asse dello strumento. Sulla parete della cassa di vetro tutto all'ingiro all'altezza stessa dell'asta è applicata una striscia di sottile lastra d'ottone divisa in 360 parti allo scopo di porger modo di misurare la deviazione della barra da una data direzione passante per il centro dello strumento.

Prima di far le esperienze è d'uopo accertarsi che il filo non sia torto, e togliere la torsione, quando essa esista. Di ciò si è già detto abbastanza al § 297.

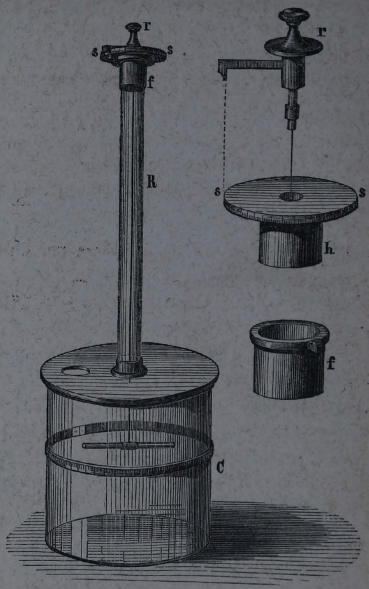

Fig. 23.

Per procedere poi alla misura del momento di rotazione D, si torca il filo d'un certo numero di gradi θ. Con ciò si devierà l'asta dal meridiano magnetico di un angolo α in generale molto minore di θ. L'effettiva torsione sarà $\theta - \alpha$. La forza di torsione, come si sa dall'esperienza, è proporzionale a $\theta - \alpha$. Il momento, con cui l'asta è sollecitata dalla torsione ad allontanarsi dalla posizione d'equilibrio, sia

$$h(\theta - \alpha).$$

Sussisterà la relazione

$$D \operatorname{sen} \alpha = h(\theta - \alpha).$$

Il coefficiente h dipende dalla natura della sostanza del filo, è direttamente proporzionale alla quarta potenza del raggio, e inversamente proporzionale alla lunghezza del filo stesso; inoltre nei fili

metallici dipende alquanto dalla temperatura, nei fili di seta dallo stato igrometrico dell'aria. Pare che negli uni e negli altri, purchè questi ultimi sien semplici, abbia poca influenza il peso sostenuto, mentre questa circostanza ha molto valore quando si tratta di fasci di fili di seta, anche se sieno disposti in modo da esser tutti tesi egualmente: il coefficiente h cresce in questo caso al crescer del peso. Se si esperimenta in modo affatto eguale sopra un'altra calamita riducendo anche per essa la deviazione al valore medesimo α, e ciò col prendere un valore opportuno dell'angolo di torsione θ_1, si ottiene

$$D_1 \operatorname{sen} \alpha = h\,(\theta_1 - \alpha),$$

d'onde, ammesso che h si possa nei due casi ritenere il medesimo,

$$\frac{D}{D_1} = \frac{\theta - \alpha}{\theta_1 - \alpha}.$$

Così si ottiene il rapporto dei momenti massimi di rotazione, con cui per il magnetismo terrestre le due calamite tendono ad orientarsi. Siccome poi

$$D = MT,$$

$$D_1 = M_1 T,$$

così è anche

$$\frac{M}{M_1} = \frac{\theta - \alpha}{\theta_1 - \alpha},$$

vale a dire si può avere in tal modo anche la misura relativa dei *momenti magnetici* delle due calamite.

311. **Misura del momento di rotazione D col metodo delle oscillazioni.** — Se un'asta magnetica sospesa mediante un filo in modo simile a quella della bilancia di torsione venga deviata dalla sua posizione di equilibrio e lasciata oscillare, sono applicabili ad essa le leggi del movimento del pendolo. Il tempo t di una oscillazione, nel caso che l'angolo di oscillazione sia piccolo, sarà dato dalla relazione

$$t = \pi \sqrt{\frac{k}{D}},$$

dove k è il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione.

È essenziale che il filo di sospensione abbia una forza di torsione assai tenue. Vedremo però più innanzi il modo di fare in ogni caso

la correzione relativa. Dalla equazione superiore si ricava

$$D = \frac{\pi^2 k}{t^2}. \qquad [1]$$

Per un'altra calamita si troverà

$$D_1 = \frac{\pi^2 k_1}{t^2_1}.$$

Il rapporto fra D e D_1 sarà quindi

$$\frac{D}{D_1} = \frac{k\, t^2_1}{k_1\, t^2},$$

e sarà anche

$$\frac{M}{M_1} = \frac{k\, t^2_1}{k_1\, t^2}.$$

Per conoscere i valori di questi rapporti, come pure per avere dalla [1] il valore assoluto della quantità D, è dunque necessario che vengano determinati per ciascun'asta il momento d'inerzia k e la durata t di una oscillazione. L'uno e l'altro possono venir misurati con precisione grandissima, ma siccome ciò si fa specialmente quando per le osservazioni si adotta il sistema proposto dal Poggendorff (§ 294), così nei paragrafi seguenti indicheremo appunto le norme da seguirsi in tal caso, le quali s'adattano poi opportunamente ad ogni altro caso più semplice.

312. **Misura della durata di un'oscillazione d'una calamita.** — Supponiamo che la calamita sospesa porti uno specchietto e che le osservazioni si facciano col metodo della riflessione già descritto al § 294 parlando della declinazione.

Mediante una piccola calamita, che poi si allontana, si devii alquanto dalla posizione di equilibrio la calamita sospesa. Ponendo attenzione ad una divisione della scala, la quale corrisponda prossimamente al punto di mezzo dell'arco percorso dalla calamita, si può notare il tempo di due passaggi successivi dell'imagine di quella divisione innanzi al reticolo. Può servire a tale uopo un orologio, che segni e batta i secondi, collocato in vicinanza al cannocchiale, ed è bene far la prima osservazione in modo che il passaggio della divisione trascelta coincida con la battuta d'un secondo. Per le osservazioni successive, siccome è improbabile che la stessa coincidenza si verifichi, si potrà far l'osservazione con pari esattezza osservando quali divisioni trovinsi innanzi al reticolo in corrispondenza a due battute dell'orologio, l'una precedente, l'altra susseguente al passaggio.

Sia a il tempo osservato al momento del primo passaggio, b quello corrispondente al secondo, che la divisione compie movendosi in senso opposto, c quello corrispondente al terzo eseguito nel senso primitivo.

È chiaro che $\frac{a+b}{2}$ è il tempo che corrisponde al momento, in cui la divisione, e quindi la calamita, giunge da una parte alla sua massima escursione e similmente $\frac{b+c}{2}$ corrisponde al momento, in cui la calamita giunge dalla parte opposta all'estremo dell'arco di oscillazione. La differenza fra questi due tempi darà la durata d'una oscillazione, e sarà

$$t = \frac{b+c}{2} - \frac{a+b}{2} = \frac{c-a}{2}.$$

Basta dunque tener conto di due passaggi successivi effettuati nello stesso senso per avere la durata di una oscillazione.

Questa determinazione importante si eseguisce però con cura molto maggiore quando si tratta di misure esattissime. A tal uopo si determina con precisione l'origine di una oscillazione, si lascia che la calamita compia un gran numero di oscillazioni, poi si determina pure con cura il termine dell'ultima di queste. Sì il tempo dell'origine, come quello del termine dell'esperienza si ottengono nel modo seguente.

Si osserva e si registra il tempo di un numero pari di passaggi successivi eseguiti in un senso e nell'altro dalla divisione di cui si segue il movimento, applicando il segno + ai tempi dei passaggi avvenuti in un dato senso e il segno — a quelli avvenuti nell'altro.

Prendendo poi la media delle osservazioni estreme e di tutte le coppie di osservazioni equidistanti dagli estremi, abbiamo più valori del tempo corrispondente al principio di una oscillazione compreso fra le due osservazioni di mezzo. La media aritmetica di questi valori si prenderà come valore più approssimato di quel tempo. Parimenti si procede per determinare la fine dell'esperienza.

Quanto al numero delle oscillazioni interposte fra i due istanti così determinati, si può ottenerlo direttamente contandole; ma si può anche invece dedurre quel numero dalle osservazioni eseguite. Di fatto si sa che fra l'origine e il fine dell'esperienza deve esser stato compiuto un numero intero di oscillazioni. Di più se il principio e il termine dell'esperienza stanno ambedue fra due passaggi, i cui segni sieno disposti nello stesso ordine, cioè l'uno e l'altro fra i segni + e —, o — e +, si sa che il numero delle oscillazioni è pari, in caso diverso dispari. Dalle osservazioni fatte all'origine e da quelle fatte alla fine deduconsi due valori della durata delle oscillazioni. Se ne prende la media e si divide per essa il tempo

totale abbracciato dall'esperienza. Il quoziente sarà un numero molto prossimo ad un numero intero, e quest'ultimo sarà appunto il numero delle oscillazioni compiute durante l'esperienza. Per questo numero si divide il tempo totale, e si ha così il cercato valore t della durata da sostituirsi nelle formole. Siccome è noto che il numero delle oscillazioni deve esser pari o dispari, così il minimo errore che si potrebbe in tal modo commettere sarebbe di due oscillazioni, ma questo errore si renderebbe tosto palese, perchè esso porta ordinariamente una tal variazione nella durata definitiva da farla notevolmente diversa dai due valori trovati al principio e alla fine.

Se le oscillazioni però non sono regolari abbastanza, perchè da questi due valori si possa avere un medio abbastanza approssimato, e possa rimanere alcun dubbio sul numero totale, sarà bene eseguire anzi tutto due serie di osservazioni a più breve intervallo di tempo e dedurne un valore più approssimato della durata. Noto questo valore, si può calcolare quando si compia una oscillazione che dista di un dato numero di oscillazioni, per esempio di 100, dalla prima della prima serie, e cominciare con quella un'altra serie. Allora gl'intervalli fra i passaggi osservati nell'ultima serie e nella prima, ordinatamente presi l'un dietro l'altro, corrispondono al tempo di 100 oscillazioni, e si può prendendo la media di tutti gli intervalli ottenere un valore molto approssimato.

Se la calamita come nel teodolite di Lamont, è molto piccola, allora le durate son tanto brevi, che è difficile osservare i tempi dei successivi passaggi. In tal caso si suol fare le osservazioni di tre in tre passaggi o di cinque in cinque. Supposto ad esempio che si adotti quest'ultimo partito e che si facciano 40 osservazioni, gli intervalli fra la 1ª e la 21ª, fra la 2ª e la 22ª daranno la durata di 100 oscillazioni.

313. **Esempio** *(dal giornale delle esperienze ecc.).*

a) *Osservazioni per determinare l'origine dell'esperienza.*

	Tempi		Medie
1ª	+ 4′ 5″		
2ª	— 4′ 17″,3		
		fra la 1ª e la 6ª	4′ 35″,1
3ª	+ 4′ 29″		
		fra la 2ª e la 5ª	4′ 35″,15
4ª	— 4′ 41″,2		
		fra la 3ª e la 4ª	4′ 35″,1
5ª	+ 4′ 53″		
6ª	— 5′ 5″,2		

Tempo dell'origine 4′ 35″,12.

b) *Osservazioni per determinare la fine dell'esperienza.*

1ª	+ 20′ 4″,5		
2ª	— 20′ 16″,8		
		fra la 1ª e la 6ª	20′ 34″,5
3ª	+ 20′ 28″,5		
		fra la 2ª e la 5ª	20′ 34″,55
4ª	— 20′ 40″,7		
		fra la 3ª e la 4ª	20′ 34″,6
5ª	+ 20′ 52″,3		
6ª	— 21′ 4″,5		

Tempo del termine dell'esperienza 20′ 34″,55.
Durata totale 959″,43.

c) *Calcolo del valore di* t.

La durata di una oscillazione si può avere tanto dalla prima quanto dalla seconda serie di osservazioni dividendo l'intervallo fra due passaggi compiuti nel medesimo senso per il numero totale dei passaggi meno uno.

Dalla prima serie, ad esempio, avremo

$$t = \frac{4' 53'' - 4' 5''}{4} = 12'',$$

e dalla seconda

$$t = \frac{20' 52'',3 - 20' 4'',5}{4} = 11'',95.$$

Dividendo il tempo totale 959″,44 per il numero 11,975, medio aritmetico fra i due valori di t, abbiamo 80,20. Si può dunque concludere che il numero totale delle oscillazioni fu 80, numero pari, come ci viene indicato dai segni. Il valore cercato di t vien dato quindi da

$$t = \frac{959'',44}{80} = 11'',992.$$

Ammettendo di aver sbagliato di due oscillazioni si troverebbe la durata 12″,3 per il numero 78, la durata 11″,6 per il numero 82, ed è chiaro che ambedue questi valori sono troppo diversi da quelli ap-

prossimati trovati al principio e alla fine perchè si possa ammettere che un tale errore sia avvenuto.

314. **Correzione della durata t per l'andamento del cronometro e per l'ampiezza delle oscillazioni.** — Siasi determinato che l'orologio, anzichè battere 86400″ in un giorno medio solare, ne batte

$$86400 \pm n.$$

Bisognerà moltiplicare la durata osservata di un'oscillazione per il fattore

$$\frac{86400}{86400 \pm n}.$$

Un'altra correzione è necessaria per l'ampiezza delle oscillazioni.

Siccome la durata delle oscillazioni va alquanto diminuendo con l'ampiezza di esse, quando non ne sia già piccolissima l'ampiezza, è d'uopo ridurre la durata desunta dall'esperienza a quel limite, cui essa giungerebbe, se le oscillazioni fossero di minima ampiezza.

Questa correzione si fa con la formola

$$t_0 = t\left(1 - \frac{1}{4}\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2} - \frac{5}{64}\operatorname{sen}^4\frac{\alpha}{2}\right),$$

dove t_0 è il valore corretto, t il valore osservato, α la metà dell'angolo percorso in una oscillazione dalla calamita.

Se si osserva qual sia la divisione più lontana da quella di mezzo, che giunge a coincidere col reticolo, quando la calamita arriva da una parte all'estremità della sua escursione e sia l la distanza di quella divisione dal punto di mezzo, sarà, come si è già veduto,

$$\frac{l}{d} = \operatorname{tang} 2\alpha,$$

dove d è la distanza della scala dallo specchio. Si può quindi dedurre α da questa equazione e sostituirlo nella precedente.

La tabella XLVIII dà il valore della quantità

$$\frac{1}{4}\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2} + \frac{5}{64}\operatorname{sen}^4\frac{\alpha}{2}.$$

Però quando si opera con un apparecchio a riflessione, le oscillazioni hanno in generale sì piccola ampiezza che si può trascurare il termine

$$\frac{5}{64}\operatorname{sen}^4\frac{\alpha}{2}.$$

Scambiando la tangente col seno si ha

$$\frac{l}{d} = \operatorname{sen} 2\alpha,$$

e prossimamente

$$\frac{l}{4d} = \operatorname{sen} \frac{1}{2}\ \alpha.$$

Si avrà quindi

$$t_0 = t\left(1 - \frac{l^2}{64\,d^2}\right).$$

In luogo di l va posta la media proporzionale geometrica fra il valore osservato al principio e quello osservato alla fine dell'esperienza. Quando però la diminuzione dell'ampiezza delle oscillazioni non sorpassi la terza parte dell'arco iniziale si può invece sostituire la media aritmetica.

315. **Correzione per la torsione del filo.** — Anche ammettendo che il filo non sia torto quando la calamita sta in equilibrio, la forza di torsione coopera però durante le oscillazioni con la forza direttrice della terra, e il momento relativo aggiungesi a quello della forza magnetica. Il valore di t deve riuscir quindi minore di quello che sarebbe per l'azione sola del magnetismo, e importa applicarvi la debita correzione.

Indichiamo con δ la quantità, che in causa della torsione s'aggiunge al momento di rotazione D. Sarà

$$t = \pi\sqrt{\frac{k}{D+\delta}},$$

mentre noi cerchiamo il valore corretto

$$t_0 = \pi\sqrt{\frac{k}{D}}.$$

Si avrà la relazione

$$t_0 = t\sqrt{1+\frac{\delta}{D}}.$$

Per determinare il rapporto $\frac{\delta}{D}$ si torce il filo di un angolo θ, con che si produce una deviazione β. Allora è

$$D \operatorname{sen} \beta = \delta\,(\theta - \beta),$$

e se si tratta di un piccolo angolo β, si può dedurne

$$\frac{\delta}{D} = \frac{\beta}{\theta - \beta}.$$

Avremo quindi

$$t_0 = t\sqrt{1 + \frac{\beta}{\theta - \beta}}.$$

Si può anche ottenere il valore di δ in un altro modo. In luogo della calamita pongasi un'asta di ottone, che abbia il peso medesimo di quella e abbia la forma di un parallelopipedo. Si faccia oscillare quell'asta e si determini la durata t_1 di una oscillazione. La formola

$$\delta = \frac{\pi^2 k_1}{t^2_1},$$

dove k_1 è il momento d'inerzia dell'asta di ottone, dà il valore cercato di δ. La quantità k_1 si calcola nel modo che sarà indicato nei paragrafi successivi.

316. **Correzione per la temperatura.** — Quanto più elevata è la temperatura, tanto più si fan lente le oscillazioni. Si suole per ciò ridurre una durata di oscillazione, che sia stata osservata quando la temperatura era τ_1, a ciò che essa sarebbe a 0° moltiplicandola per

$$\sqrt{1 - \mu\tau_1},$$

dove μ è un coefficiente che bisogna determinare con appositi esperimenti. Questi ordinariamente si eseguiscono chiudendo la calamita sospesa entro una scatola, una delle pareti della quale, e precisamente quella attraverso la quale si devono fare le osservazioni, è costituita da una lastra ben piana di vetro. Facendo entrare dell'aria calda o riscaldando dal di sotto, se il fondo della scatola è di metallo, si può portare la temperatura a varii valori

$$\tau_1, \quad \tau_2, \quad \tau_3, \quad \text{ecc.}$$

successivamente più elevati, e mantenervela tanto tempo quanto occorre per fare le osservazioni. Si deduce poi μ dalle relazioni

$$\mu = \frac{t^2_2 - t^2_1}{\tau_2 t^2_2 - \tau_1 t^2_1}, \qquad \mu = \frac{t^2_3 - t^2_1}{\tau_3 t^2_3 - \tau_1 t^2_1}, \quad \text{ecc.},$$

dove t_1, t_2, t_3 ecc. indicano le rispettive durate di oscillazione. Il

valore più opportuno di μ si può dedurre col metodo dei minimi quadrati.

317. **Determinazione del momento d'inerzia dell'asta.** — Per conoscere il valore di D è d'uopo che venga determinato il momento d'inerzia k dell'asta rispetto all'asse passante per il punto di sospensione. È noto che per momento d'inerzia d'un corpo rispetto ad un asse intendesi la somma dei prodotti delle masse dei singoli elementi materiali del corpo, che si considera, per i quadrati delle rispettive distanze dall'asse medesimo. Questa quantità può venir calcolata quando il corpo, di cui si tratta, abbia forma geometrica regolare. I valori, che seguono, sono quelli che vengono dati in Meccanica per alcuni fra i più importanti solidi omogenei. La lettera m serve in ogni caso ad indicare la massa totale del corpo.

Parallelopipedo rettangolare. — Gli spigoli sieno a, b e c. L'asse, cui è riferito il momento d'inerzia, passi per il centro di gravità e sia parallelo a c. Il momento d'inerzia è in tal caso

$$k = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Cilindro di raggio r. — Il momento d'inerzia sia riferito all'asse stesso del cilindro: sarà

$$k = m \frac{r^2}{2}.$$

Se invece il momento d'inerzia è riferito ad un asse perpendicolare a quello del cilindro e passante per il suo punto di mezzo, allora

$$k = m \left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right),$$

dove l è la lunghezza del cilindro.

Cilindro cavo. — Sia r_1 il raggio interno, r_2 l'esterno. Il momento d'inerzia rispetto all'asse stesso del cilindro è

$$k = m \frac{r^2_1 + r^2_2}{2}.$$

Sfera. — Sia r il raggio. Il momento d'inerzia rispetto ad un diametro è

$$k = m \frac{2}{5} r^2.$$

Si sono riferiti questi diversi valori, perchè se anche la calamita

non ha esattamente una delle forme considerate, tuttavia si può talvolta imaginarla composta di più porzioni, che abbiano una di quelle forme, calcolare separatamente i singoli momenti d'inerzia e poi farne la somma. In tal caso è d'uopo ricorrere al teorema, secondo il quale il momento d'inerzia d'un corpo rispetto ad un dato asse è eguale a quello del corpo stesso rispetto ad un asse passante per il centro di gravità e parallelo al primo, più il prodotto della massa del corpo per il quadrato della distanza dei due assi.

Quando si vuole ottenere gran precisione, è raramente opportuno di calcolare il momento d'inerzia di una calamita, perchè di rado si ha un corpo di forma perfettamente regolare, o che si possa scomporre in parti, che soddisfino a quella condizione. Inoltre non si può esser certi che la materia sia nell'interno distribuita in modo uniforme. In ogni caso il calcolo, quando sia possibile, servirà di riscontro, ma sarà sempre bene nelle ricerche di precisione ricorrere al metodo seguito dal Gauss per determinare sperimentalmente il momento d'inerzia dell'asta (*).

Ecco come il Gauss applicò il suo metodo ad una calamita sospesa di dimensioni piuttosto grandi.

Perpendicolarmente all'asta magnetica si imagini applicato alla medesima un regolo orizzontale di legno OP (Fig. 24) il quale sulla sua faccia superiore abbia sei rialzi appuntiti s s. Questi giacciono tutti in una medesima linea retta e in uno stesso piano verticale col filo di sospensione. Le dette punte sono così disposte che considerate a due a due, l'una da una parte, l'altra dall'altra dell'asse della calamita, esse sono equidistanti da questo. Appunto a due di esse equidistanti dall'asse applicavansi due pesi cilindrici eguali. L'asta così disposta facevasi novamente oscillare e si determinava in modo simile a quello prima indicato la durata di una oscillazione.

Fig. 24.

Sia t_1 questa durata, la quale certamente sarà maggiore della durata t osservata quando la calamita era priva di ogni sopraccarico,

C il momento d'inerzia del regolo di legno,

a il raggio dei cilindri costituenti i pesi aggiunti,

(*) Gauss, *Intensitas vis magneticae etc.*, Göttingen, 1833. Anche *Pogg. Ann.*, XXVIII, 270. Vedi nel 1° Suppl. (1838) alle Effemeridi astronomiche di Milano una traduzione di questa memoria con note del Frisiani e appendice del Kreil.

l_1 la distanza degli assi di questi dall'asse della calamita,
p il peso di ciascun d'essi.

Il momento d'inerzia di ciascuno dei pesi rispetto al proprio asse è

$$\frac{m a^2}{2} = \frac{p}{2g} a^2,$$

e prendendo col Gauss per unità di massa quella di 1 milligrammo, si può semplicemente scrivere

$$\frac{p}{2} a^2,$$

dove p s'intende espresso in milligrammi.

Rispetto all'asse passante per il filo il momento d'inerzia sarà

$$p \left(\frac{a^2}{2} + l^2_1 \right).$$

La durata dell'oscillazione verrà quindi espressa da

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{k + C + 2p \left(\frac{a^2}{2} + l^2_1 \right)}{D}},$$

e perciò sarà

$$D t_1^2 = \pi^2 \left[k + C + 2p \left(\frac{a^2}{2} + l^2_1 \right) \right].$$

La quantità $C + p a^2$ è costante; indichiamola con C_1. Avremo allora

$$D t^2_1 = \pi^2 (k + C_1 + 2p l^2_1).$$

Osservata la durata t_1, si spostino i cilindri portandoli sopra due punte che distino ciascuna l_2 dall'asse. Sarà

$$D t^2_2 = \pi^2 (k + C_1 + 2p l^2_2).$$

Unendo a queste due equazioni l'altra

$$D t^2 = \pi^2 k,$$

relativa al caso, in cui la calamita oscilla senza alcun sopraccarico, si può eliminare due delle tre incognite D, k, C_1. Se si cercasse senz'altro il valore di D, si potrebbe ricavarlo direttamente dalle due

prime equazioni, e si avrebbe

$$D = \frac{2\pi^2 p\,(l^2_1 - l^2_2)}{t^2_1 - t^2_2};$$

ma è inoltre importante ricavare il valore di k, perchè mentre D è una quantità che varia col tempo e col luogo, k invece è costante, e il suo valore serve al calcolo d'ogni altra determinazione fatta con la calamita medesima.

Si ottiene precisione maggiore se si fanno osservazioni per un numero maggiore di valori di l. Si può esprimere i valori corrispondenti di t_1, t_2, t_3, ecc. mediante le relazioni

$$t_1 = \sqrt{\frac{l^2_1 + \eta}{\xi}}, \quad t_2 = \sqrt{\frac{l^2_2 + \eta}{\xi}}, \quad \text{ecc.}$$

dove

$$\xi = \frac{D}{2\pi^2 p}, \quad \eta = \frac{k + C_1}{2p},$$

e determinare ξ ed η col metodo dei minimi quadrati.

Il modo di procedere verrà chiarito dall'esempio del § 319.

Quando si tratti di piccole calamite, o quando non occorra molta precisione, si può operare assai più semplicemente. Basta appendere alla calamita a distanze eguali dall'asse due pesi cilindrici e determinare la durata di oscillazione. A tal uopo prima dell'esperienza si tracceranno sulla calamita due linee egualmente distanti dal punto di mezzo, e se ne misurerà la mutua distanza $2l$. I pesi cilindrici si appenderanno mediante sottilissimi fili in modo che questi s'adagino in parte sulle linee tracciate.

Se P è il peso in milligrammi di tutti e due i cilindri presi insieme, il loro momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione sarà

$$P\left(l^2 + \frac{1}{2}r^2\right),$$

e se t_1 è la durata di un'oscillazione, avremo

$$D t^2_1 = \pi^2\left[k + P\left(l^2 + \frac{1}{2}r^2\right)\right].$$

Combinando questa con l'altra equazione

$$D t^2 = \pi^2 k,$$

si ottiene

$$k = \frac{t^2}{t^2_1 - t^2} P \left(l^2 + \frac{1}{2} r^2 \right).$$

Se poi r è trascurabile rispetto ad l, più semplicemente si avrà

$$k = \frac{t^2}{t^2_1 - t^2} P l^2.$$

318. **Modo di tener conto delle variazioni che soffre il valore di D durante le esperienze.** — Il momento di rotazione D è quantità che varia continuamente, benchè assai poco, per le variazioni d'intensità della forza magnetica terrestre. Il metodo descritto esige che vi s'impieghi qualche tempo, e le variazioni che D soffre in questo intervallo possono diventare sensibili quando si richieda gran precisione.

Per tener conto anche di questa tenue causa di errore si osserva contemporaneamente la durata delle oscillazioni d'una seconda calamita sospesa. Se per questa non si riscontra alcun cangiamento nel valore della durata medesima in tutto il tempo dell'operazione, si può ammetter lo stesso per la calamita principale. In caso diverso, se in corrispondenza alle durate t, t_1, t_2, ecc. delle oscillazioni di quest'ultima calamita, si osservarono per la calamita ausiliaria le durate u, u_1, u_2, ecc., si dovrà nei calcoli sostituire a t_1, t_2, ecc. le quantità

$$t_1 \frac{u}{u_1}, \quad t_2 \frac{u}{u_2}, \quad \text{ecc.},$$

cioè ridurli ai valori, che sarebbero stati trovati se dalla prima osservazione alle successive l'intensità orizzontale T non avesse mutato.

319. **Esempio. — Determinazione dei valori di D e di k** (*dalla citata memoria del Gauss*). — La calamita venne fatta oscillare in quattro esperienze successive insieme col regolo di legno che sosteneva i cilindri. Ciascuno dei cilindri pesava grammi 103,2572. Le distanze dall'asse, a cui questi cilindri furono applicati sul regolo, sono indicate nella seconda colonna della tabella seguente.

Nella terza colonna stanno le durate delle oscillazioni rispettivamente osservate e nella quarta quelle spettanti ad una calamita ausiliaria, che servì allo scopo di tener conto delle variazioni contemporanee di D.

Numero dell'esperienza	OSCILLAZIONI CONTEMPORANEE		
	DELLA CALAMITA PRINCIPALE		DELL'AUSILIARIA
	distanza dei pesi	durata di una oscillazione	durata di una oscillazione
I	180^{mm}	24″,63956	17″,32191
II	130	20,77576	17,32051
III	80	17,66798	17,31653
IV	30	15,80310	17,30529
V	senza pesi	15,22990	17,31107

La quinta delle esperienze, i cui risultati sono registrati nella tabella, venne eseguita dopo aver tolto alla calamita ogni sopraccarico, cioè tanto il regolo di legno, quanto i pesi.

In ciascuna esperienza la durata di una oscillazione venne dedotta almeno da 100 oscillazioni, in particolare poi da 677 nell'ultima esperienza. Ai risultati fu applicata la debita correzione per l'ampiezza delle oscillazioni, correzione che era piccolissima, perchè l'apparecchio consentiva di usare oscillazioni di minima ampiezza.

I numeri della terza colonna devono poi venire corretti per la variazione sofferta durante le esperienze dal valore di TM. Essi vennero ridotti a ciò che sarebbero stati, se il valore di TM fosse stato sempre quello della quinta esperienza, e ciò nel modo indicato nel precedente paragrafo. Poi affine di applicare la correzione richiesta dalla torsione, si moltiplicarono i risultati per

$$\sqrt{1+\frac{\beta}{\theta-\beta}},$$

essendosi trovato

$$\frac{\beta}{\theta-\beta}=\frac{1}{424,8}$$

per le prime quattro esperienze, e

$$\frac{\beta}{\theta-\beta}=\frac{1}{597,4}$$

per la quinta.

Finalmente i risultati vennero moltiplicati per

$$\frac{86400}{86385,76}$$

perchè il cronometro, di cui si aveva fatto uso, ritardava di 14″,24 per giorno sul tempo medio solare.

In questo modo si ottenne

$$t_1 = 24'',657\ 17,$$

$$t_2 = 20,792\ 28,$$

$$t_3 = 17,686\ 10,$$

$$t_4 = 15,829\ 58,$$

$$t_5 = 15,245\ 15.$$

Presi per unità di tempo, di massa e di lunghezza il secondo, il milligrammo e il millimetro, sicchè

$$p = 103\ 257,2,$$

combinando l'osservazione prima e la quarta, si trova

$$TM = 179\ 641\ 070, \quad k + C = 4\ 374\ 976\ 000.$$

Sostituendo il valore di $TM = D$ nell'equazione spettante alla quinta osservazione si ha

$$k = 4\ 230\ 282\ 000,$$

e quindi

$$C = 144\ 694\ 000.$$

Se poi si vuole tener conto anche delle altre esperienze, ecco come si può applicare il metodo dei minimi quadrati.

Partiamo dai valori approssimati di

$$\xi = \frac{TM}{2\pi^2 p}, \quad \eta = \frac{k + C}{2p},$$

quali risultano sostituendo in queste espressioni i valori testè trovati.

Indichiamo con x ed y le correzioni rispettive che devonsi applicare ai valori così ottenuti di ξ e di η per aver quelli che si otter-

rebbero tenendo conto di tutte le osservazioni. Avremo

$$\xi = \frac{TM}{2\pi^2 p} + x, \quad \eta = \frac{k + C}{2p} + y,$$

ossia dopo le indicate sostituzioni

$$\xi = 88{,}13646 + x, \quad \eta = 21184{,}85 + y.$$

Procedendo, come s'è detto al § 22, si ha

$$t_1 = 24{,}65717 - 0{,}13988\, x + 0{,}000\,230\,08\, y$$

$$t_2 = 20{,}78731 - 0{,}11793\, x + 0{,}000\,272\,91\, y$$

$$t_3 = 17{,}69121 - 0{,}10036\, x + 0{,}000\,320\,67\, y$$

$$t_4 = 15{,}82958 - 0{,}08980\, x + 0{,}000\,358\,38\, y.$$

Trattando queste equazioni col metodo dei minimi quadrati si trova

$$x = -0{,}0323, \qquad y = -12{,}38,$$

$$\xi = 88{,}10416, \qquad \eta = 21172{,}47.$$

Ne consegue

$$TM = 179\,575\,250,$$

$$k + C = 4\,372\,419\,000.$$

Dalla quinta osservazione deducesi

$$k = \frac{TMt^2}{\pi^2} = 4\,228\,732\,400.$$

Si ha quindi anche

$$C = 143\,686\,600.$$

320. **Misura relativa dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre.** — È importante il conoscere qual sia in varii punti della terra ed in varie circostanze il valore della intensità orizzontale che nei paragrafi precedenti designammo con T. A determinare il valore relativo di questa quantità in due luoghi diversi Borda suggerì di far oscillare un medesimo ago in ambedue i luoghi e di tener conto dei numeri N, N_1 delle oscillazioni, che vengono

compiute da esso in un tempo medesimo. Se τ è questo tempo e rispettivamente t e t_1 le durate di un'oscillazione nei due luoghi, sarà

$$t = \frac{\tau}{N} = \pi \sqrt{\frac{k}{TM}}, \quad t_1 = \frac{\tau}{N_1} = \pi \sqrt{\frac{k}{T_1 M}}.$$

Dividendo l'una per l'altra le due equazioni si ha il rapporto cercato

$$\frac{T}{T_1} = \frac{N^2}{N^2_1}.$$

Piuttosto che contare il numero delle oscillazioni si suole osservare nei due casi la durata di una oscillazione nel modo già prima indicato, e si avrà

$$\frac{T}{T_1} = \frac{t^2_1}{t^2}.$$

È chiaro che questo metodo si appoggia sulla supposizione, che il momento magnetico M dell'ago si conservi inalterato dall'una all'altra esperienza. Quando si tratti di due sole esperienze fatte a breve intervallo, si potrà ammettere che ciò avvenga, e per meglio assicurarsi dalla detta causa di errore si può far uso di più aghi ben temprati e accuratamente magnetizzati. Se poi, ritornando nel primo luogo, si troverà novamente la stessa durata di oscillazione, si potrà esser certi che il valore di M non ha mutato.

Il metodo si presta meno bene nel caso di molte esperienze da farsi successivamente in più luoghi, e non si presta poi per misurare le variazioni che avvengono nel valore di T coll'andare del tempo. In questi casi si ricorre alla misura assoluta secondo il metodo del Gauss.

321. **Misura assoluta dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre e del momento magnetico di una calamita.** — Vedemmo già il modo di misurare il valore assoluto di

$$D = MT.$$

È ora necessario ricorrere ad un'altra relazione fra M e T, affine di poter ricavare dalle due equazioni i valori di quelle due quantità.

Ciò si ottiene col far deviare un ago calamitato liberamente girevole in piano orizzontale sotto l'azione di quella stessa calamita, per la quale si determinò la quantità D. Perchè quest'azione sia governata da semplici leggi si assumono due casi speciali, e sono i seguenti:

1° La calamita deviatrice vien disposta lungo una retta perpendicolare al meridiano magnetico, in modo che il suo asse prolungato tagli a metà l'asse dell'ago;

2° La calamita deviatrice vien disposta a nord od a sud dell'ago perpendicolarmente al meridiano magnetico, in modo che il suo punto di mezzo giaccia sul meridiano medesimo.

Il Gauss dimostrò che se v è l'angolo di deviazione dell'ago nella prima disposizione, v_1 nella seconda, se R è la distanza dei punti di mezzo delle due calamite, M il momento magnetico della calamita deviatrice, è

$$\text{tang } v = 2\frac{M}{T}\frac{1}{R^3} + \frac{f'}{R^5},$$

$$\text{tang } v_1 = \frac{M}{T}\frac{1}{R^3} + \frac{f''}{R^5}.$$

Le quantità f', f'' non variano, per le medesime calamite e per la medesima disposizione, al variare della distanza della calamita deviatrice dall'altra, e son tali che, quando R ha un valore abbastanza grande rispetto alla lunghezza dell'ago, si può trascurare il secondo termine dell'una e dell'altra equazione.

Suppongasi che si adotti la prima disposizione, la quale è la più vantaggiosa perchè, a parità d'ogni altra condizione, si ottengono con essa maggiori deviazioni dell'ago. Si osservino le deviazioni α, α' prodotte sopra un ago sospeso da una calamita situata prima alla distanza R, poi alla distanza R_1. Si avrà

$$\text{tang } \alpha = 2\frac{M}{T}\frac{1}{R^3} + \frac{f'}{R^5},$$

$$\text{tang } \alpha' = 2\frac{M}{T}\frac{1}{R_1^3} + \frac{f'}{R_1^5}.$$

Da queste equazioni si può eliminare f' e si ottiene

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2}\frac{R^5 \text{ tang } \alpha - R_1^5 \text{ tang } \alpha'}{R^2 - R_1^2}.$$

Noi abbiamo dunque modo di ricavare con due esperienze il valore di $\frac{M}{T}$.

Poniamo

$$\frac{M}{T} = A.$$

Col far oscillare la calamita deviatrice si determina, come si è veduto,

$$D = MT.$$

Combinando queste due equazioni si avrà

$$M = \sqrt{AD}, \qquad T = \sqrt{\frac{D}{A}}.$$

322. **Modo di eseguir le esperienze.** — Per determinare con esattezza il valore del rapporto $\frac{M}{T}$ si opera nel modo seguente.

Prendesi un ago magnetico sospeso mediante un filo e congiunto ad uno specchietto e vi si adatta il solito metodo di osservazione con cannocchiale.

Perpendicolarmente al meridiano magnetico, e al di sotto dell'ago, ma quanto più vicino è possibile, disponesi un regolo, sulla cui linea mediana cada la proiezione orizzontale del centro dell'ago. Si osservi la posizione di equilibrio dell'ago, indi si collochi sopra il regolo diviso la calamita deviatrice in modo che il suo asse si trovi nel piano orizzontale stesso, in cui trovasi l'ago. Si legge allora la distanza del punto di mezzo della calamita dal centro dell'ago e si osserva la deviazione α_1 di questo. Si capovolge poscia la calamita facendo sì che un polo venga precisamente dove prima era l'altro, e si osserva la deviazione α_2, la quale avrà senso opposto a quello della precedente.

Altre due osservazioni si fanno ponendo la calamita dall'altra parte dell'ago a distanza eguale, e si ottengono così le deviazioni α_3, α_4.

Da queste osservazioni deducesi il medio valore della deviazione

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4}.$$

Una consimile operazione si fa poi assumendo un diverso valore R_1 per la distanza, e si ottiene il valore di un altro angolo α', che va sostituito insieme con α nelle formole del paragrafo precedente.

Osservando con uno strumento a riflessione, come abbiamo supposto, non si legge direttamente l'angolo, ma lo si può dedurre dalla lettura nel modo indicato al § 301. Qui però meglio vale ottenere a dirittura la tangente da sostituirsi nelle formole del paragrafo precedente.

Se l è la deviazione osservata sulla scala, la tangente dell'angolo α di deviazione dell'ago è data prossimamente da

$$\text{tang } \alpha = \frac{l}{2d}\left[1 - \left(\frac{l}{2d}\right)^2\right],$$

dove d è la distanza della scala dallo specchio. Quando si deve operare a lungo con uno strumento in condizioni invariabili, è bene ap-

parecchiare una tabella, la quale valga a dare le tangenti di α in corrispondenza delle letture l.

Per gli strumenti di cui si farà un cenno nel § 326, si adotterà invece la formola

$$\text{sen } \alpha = \frac{l}{2d}\left[1 - \frac{3}{2}\left(\frac{l}{2d}\right)^2\right].$$

Quando però, come nell'esempio del § 327, lo specchio si trovi ad una distanza a considerevole dall'asse di rotazione, bisogna tener conto di ciò, che per la inclinazione dello specchio la retta, che nella direzione dell'asse ottico del cannocchiale va dall'obbiettivo allo specchio, varia alquanto in lunghezza. Se il filo di sospensione giace nel piano verticale dell'asse ottico del cannocchiale, supposto che la lunghezza di quella retta fosse d quando lo specchio era ad essa perpendicolare, essa diventa poi

$$d + a\left(1 - \frac{1}{\cos \alpha}\right),$$

dove a è la metà della lunghezza della calamita deviata ed α l'angolo di deviazione.

Ne viene che

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{l}{d + a\left(1 - \frac{1}{\cos \alpha}\right)}.$$

Questa relazione è piuttosto incomoda al calcolo di tang α; ma, conoscendo esattamente d ed a, si può calcolare i valori di l corrispondenti a varii valori di α scelti opportunamente e poi per via di interpolazione costruire una tabella, che valga a dare per un valore qualunque di l quello corrispondente di tang α.

Se lo specchio riflette principalmente la luce sulla faccia posteriore, la lettura, nel caso di una deviazione, riesce alquanto diversa da quella, che si farebbe, se invece la prima faccia fosse la riflettente, e la differenza varia al variare dell'angolo di deviazione. Se α è l'angolo di deviazione, α è pur l'angolo di incidenza del raggio che cade sullo specchio e poi penetra nel cannocchiale; l'angolo di rifrazione α_1 di questo raggio medesimo sarà dato dalla relazione

$$\text{sen } \alpha_1 = \frac{1}{n} \text{sen } \alpha,$$

e il valore corretto della lettura l prossimamente sarà

$$l - 2\delta \text{ tang } \alpha_1,$$

dove δ è la grossezza dello specchio.

D'ordinario non v'ha bisogno d'applicare questa correzione, perchè si fa uso di vetri inargentati o platinati, oppure di specchi ordinarii ma estremamente sottili.

Una consimile correzione devesi applicare alle letture, quando i raggi luminosi per andare dalla scala allo specchio e da questo al cannocchiale devono attraversare una lastra di vetro.

In tal caso, supposto che i raggi riflessi cadano perpendicolarmente sulla lastra di vetro, il che avviene quasi sempre, bisogna aggiungere alla deviazione osservata sulla scala la quantità

$$\frac{1}{3}\,\delta \operatorname{tang} \alpha,$$

se si indica con δ la grossezza della lastra.

Il rapporto fra R ed R_1, che è più opportuno perchè gli errori di osservazione abbiano piccola influenza sui risultati, è $\frac{4}{3}$. È bene che le distanze R ed R_1 non sieno minori del decuplo della lunghezza dell'ago.

Quando si abbiano a fare parecchie determinazioni successive, si può semplificare alquanto le operazioni ed i calcoli cercando con una prima operazione eseguita nel modo testè indicato il valore della quantità

$$R^2 R^2_1 \frac{R^3_1 \operatorname{tang} \alpha' - R^3 \operatorname{tang} \alpha}{R^2 - R^2_1} = f'.$$

In tutte le operazioni successive si può determinare un solo angolo α_0 con la calamita ad una distanza R_0 e si può adoperare la formula

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} R^3_0 \left(\operatorname{tang} \alpha_0 - \frac{f'}{R^5_0} \right).$$

323. **Correzioni.** Si è già fatto cenno delle varie correzioni, che devono venire applicate alla durata t delle oscillazioni. Altre correzioni consimili è d'uopo applicare alle deviazioni. Consideriamo anzi tutto quella relativa alle variazioni contemporanee della intensità magnetica terrestre.

Per tener conto di queste variazioni si può valersi di un magnetometro unifilare o del bifilare. Nel primo caso è necessario, ogniqualvolta si vuol conoscere la variazione avvenuta, determinare, come si è già veduto al § 319, la durata delle oscillazioni. E poichè questa operazione esige un certo tempo, il metodo riesce più laborioso e meno opportuno di quello del bifilare, specialmente per correggere le deviazioni. Supponiamo tuttavia che si faccia uso del magnetometro

e che si voglia ridurre le osservazioni non già alle condizioni d'una di esse, come al § 319, ma a condizioni normali stabilite una volta per tutte, cioè ad una intensità T_0 osservata ad una temperatura τ_0. Facciasi oscillare al tempo dovuto il magnetometro e si trovi la durata u alla temperatura τ, mentre nelle condizioni normali si ha u_0. Dovremo moltiplicare la tangente della deviazione per il coefficiente

$$\frac{u^2_0}{u^2}\left(1 + (2\lambda + q)(\tau - \tau_0)\right),$$

dove λ è il coefficiente di dilatazione lineare dell'acciaio e q il coefficiente di variazione del momento magnetico per la temperatura.

Quanto alle durate delle oscillazioni, ciascuna di esse andrebbe moltiplicata per la radice quadrata del coefficiente determinato in questo modo.

Il fattore $2\lambda + q$ può determinarsi complessivamente in modo simile a quello indicato nel § 316: altrimenti a determinare il valore di q si potrà operare così.

Con la calamita ausiliaria o del magnetometro si produce nello stesso modo sopra indicato le deviazioni dell'ago allo scopo di ottenere il valore di $\frac{M}{T}$. Ponendo la calamita in una scatola di rame, in cui si versa dell'acqua a varie temperature oppure successivamente in due scatole contenenti acqua diversamente riscaldata, si ripete l'operazione per diverse temperature della calamita deviatrice, partendo da una temperatura prossima alla normale. È bene poi disporre le osservazioni in modo che una di esse corrispondente ad una temperatura τ stia fra altre due eseguite a temperatura τ' per rendere così indipendenti i risultati dalle variazioni della declinazione avvenuta durante le esperienze. In tal modo operando, per esempio, a due temperature τ e τ', la prima delle quali sia prossima alla normale, si avrà il coefficiente cercato dall'equazione

$$q = \frac{\operatorname{tang}\epsilon - \operatorname{tang}\epsilon'}{(\tau' - \tau)\operatorname{tang}\epsilon},$$

dove ϵ ed ϵ' sono rispettivamente le deviazioni prodotte dalla calamita alle temperature τ e τ'.

In secondo luogo supponiamo che si faccia uso del bifilare. Una particella della scala corrisponda ad $\frac{1}{n}$ del valore normale della intensità: quando si fa l'osservazione, trovisi una differenza di s parti della scala dalla posizione normale; la qual differenza può essere in parte prodotta dalla variazione $\tau - \tau_0$ della temperatura.

Se k è il coefficiente di variazione per la temperatura, il quale deve esser stato determinato mediante apposite esperienze, è

$$\frac{n + s + k(\tau - \tau_0)}{n}$$

la quantità, che va moltiplicata per la tangente della deviazione contemporanea: se invece si tratta di correggere una durata di oscillazione, bisogna prendere come fattore la radice di questa quantità.

Una correzione è pur necessaria per la temperatura della calamita deviatrice, perchè al crescere della temperatura il suo momento magnetico diminuisce.

Se τ'_1 è la temperatura della calamita, τ'_0 quella che si assume come normale, si moltiplicano le tangenti delle deviazioni per

$$1 + p(\tau'_1 - \tau'_0),$$

e la quantità p si determina con espedienti simili a quelli testè indicati. In alcuni strumenti la calamita deviatrice sta, come si è detto, sopra un regolo annesso allo strumento, in altri su sostegni isolati. Nel primo caso convien ricordare che la distanza R letta sul regolo varia con la temperatura, e tener conto del suo vero valore.

L'ago nel meridiano magnetico non deve esser soggetto a torsione; questa però tenderà a diminuire la deviazione, aggiungendo l'azione propria a quella della forza magnetica terrestre. Supponiamo che nel modo già esposto siasi determinata per l'ago la quantità $\frac{\beta'}{\theta' - \beta'}$. Il valore di $\frac{M}{T'}$ trovato e corretto secondo le norme sopra indicate si dovrà moltiplicare per

$$1 + \frac{\beta'}{\theta' - \beta'},$$

affine di tener conto anche di questa causa di errore (*).

324. **Avvertenza relativa all'induzione esercitata dalla terra.** — Se ben si considerano le condizioni delle due serie di esperienze, colle quali vien determinata la intensità magnetica terrestre, si scorge che il momento magnetico della calamita deviatrice non può essere precisamente lo stesso nei due casi. Nel caso delle oscillazioni la calamita trovasi prossimamente nel meridiano magnetico e soffre l'induzione terrestre che tende ad aumentarne il momento

(*) Gauss, *Memoria citata*, §§ 14-20.

magnetico e quindi ad accorciare la durata delle oscillazioni. Questa induzione invece non si verifica nell'esperienza delle deviazioni.

Sia μF in generale il momento magnetico *indotto*, essendo μ un coefficiente che dicesi d'*induzione* ed F la forza induttrice. Nel caso delle oscillazioni la forza è T: la durata sarà

$$t = \pi \sqrt{\frac{k}{(M + \mu T) T}},$$

e cercasi invece

$$t_0 = \pi \sqrt{\frac{k}{M T}}.$$

Dalle due equazioni deducesi

$$t_0 = t \sqrt{1 + \mu \frac{T}{M}}.$$

Vediamo ora come si possa determinare la quantità $\mu \frac{T}{M}$.

Facciasi uso dell'apparato stesso, con cui si osservano le deviazioni dell'ago, e si operi in egual modo, con questa differenza soltanto che la calamita venga disposta verticalmente. Dopo aver osservato la deviazione dell'ago quando la calamita aveva una certa posizione verticale nel piano perpendicolare al meridiano magnetico e passante per il punto di mezzo dell'ago, si sposti la calamita stessa mantenendola nella medesima verticale e disponendola capovolta in modo che i suoi poli occupino posizioni esattamente simmetriche a quelle che occupavano nella prima esperienza rispetto al piano orizzontale, in cui giace l'ago. Se prima il magnetismo indotto s'aggiungeva al permanente, ora l'uno dovrà contrastare all'altro.

Sieno θ_1 e θ_2 le deviazioni nei due casi, a un coefficiente di proporzionalità, V la componente verticale della forza magnetica terrestre. Prossimamente sarà

$$\begin{aligned} M + \mu V &= a T \operatorname{tang} \theta_1, \\ M - \mu V &= a T \operatorname{tang} \theta_2, \end{aligned} \qquad [1]$$

da cui si ha

$$\frac{\mu V}{M} = \frac{\operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)},$$

e

$$\frac{\mu T}{M} = \cot i \, \frac{\operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}.$$

Se l'esperienze, i cui risultati si devono correggere, vengono fatte in condizioni tali che l'intensità orizzontale abbia un valore T' molto

iverso da quello che esso aveva nell'esperienza ora descritta, conviene tener conto di ciò e moltiplicare il secondo membro per $\frac{T'}{T}$.

325. **Apparecchio di Weber** (*). — Il Weber ha mostrato che si può misurare l'intensità orizzontale, senza incorrere in un errore che superi $\frac{5}{100}$ del vero valore, con mezzi molto inferiori a quelli, che si richiedono per eseguire le esperienze nel modo precedentemente descritto.

L'apparecchio di Weber consiste principalmente in una semplice bussola *NS* (Fig. 25), il cui ago è lungo 60^{mm}: il cerchio è diviso in

Fig. 25.

gradi interi, e si può nelle osservazioni tener conto dei decimi di grado. Questa bussola vien collocata sopra un treppiedi, che porta un'asta orizzontale lunga un metro e divisa in mezzi centimetri. La calamita deviatrice *ns* ha 100^{mm} di lunghezza e sezione quadrata di $12^{mm},5$ di lato.

Per far oscillare questa calamita la si introduce in apposita guaina di ottone e la si sospende mediante un fascio di fili di seta entro una scatola di vetro che è rappresentata dalla Fig. 26. Dal centro del coperchio di questa s'innalza un tubo di vetro, alla sommità del quale sta un disco di ottone, cui è appeso il fascio di fili.

Per contare il numero delle oscillazioni, dopo aver tolto la torsione del filo, si devia la calamita dalla sua posizione di equilibrio e si osserva con un orologio a secondi il momento, in cui l'estremità della calamita passa innanzi ad un segno prossimo al punto di mezzo dell'arco percorso. Così contando il numero delle volte che la punta ripassa innanzi a quel segno, si tien conto di un certo numero di oscillazioni, per esempio di 50. Osservato il momento, in cui l'estremità della calamita compie la 50ª oscillazione, si determina l'intervallo di tempo totale e lo si divide per 50.

Siccome l'ampiezza di queste oscillazioni è considerevole, è bene applicare al valore t della durata la correzione relativa all'ampiezza

---

(*) Weber, *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*, 1836, p. 63.

medesima. Se non vi è un arco diviso entro la scatola in cui oscilla la calamita, basta porvi un'asta divisa e tener conto del tratto abbracciato dalle oscillazioni al principio e alla fine. Il valore dell'angolo α, che rappresenta la metà della media ampiezza delle oscillazioni, sarà dato da

$$\text{tang } \alpha = \frac{m}{2d},$$

dove in luogo di m dee porsi la media geometrica delle ampiezze osservate al principio e alla fine sull'asta divisa e in luogo di d la distanza dell'asta dall'asse di rotazione. Di qui, ricavando il valore di α e ricorrendo alla formola del § 314 e alla tavola XLVIII, si ottiene la correzione relativa.

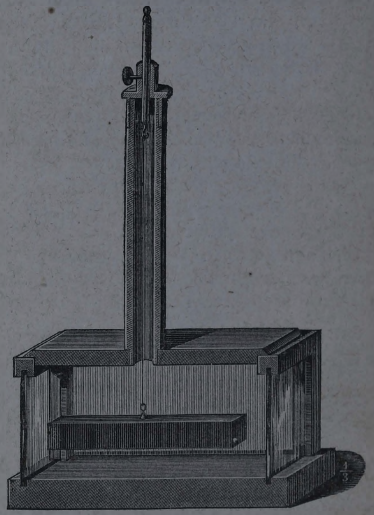

Fig. 26.

Quanto al momento d'inerzia k, siccome la calamita ha la forma di un parallelopipedo, lo si calcola con la formola

$$k = m \frac{a^2 + b^2}{12},$$

dove m è la massa, la quale per la fatta convenzione, sarà eguale al numero dei milligrammi, che rappresentano il peso della calamita, a è la lunghezza e b è il lato della sezione trasversale quadrata.

Si avrà poi

$$D = MT = \frac{\pi^2 k}{t^2}.$$

Per dedurre il rapporto $\frac{M}{T}$ si opera in modo simile a quello indicato nel paragrafo precedente. Si fa che quando l'ago della bussola sta nel meridiano magnetico, esso cada sulle divisioni 0 e 180, mentre l'asta divisa è perpendicolare al meridiano magnetico. La calamita poi si colloca a due diverse distanze, tanto ad est, quanto ad ovest, e si ottengono così i valori α e α' (§ 322), ciascuno dedotto come medio di quattro osservazioni.

La distanza del punto di mezzo della calamita da quello dell'ago deve essere eguale almeno al quintuplo della lunghezza dell'ago.

Quando non occorra molta precisione, si può determinare α ponendo la calamita ad una distanza R, che sia la massima, a cui si può operare, e far uso della formola

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} R^3 \operatorname{tang} \alpha.$$

326. **Altri apparecchi.** — Sì nel teodolite di Lamont, come negli strumenti che a preferenza vengono adoperati in Inghilterra, si segue ordinariamente un principio alquanto diverso nell'osservare le deviazioni. Il regolo, su cui giace la calamita deviatrice, è congiunto al cannocchiale, e questo e quello sono portati da un anello girevole intorno all'asse verticale dello strumento. Per poter disporre il cannocchiale perpendicolarmente allo specchio, quando l'ago è stato deviato dalla calamita, bisogna far girare il cannocchiale e quindi con questo il regolo e la calamita. In questo caso, come è facile scorgere, si deve sostituire nelle formole riferite alle tangenti i seni degli angoli di deviazione.

Siccome qui la calamita prende una posizione obliqua rispetto al meridiano magnetico, così è necessario correggere anche le deviazioni per l'induzione esercitata dalla terra sulla calamita o correggere la quantità $\frac{M}{T}$ che dalle deviazioni stesse si desume.

La forza induttrice è $T \operatorname{sen} \varphi$, se φ è l'angolo di deviazione. Il momento magnetico indotto sarà

$$\mu T \operatorname{sen} \varphi,$$

e quindi se con $\left(\frac{M}{T}\right)_0$ indichiamo il valore corretto del rapporto cercato e con $\frac{M}{T}$ quello antecedentemente ottenuto, supposto che i due momenti si aggiungano, avremo

$$\left(\frac{M}{T}\right)_0 = \left(\frac{1}{2} R^3 - \mu\right) \operatorname{sen} \varphi,$$

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} R^3 \operatorname{sen} \varphi,$$

donde

$$\left(\frac{M}{T}\right)_0 = \frac{M}{T}\left(1 - \frac{2\mu}{R^3}\right).$$

Del modo di determinare μ si è detto al § 324. Solo converrà tener conto del diverso modo di operare, e nelle equazioni [1] di quel paragrafo cambiar le tangenti in seni.

Per ulteriori ragguagli intorno a questi apparecchi siam costretti a rimandare alle opere speciali, come, ad esempio, a quelle del Kreil, dell'Airy, del Lamont.

327. **Esempio. — Determinazione della intensità orizzontale mediante il magnetometro di Gauss eseguita in Gottinga il 13 luglio 1841** (*dall'opera citata del Kreil*) (*).

a) *Deviazioni.*

Per le condizioni speciali dell'osservatorio si preferì al primo il secondo modo di operare (§ 321). La calamita venne collocata successivamente a sud e a nord dell'altra sospesa alla distanza

$$R = 1900^{mm}, \qquad R_1 = 2600^{mm}.$$

Per facilità di linguaggio continueremo a dare il nome di ago alla calamita sospesa.

Le tabelle seguenti danno i risultati delle osservazioni. Per prima posizione s'intende quella in cui il polo nord della calamita era ad ovest, per seconda quella in cui era ad est.

La calamita a S. dell'ago

TEMPO	*R*	POSIZIONE	LETTURA
$10^h\ 44'$	2600	I	653,52
$10^h\ 47',5$	»	II	1057,78
$10^h\ 51'$	»	I	652,15
$10^h\ 56'$	1900	I	312,54
11^h	»	II	1394,87
$11^h\ 4'$	»	I	313,29
a $10^h\ 40'$ la temperatura era 12°,4 R.			

(*) Abbiamo notevolmente compendiato, ed anche in qualche parte modificato questo esempio per conformarlo alle norme generali date nei paragrafi precedenti.

La calamita a N. dell'ago

TEMPO	*R*	POSIZIONE	LETTURA
$11^h\ 10'$	1900	I	1392,77
$11^h\ 14'$	»	II	312,71
$11^h\ 18'$	»	I	1391,57
$11^h\ 22',5$	2600	I	1056,04
$11^h\ 26',5$	»	II	647,63
$11^h\ 30',5$	»	I	1054,41
a $11^h\ 32'$ la temperatura era $12°,44$ R.			

Prendendo in ogni caso la media delle due letture fatte nella I^a posizione e poi cercando la differenza con quella fatta nella II^a si ha il doppio della deviazione; poi prendendo la media dei risultati ottenuti per le due posizioni sud e nord della calamita e dividendo per 2 si hanno i valori α ed α' o più esattamente le letture corrispondenti. In tal modo si ottiene

per la distanza 2600 203,135,

» » 1900 . . . . . 540,353.

Il coefficiente p relativo alla temperatura (§ 323) era stato con apposite esperienze trovato $= 0{,}000\,765$ per ogni grado R.

Per questa determinazione della intensità si assunse come normale la temperatura di 13° R.

b) *Oscillazioni della calamita senza sopraccarico.*

La durata delle oscillazioni si osservò nel modo indicato al § 311. Ecco i risultati:

Media temperatura 13°,1 R.

Num. d'ordine delle oscillazioni	TEMPO	ARCO DI OSCILLAZIONE	t	t_0	MEDIA DURATA
2	0h 35′ 23″ 15	766,15			
			24″,0600	24″,0586	
102	1h 15′ 29″ 15	440,56			24,05535
			24″,0527	24″,0521	
202	1h 55′ 34″ 42	318,57			

La quarta colonna contiene il valore t della durata direttamente dedotto dalle osservazioni: la quinta i valori t_0 dopo la correzione dovuta all'ampiezza delle oscillazioni. Questa correzione fu applicata mediante la formola

$$t_0 = t\left(1 - \frac{l^2}{64\,d^2}\right)$$

del § 314 prendendo come arco medio la media geometrica di quelli osservati al principio e alla fine di ciascuna serie di oscillazioni, perchè gli archi prossimamente decrescono in progressione geometrica. La quantità l è la metà dell'arco di oscillazione. Il valore di d era $4807^{mm},85$.

L'errore dell'orologio era di 1″,76 in più per ogni 24 ore.

c) *Misura della torsione.*

Le esperienze destinate alla misura della torsione diedero i seguenti risultati:

senza torsione	833,04	a	1h 55′,5
con torsione + 360°	747,92	»	2h
» » — 360°	919,83	»	2h 6′
senza torsione	833,95	»	2h 11′.

Siccome non si osservò contemporaneamente le variazioni della declinazione, e dalla prima alla quarta delle riferite osservazioni si notò una differenza di 0,91 divisioni, questa differenza si distribuì propor-

zionalmente in tutto il tempo delle esperienze. Riportando tutte le osservazioni all'istante di mezzo, si ottennero i numeri

833,49 748,11 919,67 833,49;

quindi in media per 360° . . . . . 85,780.

Sostituendo questi valori nelle formole relative (§ 315), si ha

$$\frac{\beta}{\theta - \beta} = 0{,}001\,422.$$

Nel caso, in cui la calamita aveva il sopraccarico per la determinazione del momento d'inerzia, si trovò invece

$$\frac{\beta}{\theta - \beta} = 0{,}002\,058.$$

Anche al valore di $\frac{M}{T}$, dedotto dalle deviazioni, conviene, come si è detto a suo luogo, applicare una correzione in causa della torsione. Si trovò

$$\frac{\beta'}{\theta' - \beta'} = 0{,}001\,033.$$

d) *Oscillazioni della calamita col sopraccarico.*

I cilindri furono appesi prima ai punti 250 e 450 dell'asta trasversale (§ 317), ossia a 100 divisioni dal punto di mezzo, poi ai punti 0 e 700, cioè a 350 divisioni dal punto di mezzo.

Si operò nel modo già indicato per la calamita senza sopraccarico e si trovò per la prima distanza la durata

26″,32618 a 13°,6 R.,

e per la seconda

40″,89170 a 13,45 R.

e) *Osservazioni contemporanee col bifilare.*

La posizione normale del bifilare corrispondeva alla lettura 855, alla temperatura 16 C. assunta come normale. Era (§ 323)

$$n = 22800, \qquad k = 14{,}54.$$

Per ciascuna osservazione delle deviazioni ne fu fatta una col bifilare. In media risultò per la deviazione corrispondente alla distanza 2600 la lettura 848,48 a 15°,75 C., e per quella corrispondente alla distanza 1900 la lettura 848,04 alla stessa temperatura.

Rispetto alle oscillazioni, i risultati furono, quando la calamita oscillava

1° senza pesi aggiunti . . .	865,76	a	+ 16°,7 C.,
2° con pesi alla distanza 100 . .	865,92	»	17,65 ,
3° » » » 350 . .	858,96	»	17,0 .

f) *Riduzione delle deviazioni.*

Siccome la calamita aveva la lunghezza considerevole di mill. 419, si dedusse la tangente dell'angolo di deviazione dalla relazione riferita per questo caso nel § 322. La quantità d era 4819,75.

I risultati del calcolo di correzione sono registrati nella seguente tabella, in cui $(\text{tang}\,\alpha)_0$ indica il valore corretto di tang α.

Quantità	VALORI NUMERICI	
	$R = 2600$	$R = 1900$
l	203,135	540,353
log tang α	8,3 235 429	8,7 472 936
$\tau - \tau_0$	— 0°,25	— 0°,25
s	— 6,52	— 6,96
$k\,(\tau - \tau_0)$	— 3,63	— 3,63
$\log \dfrac{n + s + k\,(\tau - \tau_0)}{n}$	9,9 998 067	9,9 997 983
$\tau'_1 - \tau'_0$	— 0,6	— 0,6
$1 + p\,(\tau'_1 - \tau'_0)$	0,999 541	0,999 541
$\log\,[1 + p\,(\tau'_1 - \tau'_0)]$	9,9 998 006	9,9 998 006
$\log\,(\text{tang}\,\alpha)_0$	8,3 231 502	8,7 468 925

g) *Riduzione delle durate delle oscillazioni.*

Quantità	VALORI NUMERICI		
	senza pesi	con pesi alla distanza 100	con pesi alla distanza 350
t	24″,05535	26″,3262	40″,8917
$\log t^2$	2,7 624 234	2,8 407 764	3,2 232 702
$\tau - \tau_0$	+ 0°,7	+ 1°,65	+ 1°,0
$k(\tau - \tau_0)$	+ 10,18	+ 23,99	+ 14,54
s	10,76	10,92	3,96
$\log \frac{n + s + k(\tau - \tau_0)}{n}$	0,0 003 987	0,0 006 645	0,0 003 523
$\tau'_1 - \tau'_0$	+ 0°,1	+ 0°,6	+ 0°,45
$1 - p(\tau'_1 - \tau'_0)$	0,999 924	0,999 541	0,999 656
$\log [1 - p(\tau'_1 - \tau'_0)]$	9,9 999 671	9,9 998 006	9,9 998 506
$\log \frac{(86400)^2}{(86401,76)^2}$	9,9 999 822	9,9 999 822	9,9 999 822
$\log \left(1 + \frac{\beta}{\theta - \beta}\right)$	0,0 006 172	0,0 008 929	0,0 008 929
$\log (t^2)_0$	2,7 633 886	2,8 421 166	3,2 243 482

h) *Calcolo dei risultati.*

$$\frac{M}{T} = \frac{R^5 \operatorname{tang} \alpha - R^5_1 \operatorname{tang} \alpha'}{R^2 - R^2_1}$$

$$\log R^5 \operatorname{tang} \alpha = 15,3\,980\,169$$

$$\log R^5_1 \operatorname{tang} \alpha' = 15,1\,406\,605$$

$$R^5 \operatorname{tang} \alpha = 25\,004\,425 \times 10^8$$

$$R^5_1 \operatorname{tang} \alpha' = 13\,824\,853 \times 10^8$$

$$R^5 \operatorname{tang} \alpha - R^5_1 \operatorname{tang} \alpha' = 11\,179\,572 \times 10^8$$

$$\log (R^5 \operatorname{tang} \alpha - R^5{}_1 \operatorname{tang} \alpha') = 15{,}0\ 484\ 252$$

$$\log (R^2 - R^2{}_1) = 6{,}4\ 983\ 106$$

$$\log \frac{M}{T} = 8{,}5\ 501\ 146$$

$$\log \left(1 + \frac{\beta}{\theta - \beta}\right) = 0{,}0\ 004\ 484$$

$$\log \left(\frac{M}{T}\right)_0 = 8{,}5\ 505\ 630$$

Qui la quantità $\left(\frac{M}{T}\right)_0$ indica il valore di $\frac{M}{T}$ dopo la correzione dovuta alla torsione.

Dalle formule del § 317 si ha

$$MT = \frac{2p\,\pi^2\,(l^2{}_1 - l^2{}_2)}{t^2{}_1 - t^2{}_2}.$$

Essendo

$$2p = 999\ 990^{mg},$$

e, fatta la correzione per la temperatura,

$$l_1 = 349^{mm},8856,$$

$$l_2 = 99{,}98735,$$

si ottiene

$$\log 2p = 5{,}9\ 999\ 957$$

$$\log \pi^2 = 0{,}9\ 942\ 997$$

$$\log (l^2{}_1 - l^2{}_2) = 5{,}0\ 508\ 528$$

$$\text{comp. log } (t^2{}_1 - t^2{}_2) = 7{,}0\ 082\ 974$$

$$\log MT = 9{,}0\ 534\ 456$$

$$\log T^2 = 0{,}5\ 028\ 826$$

$$\log T = 0{,}2\ 514\ 413$$

$$T = 1{,}7842.$$

Inoltre può ricavarsi il momento magnetico

$$M = 633\,876\,000$$

e il momento d'inerzia

$$k = 66\,456\,046\,000.$$

328. **Cenni intorno al metodo di Lloyd per determinare l'intensità.** — Secondo questo metodo la determinazione della intensità si fa col mezzo della bussola d'inclinazione. L'operazione è più sollecita che non col metodo ora descritto, e con un solo strumento si determinano due degli elementi magnetici: anzi, aggiungendovi un cannocchiale, si può misurare con esso anche la declinazione. Tutto ciò è specialmente giovevole per fare osservazioni in luoghi diversi, non essendo lo strumento nè complicato, nè difficile a trasportarsi. S'intende già che esso deve essere di perfettissima costruzione.

Ci limiteremo qui ad esporre brevemente il principio del metodo.

Abbiansi due aghi che possano ambedue venir collocati sui cuscinetti della bussola. Ad uno di essi si possa applicare verso il polo sud un pesetto costituito da un cilindro di ottone, che va introdotto in un apposito foro. Questo ago, che diremo *primo*, sia collocato sui cuscinetti, e il suo centro di gravità, quando manca il pesetto, stia esattamente sull'asse, intorno a cui l'ago è girevole.

Sia

M il suo momento magnetico,

T e V le componenti orizzontale e verticale della forza totale magnetica terrestre F,

α l'angolo formato dal piano dell'ago col meridiano magnetico,

η l'angolo, di cui l'ago, quando è in equilibrio, sta inclinato all'orizzonte,

p il peso aggiunto,

l la distanza del punto d'applicazione del peso p dall'asse di rotazione. Sarà per l'equilibrio

$$M(V\cos\eta - T\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\eta) = p\,l\cos\eta.$$

Si osservi il valore di η, indi si levi l'ago dai cuscinetti, lo si sostituisca col secondo, che non ha alcun sopraccarico, e si ponga il primo sul telaio che porta i nonii, dei quali si è già fatto cenno nel § 306 descrivendo la bussola d'inclinazione secondo il modello inglese. La linea, secondo la quale vien disposto l'ago, è perpendicolare a quella dei nonii, e se si portano i reticoli dei microscopii a coincidere con le punte del secondo ago, si ottiene sempre che i due aghi sieno nella stessa posizione reciproca. M' sia il momento magnetico del se-

condo ago, U una funzione, che non varia, finchè gli aghi sono gli stessi e finchè non muta in essi la distribuzione del magnetismo. Se l'angolo azimutale per questa seconda osservazione è α', e η' l'angolo di cui è inclinato l'ago all'orizzonte, sarà

$$M'(V\cos\eta' - T\cos\alpha'\operatorname{sen}\eta') = MM'U,$$

dove può togliersi il fattore M'.

Moltiplicando le due equazioni, sparisce anche M, e si ha

$$(V\cos\eta - T\cos\alpha\operatorname{sen}\eta)\,(V\cos\eta' - T\cos\alpha'\operatorname{sen}\eta') = Upl\cos\eta.$$

Questo metodo può applicarsi in più modi, cercando che la formola riceva nei casi particolari semplificazioni opportune. Poniamo, ad esempio, che in tutte e due le esperienze l'ago si trovi nel meridiano magnetico. Allora

$$\alpha = 0, \qquad \alpha' = 0,$$

e, se i è il vero angolo d'inclinazione, esprimendo V e T per F e per i, si ottiene

$$F^2\operatorname{sen}(i-\eta)\operatorname{sen}(i-\eta') = Upl\cos\eta,$$

da cui si ha il valore della forza totale

$$F = \sqrt{Upl}\sqrt{\frac{\cos\eta}{\operatorname{sen}u\operatorname{sen}u'}},$$

avendo posto

$$u = i-\eta \qquad u' = i-\eta'.$$

Se la quantità U si considera come costante, in un altro luogo sarà

$$F_1 = \sqrt{Upl}\sqrt{\frac{\cos\eta_1}{\operatorname{sen}u_1\operatorname{sen}u'_1}},$$

e quindi

$$F_1 = F\sqrt{\frac{\cos\eta_1}{\operatorname{sen}u_1\operatorname{sen}u'_1}\,\frac{\operatorname{sen}u\operatorname{sen}u'}{\cos\eta}}.$$

Se F si prende per unità, si può adoperare senz'altro questa formola. Altrimenti bisogna far la prima determinazione in un dato luogo ed ivi parimenti eseguire la misura di T col metodo precedentemente indicato. Il valore di T diviso per cos i dà l'intensità totale F, che va sostituita nell'equazione superiore. Se le osservazioni fatte

coi due metodi non sono contemporanee, se ne fa la riduzione mediante le indicazioni del bifilare (*).

Varie avvertenze e nozioni pratiche relative al magnetismo.

329. **Norme per conservare la forza delle calamite.** — Una calamita isolata, che per lungo tempo non venga adoperata, soffre in generale una perdita nella sua virtù magnetica. Per rendere quanto più piccola è possibile questa perdita bisogna scegliere opportunamente le condizioni, in cui vien conservata la calamita.

Conviene cercare anzi tutto che l'azione induttrice della terra non si eserciti a danno della forza della calamita. La posizione più svantaggiosa della calamita stessa si è quella, in cui, avendo essa la direzione dell'ago d'inclinazione, volge il polo sud verso il basso: la induzione terrestre produce invece l'effetto più vantaggioso, se la calamita, avendo la direzione medesima, volge verso il basso il polo nord.

Il riscaldamento di una calamita ne diminuisce la forza. Sono dannosissimi alle calamite i successivi riscaldamenti effettuati di tratto in tratto, come avviene ad esempio in inverno nelle stanze che vengono riscaldate. Per ciò è bene tenere le calamite in luoghi la cui temperatura oscilli fra limiti ristretti, per esempio in un sotterraneo. È importante altresì difenderle dalla ruggine, e ciò si ottiene leggermente spalmandole di tratto in tratto con olio o meglio con grasso. Si può anche a tal uopo coprire la calamita con la vernice che si adopera per l'ottone, o con ceralacca sciolta nell'alcool.

Se si tratta di calamita a ferro di cavallo, si manterrà l'àncora a contatto dei poli, e volendo aumentare la forza della calamita, si andrà aggiungendo di tratto in tratto all'àncora dei piccoli pesi, con precauzione però, affinchè essa non abbia a staccarsi.

Se si ha due eguali calamite, si dispongono parallelamente coi poli eteronimi volti dalla stessa parte e a contatto o almeno congiunti mediante un'àncora di ferro dolce. Allora è indifferente la posizione delle calamite, e anche il calore produce piuttosto aumento di forza che diminuzione.

Nell'usare le calamite fornite d'àncora, come sono per lo più quelle a ferro di cavallo, è dannoso lo strappar l'àncora violentemente. Con-

---

(*) Veggansi intorno a questo metodo, oltre la memoria del Lloyd (*Memoirs of the Irish Academy* XXIII (1853)), quelle già citate del Secchi e del Braun.

viene farla scorrere sopra i due poli, finchè essa si trovi appoggiata ad uno solo di essi: poi la si inclina alquanto, in modo che la parte di essa più vicina al polo ormai libero (nell'ipotesi che i poli sieno volti all'insù) sia più elevata; la si ritira facendola scorrere e tenendola un po' sollevata sopra il polo libero, e così la si stacca interamente anche dall'altro polo.

Nel maneggiare le calamite si eviti di urtarle e di lasciarle cadere, nè si avvicinino ad altre calamite potenti o a masse di ferro.

330. **Modo di magnetizzare l'acciaio.** — I metodi di magnetizzazione comunemente adoperati consistono nell'uso di calamite permanenti o di calamite temporarie, o di correnti elettriche. Sarebbe assai lungo il descrivere i varii modi di operare che furono successivamente proposti. Indicheremo brevemente i più opportuni.

1° *Sfregamento con una sola calamita.* — S'imagini disposta orizzontalmente la sbarra d'acciaio che si deve calamitare. Presa una calamita permanente rettilinea, si applica uno dei poli a metà della sbarra e lo si move ripetutamente dal mezzo verso un'estremità, sfregandolo contro la sbarra e staccandolo ogni volta quando si è giunti all'estremità per novamente applicarlo al punto di mezzo. Parimenti si opera col polo di nome opposto per l'altra parte della sbarra. Col numero delle volte che l'operazione vien ripetuta cresce in generale la forza magnetica. Gli aumenti però vanno di volta in volta facendosi più piccoli, finchè si giunge ad un limite. Allora si dice che la sbarra d'acciaio è saturata.

2° *Sfregamento con due calamite.* — Si può magnetizzare una sbarra d'acciaio applicando i poli opposti di due calamite verso il mezzo della sbarra e movendoli dal mezzo verso l'estremità. In tal caso altro non si fa se non porre in pratica con due calamite il metodo precedentemente descritto. Si può anche magnetizzare la sbarra tenendo unite, anzichè sciolte, le due calamite. Queste vengono disposte parallelamente l'una all'altra coi poli opposti dalla medesima parte e si legano insieme, tenendole però divise mediante pezzi di legno interposti; indi si movono le calamite partendo dal mezzo e andando verso un estremo senza oltrepassarlo, si torna indietro, si va fino all'altro estremo e così via. Quando si stima di aver effettuata la magnetizzazione, e, avendo operato egualmente sopra ciascuna metà della sbarra, si ha ricondotto le calamite al punto di mezzo, si staccano queste dalla sbarra. Per tutti i metodi ora accennati è cosa opportuna applicare le estremità della sbarra magnetica sopra i poli di due calamite disposte nella stessa direzione della sbarra, l'una da una parte, l'altra dall'altra. Ciascuno di questi poli deve trovarsi a contatto con quella estremità della sbarra, che, per effetto della magnetizzazione, diventa un polo di nome opposto.

3° *Uso delle correnti.* — L'uso diretto delle correnti per magnetizzare l'acciaio, introducendo le sbarre in una spirale formata da un reoforo, viene applicato soltanto in qualche caso speciale. Più comunemente impiegasi la corrente per ottenere una calamita temporaria molto efficace, e si adopera questa per magnetizzare la sbarra di acciaio mediante sfregamento. Gli è anzi in tal modo che si può ottenere il massimo effetto con la massima rapidità.

Il Lamont costruì un apparecchio per magnetizzare fondato appunto sull'uso delle calamite temporarie. Esso principalmente consiste in due spranghe di ferro verticali, congiunte ciascuna ad un regolo orizzontale girevole in modo che esse, restando pur sempre parallele, possono venir avvicinate od allontanate. Un filo di rame coperto di seta è avvolto intorno alle spranghe in modo che quando una corrente elettrica lo percorre, i poli, volti dalla stessa parte, delle due calamite temporarie così formate sieno eteronimi. Il filo stesso si avvolge poi intorno una terza spranga di ferro dolce, ma fra le due prime spranghe e quest'ultima resta libera una tal porzione del filo medesimo che la terza spranga può venir mossa e maneggiata senza difficoltà. Quando si vuole magnetizzare una sbarra di acciaio, la si dispone colle sue estremità sopra i poli superiori delle due spranghe di ferro dolce collocate e fissate alla distanza opportuna, indi si fa passar la corrente, e si sfrega la barra con la elettrocalamita libera nel modo indicato parlando del primo metodo.

Esposti brevemente i metodi di magnetizzazione, vediamo quali sono le condizioni accessorie, le quali possono dar modo di ottenere effetti maggiori.

Gli urti che nell'atto dello sfregamento vengono dati alla sbarra di acciaio, e le vibrazioni che ne conseguono, agevolano la magnetizzazione. Anzi quando l'operazione non si eseguisce con un metodo di sfregamento, ma invece coll'uso diretto delle correnti o per via d'induzione, si suole sfregare o battere la sbarra finchè si esercita l'azione magnetizzante.

Quando si applica l'uno o l'altro dei metodi di sfregamento sopra descritti, si ottiene un vantaggio considerevole sfregando in egual modo tutte le faccie della sbarra di acciaio anzichè una sola.

Al crescer del tempo, durante il quale l'acciaio sta soggetto all'azione induttrice, cresce l'effetto di questa. Di più è vantaggioso, che durante la magnetizzazione l'acciaio abbia temperatura piuttosto elevata. Non v'ha alcuna regola rispetto al grado di questo riscaldamento, ma in generale non si dovrà condurlo a tal punto da toglier la tempera.

Fu tentato da alcuni, e con buon successo, di assoggettare un pezzo di acciaio all'induzione magnetica mentre esso si trova all'incandescenza, e immergerlo poi immediatamente nell'acqua fredda per

temperarlo. Trattandosi di un ago, basta a tal uopo toglierlo dal fuoco, quando è incandescente, mediante una calamita a ferro di cavallo, i cui poli vadano a contatto delle estremità dell'ago stesso, indi tuffarlo nell'acqua.

Qualunque sia il metodo di magnetizzazione adottato, è sempre opportuno disporre la sbarra di acciaio per modo che l'orientazione delle molecole prodotta dalla principale azione magnetizzante venga secondata e mantenuta da altre cause accessorie. Una disposizione opportuna è, ad esempio, quella già menzionata e che consiste nell'appoggiare le estremità della sbarra sopra i poli eteronimi di due calamite. È pure assai vantaggioso il prendere, anzichè una sola, due sbarre di acciaio, l'una in prolungamento dell'altra, in modo che due estremità sieno a perfetto contatto, e poi magnetizzarle come se si trattasse di una sola. Ancor meglio vale calamitare insieme tre sbarre nello stesso modo: in tal caso quella di mezzo riesce magnetizzata più intensamente delle altre due.

Avendo quattro sbarre di acciaio da calamitare è molto bene disporle a modo di rettangolo, fissandole bene e assicurandone il mutuo contatto: di poi, applicato uno dei poli della calamita magnetizzante al punto di mezzo di una delle sbarre, lo si moverà in giro lungo il perimetro del rettangolo così formato fino a ritornare al punto di partenza. Giunti a quel punto, se si stima che la magnetizzazione sia compiuta, si stacca la calamita. Similmente si opera se, invece di usare una calamita sola, se ne adoperino due accoppiate.

Anche se le sbarre di acciaio sono due sole, si può tuttavia adottare la disposizione precedente a modo di linea rientrante, la quale è sempre assai vantaggiosa; il rettangolo si compie in tal caso mediante due sbarre di ferro dolce. Così se invece si tratta di magnetizzare un'asta di acciaio ripiegata a ferro di cavallo, la figura si chiude mediante un'àncora di ferro dolce.

331. **Modo d'inargentare le lamine di vetro per gli specchi da applicarsi alle calamite.** — Fra i molti metodi proposti per l'argentatura del vetro (*) scegliamo il seguente, che è dovuto a Martin e dà facilmente buoni risultati.

Preparinsi anzitutto i quattro liquidi seguenti:

1° In un litro d'acqua distillata si sciolgano 40 grammi di nitrato d'argento;

2° Si sciolgano 70^{cc} di ammoniaca pura a 24° in un litro d'acqua distillata. Fatta la soluzione, è bene verificarne le proporzioni. A tal

(*) Vedi Selmi, *Enciclopedia di Chimica*, II, 460, 709.

uopo si prendono 15cc del primo liquido, e vi si versa una piccolissima quantità del secondo. Formasi allora un precipitato, che si fa sparire aggiungendo ancora della soluzione di ammoniaca; se le proporzioni di questa soluzione sono esatte, a far sparire il precipitato devono occorrere e bastare 10cc della soluzione medesima;

3° 40 grammi di potassa caustica pura si sciolgono in un litro d'acqua distillata;

4° 25 grammi di zucchero di canna puro si sciolgono in 250 gr. d'acqua distillata, e vi si versano 3 grammi d'acido nitrico comune. Si fa bollire questa soluzione per 10 minuti circa, si lascia raffreddare, indi si aggiunge a goccia a goccia una tal quantità del terzo liquido che rimanga soltanto una lievissima acidità. S'aggiungono di poi 50cc di alcool affine d'impedire la fermentazione e tant'acqua da formare il volume di mezzo litro. Però se si opera nell'estate, bisogna diluire la soluzione ancora di più.

Veniamo ora al modo di eseguire l'argentatura di una laminetta di vetro. Dopo averla pulita dalla polvere con un pennello, vi si versano sopra alcune goccie di acido nitrico concentrato, lo si stende sulla superficie e si strofina quest'ultima con un fiocco di cotone cardato: si lava poi con acqua pura e si asciuga con pannolino ben netto e fino.

Una seconda pulitura si opera parimenti con un fiocco di cotone dopo aver versato sul vetro alcune goccie di una mescolanza formata col terzo liquido e con alcool. Preso poi un piatto e dispostivi tre pezzetti di legno o di vetro alti da 3 a 5 millimetri, vi si appoggia la laminetta da inargentare con la faccia pulita all'ingiù e si versa lentamente nel piatto dell'acqua distillata. Smovendo poi il piatto stesso, si fa che l'acqua lambisca la superficie inferiore della laminetta e sciolga lo strato alcalino che la copre. Ciò fatto, si versano in una bacinella 15cc del primo liquido, a cui successivamente si aggiunge un'eguale quantità di ciascuno degli altri tre liquidi. Se i liquidi sono buoni e ben preparati, la soluzione di nitrato d'argento si fa torbida alle prime goccie del secondo liquido versatevi entro, poi diventa limpida e rimane tale anche dopo l'aggiunta degli altri liquidi. Mescolati i quattro liquidi, si toglie dall'acqua la laminetta di vetro, e la si immerge rapidamente nella mescolanza, disponendola nello stesso modo che si è indicato per la immersione nell'acqua pura. Dopo mezzo minuto il liquido diventa giallastro e va facendosi sempre più bruno finchè diventa affatto nero. È allora che l'argento comincia a deporsi sul vetro. Di tratto in tratto è bene agitare alquanto la bacinella, e quando si veda che il liquido siasi fatto torbido o grigio, e che sopra esso galleggino delle laminette d'argento, si può ritenere terminata l'operazione. Tolto lo specchio di là, lo si lava con acqua, lo si asperge con acqua distillata e lo si lascia seccare ponendolo

verticalmente o inclinato sopra carta bibula. Per pulire la superficie dell'argento si può usare una pelle di camoscio e un poco di rosso d'Inghilterra finissimo.

È molto importante, affinchè l'argentatura riesca uniforme e senza macchie, che nell'ammoniaca e nella potassa non esistano carbonati: la loro presenza si rivela all'atto della mescolanza dei liquidi mediante un precipitato bianco, che volge al bruno quando si aggiunge lo zucchero. Anche l'imperfetta pulitura del vetro dà origine a macchie.

La concentrazione della soluzione zuccherina deve essere variata, come si è accennato, a seconda della temperatura. Quando la soluzione è troppo debole, l'azione riesce lenta e incompiuta, ma si può ripararvi coll'aggiungere nuovo liquido zuccherino alla mescolanza: quando invece la soluzione è troppo concentrata, l'azione è soverchiamente rapida e si compie nel liquido anzichè sullo specchio. Un tentativo in piccole proporzioni prima della operazione può servire per dare al liquido la concentrazione opportuna.

PARTE SETTIMA

ELETTRICITÀ DINAMICA

Della produzione delle correnti.

332. **Dei varii elettromotori.** — Crediamo opportuno premettere alla descrizione delle esperienze di misura relative all'elettricità dinamica alcuni cenni intorno agli elettromotori e in particolare intorno alle coppie idroelettriche. Gli apparecchi, che servono a produrre correnti elettriche, si possono distinguere in tre classi, cioè coppie idroelettriche, coppie termoelettriche e macchine magnetoelettriche. Noi ci occuperemo delle coppie idroelettriche, perchè la loro preparazione è cosa, che frequentemente occorre nei laboratorii, ed è assai importante per la buona riuscita delle esperienze.

Poichè nelle pratiche applicazioni, a seconda delle operazioni che si devono eseguire, può convenire l'una o l'altra specie di coppie, verremo qui enumerando i caratteri principali delle più importanti.

È anzi tutto necessario conoscere qual sia la forza elettromotrice e quale la resistenza interna di una coppia: ma altre proprietà sono importanti a conoscersi, cioè: 1° se la corrente mantenga per un tempo considerevole il suo valore, o, come si suol dire, se la coppia sia costante; 2° se la coppia si mantenga inalterata anche a circuito aperto; 3° se mandi esalazioni nocive; 4° se sia costosa; 5° se sia comoda nella composizione e nell'uso.

Le coppie idroelettriche distinguonsi in coppie ad un sol liquido e in coppie a due liquidi. Le prime sono in generale meno pregevoli delle seconde, ma vengono preferite in parecchi casi per la facilità e prontezza, con cui possono venir preparate.

La tavola XLIX dà la forza elettromotrice di una coppia costituita da due metalli immersi nell'acqua acidulata con acido solforico: nella tavola L sono raccolti i valori della forza elettromotrice delle coppie che più sono in uso.

Assomigliando una coppia ad un voltametro, daremo nei seguenti paragrafi il nome di elettrodo positivo alla lamina, per la quale entra nella coppia la corrente, di elettrodo negativo all'altra.

Coppie ad un sol liquido.

333. **Delle varie coppie ad un sol liquido. — Amalgamazione dello zinco.** — Fra le molte coppie ad un liquido, che sono state costruite, ne sceglieremo quattro, le quali ci sembrano specialmente dotate di opportune proprietà, quelle cioè di Smee, di Leclanché, di Warren de la Rue e di Grenet.

In queste coppie, ed anche pressochè in tutte le altre, è bene che lo zinco si adoperi amalgamato. Ciò si può ottenere in più modi. Si può, ad esempio, immergere anzitutto la lamina di zinco in acqua fortemente acidulata, e poi versare del mercurio sulla lamina, finchè esso aderisca allo zinco e ne ricopra tutta la superficie: oppure, seguendo il metodo del Berjot, si può immergere per pochi istanti la lamina in un liquido composto nel modo seguente: 200 grammi di mercurio disciolgonsi in 1000 grammi d'acqua regia riscaldata, indi si aggiungono 1000 grammi d'acido cloridrico. Con un litro di questo liquido si può amalgamare 150 lamine di zinco, quali vengono adoperate nelle coppie di media grandezza.

334. **Coppia Smee.** — L'elettrodo positivo è zinco, il negativo è o platino, o argento, o piombo, o rame: ma qualunque di questi metalli si prescelga, lo si adopera sempre *platinato*.

Fra tutti i metalli nominati l'argento mostrasi il più opportuno per formare l'elettrodo negativo. Ecco uno dei metodi usati per platinarlo. La lamina d'argento si strofini alquanto con carta di smeriglio, oppure la si immerga per pochi istanti nell'acido nitrico. Prendasi un vaso, entro il quale ve ne sia un altro di terra porosa, al modo delle solite coppie a due liquidi: l'uno e l'altro compartimento si riempia d'acqua acidulata con acido solforico. S'immerga poi la lamina d'argento nel compartimento esterno e le si attacchi con un filo di rame un pezzo di zinco, una estremità del quale si immerga nell'acqua acidulata del vaso poroso. Si versi nel liquido esterno qualche goccia di cloruro di platino e si agiti. A poco a poco un debole coloramento notasi sull'argento. Si aggiunga novamente del cloruro, e si vada a

poco a poco immergendo lo zinco, aumentando così sempre più l'azione della corrente, finchè l'argento è coperto di uno strato nero uniforme.

Nella coppia Smee, la lamina, che costituisce l'elettrodo negativo, sta fra due lamine eguali di zinco a piccolissima distanza. L'acqua è mista ad acido solforico nella proporzione di 20 ad 1 in volume. La forza elettromotrice di questa coppia varia notevolmente al variare dell'intensità della corrente, che l'attraversa. Se si esprime la forza elettromotrice mediante il prodotto dell'intensità di corrente per la resistenza del circuito, e se si adotta la unità elettromagnetica per la prima di quelle due quantità e la unità di Siemens per la seconda (vedi §§ 347-348), si può rappresentare prossimamente con 13 la forza elettromotrice della Smee per minime correnti, con 6-7 la quantità stessa per forti correnti. Anche la resistenza varia, oltre che con le dimensioni delle lamine, con la intensità delle correnti.

Quanto alla costanza, la corrente dapprincipio decresce rapidamente; poi, se non è molto intensa, può durare per parecchie ore senza notevoli mutamenti.

È coppia sempre pronta: i metalli sono ordinariamente infissi in un telaio e si tengono sollevati dal liquido per immergerli al momento opportuno.

335. **Coppia Leclanché.** — In un vaso di vetro a largo e breve collo sta un vaso poroso pieno di perossido di manganese e di coke in pezzetti. Nel centro di questo vaso poroso trovasi un bastone di carbone, che serve di elettrodo negativo: l'elettrodo positivo è costituito da un bastone cilindrico di zinco, che sta al di fuori del vaso poroso e in un angolo di quello di vetro, che d'ordinario ha sezione quadrata. Esso trovasi immerso in una soluzione satura di cloridrato di ammoniaca, la quale deve giungere soltanto fino a metà dell'altezza del vaso. È bene che una certa quantità di quel sale allo stato solido trovisi sempre sul fondo.

La coppia non è esente da polarizzazione. La sua forza elettromotrice varia assai da una coppia all'altra, e in una stessa coppia dipende dalla intensità della corrente prodotta: in media la si può ritenere eguale a 15 per deboli correnti, eguale a 10 per correnti piuttosto forti.

La resistenza nelle coppie del comune modello, in cui il vaso esterno ha 12 cent. di altezza e 8 di lato, sta fra 4 e 5 unità Siemens.

La corrente data da questa coppia diminuisce dapprincipio; poi si mantiene sufficientemente costante.

La coppia non soffre alterazione a circuito aperto. Essa è molto economica: il rapporto fra il consumo utile e il consumo totale si valuta 0,90.

Quando una di queste coppie ha perduto ogni efficacia, bisogna levare dal vaso poroso il miscuglio di coke e di perossido di manganese, asciugarlo, e rinnovare almeno una parte di quelle sostanze. Poi bisogna rimetterlo entro il vaso poroso e chiudere questo novamente con mastice.

336. **Coppia Warren de la Rue.** — In un vaso di vetro avente il diametro di centimetri 4 e l'altezza di 8 stanno un cilindro massiccio di zinco grosso 5 millimetri ed un filo di argento rivestito con un cilindro di cloruro d'argento. Il liquido è acqua salata nelle proporzioni di 25 a 1000 in peso.

I metalli di questa coppia possono restare immersi assai lungamente nel liquido finchè il circuito è aperto senza menomamente soffrire. Essa è però troppo costosa sia nel primo acquisto, sia nell'uso, e non si può facilmente rimetterla a nuovo, allorchè siasi consumato il cilindro di cloruro d'argento e posto a nudo il filo d'argento.

La forza elettromotrice si può ritenere in pratica eguale ad 11, la resistenza eguale a 10. È un vantaggio notevole di questa coppia, quello di poter venire ridotta a piccolo volume, chiusa interamente e quindi trasportata con facilità.

337. **Coppia Grenet.** — La coppia è costituita da un vaso di vetro, nel cui coperchio di ottone stanno infisse due lamine di carbone situate a poca distanza l'una dall'altra. Fra queste può scorrere in senso verticale una piccola lastra di zinco, la cui altezza è circa una metà di quella del vaso.

Il liquido, di cui si fa uso in questa coppia, è composto, secondo il Grenet, nel modo seguente: bicromato di potassa 1 parte in peso, acido solforico 3 parti, acqua 10. Esso occupa soltanto una metà dell'altezza del vaso, sicchè a seconda che si vuol far circolare la corrente o sospenderla, si deve abbassare od alzare la lamina di zinco. Questa, come è già manifesto, è d'uopo che non tocchi le due lamine di carbone e che sia isolata mediante sostanza coibente dal coperchio d'ottone della coppia.

La forza elettromotrice, appena la coppia è preparata e per minime correnti, giunge anche a 20, ma decresce rapidamente sia col tempo, sia al crescere della intensità della corrente, che attraversa la coppia. Anche la resistenza è grandemente variabile e va crescendo di mano in mano che il liquido viene alterato. Questa coppia è affatto inadatta ad esperienze fisiche di precisione, ma è comoda per effetti di breve durata.

Coppie a due liquidi.

338. **Varie coppie a due liquidi. — Coppia Daniell.** — Volendo attenerci soltanto alle coppie che vengono più frequentemente adoperate nei laboratorii, descriveremo le seguenti: 1° la Daniell, 2° la Minotto, 3° la Callaud, 4° la Marié-Davy, 5° la Grove, 6° la Bunsen.

La coppia Daniell, secondo il modello più comune, è composta così. In un vaso di vetro o di terra verniciata ne sta un altro di terra porosa. Entro quest'ultimo si colloca una soluzione concentrata di solfato di rame; nello spazio anulare fra i due vasi si pone dell'acqua leggermente acidulata con acido solforico. Nel primo liquido immergesi una lamina di rame, nel secondo una di zinco. Per mantenere concentrata la soluzione di solfato di rame si tengono immersi in essa dei cristalli dello stesso sale, collocandoli per lo più entro un piccolo paniere saldato alla lamina di rame.

La Daniell ha una forza elettromotrice prossimamente eguale a 12, se usata per poco tempo: nella pratica può ammettersi in media 11,2. La resistenza dipende dalla natura e dalla grossezza del diaframma poroso: in pratica varia comunemente da 1 a 10.

Questa coppia è fra le più costanti: ma essa si altera notevolmente a circuito aperto, perchè il vaso poroso si copre all'interno d'incrostazioni di rame e tanto più rapidamente quanto è maggiore la porosità del vaso. Ne segue che il vaso stesso in breve tempo si fende e deve essere posto fuor d'uso.

Per diminuire le incrostazioni bisogna tener il vaso poroso staccato dallo zinco e sollevato dal fondo del recipiente esterno mediante vetro od altra sostanza che non sia conduttrice e non s'impregni di liquido.

È bene verniciare la parte superiore dei vasi porosi oppure impregnarla con paraffina fusa e riscaldata ad una temperatura notevolmente superiore a quella di fusione. Così non si toglie affatto, ma almeno si diminuisce la quantità del solfato di rame, che ascende lungo le pareti del vaso e che, cristallizzando, si riversa poi nell'acqua acidulata.

Questa coppia e le due successive hanno il vantaggio di non emettere alcun vapore nocivo e d'essere abbastanza economiche.

339. **Coppia Minotto.** — Un disco di rame sta al fondo di un vaso cilindrico più largo che alto: sopra questo uno strato di solfato di rame polverizzato. Indi segue uno strato di sabbia non troppo fina, il quale fa l'ufficio di diaframma poroso: sopra la sabbia un disco di zinco eguale in grandezza a quello di rame.

Un filo di rame parte dal disco di rame, attraversa lo strato di solfato e quello di sabbia, ed esce dal vaso; nell'interno di questo il filo è rivestito di gomma elastica o d'una sostanza isolante qualunque.

La sabbia deve essere possibilmente di mare: in generale dev'essere priva di sostanze, sulle quali eserciti azione chimica l'acido solforico. Per riconoscere se la sabbia è opportuna, se ne colloca una certa quantità in un vaso contenente dell'acqua acidulata con acido solforico e si osserva se v'ha effervescenza. In tal caso si cerca sabbia migliore, oppure si tratta parimenti con acido solforico diluto tutta la sabbia da adoperarsi e poi si lava accuratamente.

Queste coppie vengono spesso costruite con uno strato di sabbia di eccessiva grossezza e acquistano allora una resistenza troppo grande. Assegnando allo strato di sabbia la grossezza di 1 a 2 centimetri e adoperando un vaso del diametro di 15 centimetri circa, la resistenza varia fra 2 e 6. La coppia, così costruita, può prestare utili servigi, sì nella telegrafia, come per campanelli elettrici ed orologi.

La forza elettromotrice della Minotto è eguale a quella della Daniell.

340. **Coppia Callaud.** — Comunemente si adopera per questa coppia un vaso cilindrico di vetro, la cui sezione restringesi alquanto per breve tratto verso la metà della sua altezza. Nel compartimento inferiore ponesi una soluzione concentrata di solfato di rame; al di sopra dell'acqua semplice.

Per ottenere che i due liquidi non si mescolino nell'introdurli nel vaso si può versar prima l'acqua e poi con un imbuto a lungo cannello, che giunga quasi fino al fondo, far discendere lentamente il solfato di rame. Sul risalto formato dalle pareti del vaso, dove esso superiormente ristringesi, si appoggia un cilindro di zinco d'altezza tale, che giunga quasi fino all'orlo. Nella soluzione di solfato di rame sta immersa una striscia di rame della larghezza di 1 centimetro e lunga circa 12, ravvolta orizzontalmente a spira. Essa è sostenuta da un'altra striscia di rame d'egual larghezza, che attraversa il liquido sovrapposto difesa da una vernice isolante, e va a congiungersi allo zinco della coppia contigua. La forza elettromotrice è eguale a quella della Daniell, la resistenza, nel modello adottato per i telegrafi italiani, varia da 4 a 5.

La coppia Callaud ha il vantaggio di venir preparata assai facilmente e d'aver resistenza non grande: è poco economica, perchè, a paragone delle due precedenti, consuma una quantità molto maggiore di solfato di rame; ma, rispetto alla Daniell, ha il vantaggio di non esiger l'uso di diaframmi. Non bisogna mai smoverla dal luogo, in cui fu caricata.

341. **Coppia Marié-Davy.** — Nell'interno di un vaso poroso

collocasi del solfato di protossido di mercurio allo stato solido, il quale circondi l'elettrodo negativo costituito da una lamina di carbone. Nello spazio esterno v'ha un cilindro cavo di zinco: l'acqua che lo circonda può anche non essere acidulata. Questa coppia ha una forza elettromotrice eguale a 16, una resistenza relativamente piccola, cioè 3 all'incirca nel comune modello di 8 centimetri d'altezza. Essa non emana vapori nocivi, dà una corrente abbastanza costante, si mantiene inalterata anche a circuito aperto, ma esige l'uso d'una sostanza costosa e velenosissima, qual è il solfato di mercurio. Essa ha il vantaggio già notato per la Warren de la Rue di poter esser ridotta a piccolissimo volume e quindi agevolmente trasportata.

342. **Coppia Grove.** — La coppia Grove è ordinariamente costituita da un vaso di vetro prismatico rettangolare, che contiene un vaso poroso di simil forma. Nell'interno di questo ponesi acido nitrico e vi si immerge una lamina di platino; lo zinco ripiegato a modo di U abbraccia il vaso poroso ed è immerso in acqua acidulata con acido solforico nelle proporzioni di circa 1 a 20 in volume.

I vasi porosi di sezione rettangolare si fendono con molta facilità: perciò è più opportuna la forma cilindrica che il Poggendorff diede a questa coppia. In tal caso per dar maggior superficie al platino lo si dispone in modo che una sezione orizzontale fatta nella lamina abbia la forma di un *S*, e la lamina si infigge in un coperchio che si adatta al vaso poroso usando come mastice dello zolfo fuso, perchè gli altri mastici vengono facilmente intaccati dai vapori nitrosi.

La forza elettromotrice di questa coppia si può ritenere in pratica eguale a 20: la resistenza varia con la speciale costruzione, ma in generale è assai piccola, e nei comuni modelli è non di rado inferiore all'unità.

343. **Coppia Bunsen.** — La coppia Bunsen è molto più usata della Grove: la si costruisce secondo due modelli diversi. In uno di questi entro il vaso poroso sta un parallelopipedo di coke immerso nell'acido nitrico; al di fuori un cilindro cavo di zinco. Nell'altro modello il carbone trovasi invece nello spazio anulare fra il vaso esterno e il diaframma ed è costituito da un cilindro cavo, che si ottiene mescolando due parti di carbone di legna con una di coke, portando il miscuglio all'incandescenza entro una forma di ferro e riscaldando una seconda volta, dopo avervi versato del catrame liquido. Allo zinco, che sta nell'interno del vaso poroso, si dà tal forma che una sua sezione orizzontale presenti un nucleo cilindrico con 4 costole sporgenti.

La forza elettromotrice della Bunsen si può ammettere che sia 20,

come quella della Grove. La resistenza è spesso inferiore all'unità nelle coppie di mezzana grandezza (alte 12 centimetri all'incirca). La coppia Bunsen, come la Grove, presenta l'inconveniente dell'emanazione di vapori nitrosi. Il Ruhmkorff, a scemare questo inconveniente, suggerì di far passare l'acido nitrico, che si deve adoperare nelle coppie, attraverso uno strato di cristalli di bicromato di potassa. Ogni vapore nocivo vien poi affatto soppresso, se si sostituisce all'acido nitrico un liquido eguale o simile a quello della Grenet. D'ordinario lo si compone così: bicromato di potassa 1 parte in peso, acido solforico 2 parti, acqua 8. Una coppia così preparata ha una forza elettromotrice che dapprincipio è superiore a quella della Bunsen: essa decresce però piuttosto rapidamente, se la corrente è intensa, e contemporaneamente cresce la resistenza. Quando si adopera per qualche tempo la coppia, si può ammettere che in media la forza elettromotrice sia eguale a 19.

Le coppie così preparate sono poco economiche perchè il liquido di una coppia già esausta non è più utilizzabile: il rapporto fra il consumo utile e il consumo totale si stima in media 0,40. Quando si vuol rimettere a nuovo una coppia, bisogna amalgamare novamente lo zinco e lasciare il vaso poroso e il carbone per 48 ore nell'acqua, rinnovandola frequentemente.

344. **Avvertenze sulla scelta delle coppie.** — Nelle esperienze di misura relative alla elettricità dinamica, delle quali dovremo in seguito occuparci, ciò che il più delle volte occorre è di avere una corrente la quale si mantenga per un certo tempo costante. Ma spesso anche in altre parti della Fisica si fa uso in via accessoria delle correnti per ottenere effetti diversi. Indicheremo pertanto qui alcune norme, che guidino a scegliere nei varii casi le coppie opportune.

Gli effetti che si richiedono alle correnti possono essere di breve o di lunga durata. Nel primo caso, se gli effetti devono ripetersi frequentemente, importa avere una coppia, la quale si mantenga lungamente inalterata anche a circuito aperto, in modo che si possa ottenere per lungo tempo la stessa corrente ogni qual volta vien chiuso il circuito. Importa altresì che gli elettrodi della coppia stieno permanentemente immersi nei liquidi in modo che per chiudere il circuito od aprirlo basti l'uso di un interruttore. Possono servire in tal caso le coppie Warren de la Rue, Leclanché, Minotto, Callaud, Marié-Davy. La Bunsen vi si presta in minor grado soltanto, perchè essa si indebolisce con maggior rapidità. In quelle fra le coppie or nominate, che sono provvedute di diaframma, allorchè si vuole che esse continuino lungamente a prestare il loro ufficio e specialmente allorquando la corrente s'impiega soltanto a lunghi intervalli, è bene aver

l'avvertenza di prendere il diaframma non troppo poroso, affinchè la diffusione dei due liquidi, che esso divide, avvenga soltanto con lentezza.

Se occorre far uso della corrente soltanto a molto lunghi intervalli, si può scegliere una delle coppie, che si mantengono sempre pronte, e in cui basta soltanto immergere gli elettrodi, come sono la Smee e la Grenet. Siccome poi le correnti che da queste coppie si ottengono decrescono rapidamente, così, ove si richiedano correnti costanti, bisognerà ogni volta comporre le coppie necessarie.

Quando gli effetti della corrente devono durare per qualche tempo, per esempio 4 o 5 ore, e si richiedono correnti energiche, converrà ricorrere alla Bunsen o ad una delle sue modificazioni accennate.

Anche per esperienze di laboratorio, in cui si richieda una corrente costante ed energica, si può adoperare con vantaggio la Bunsen, adottando, ove occorra, l'espediente di lasciar caricate le coppie anche per due o tre giorni prima di adoperarle, e cercando che il diaframma poroso presenti resistenza piuttosto considerevole.

Se si vuole ottenere effetti continui di lunga durata e si cerca di aver a rimettere a nuovo la coppia quanto meno frequentemente è possibile, bisogna adottare la Daniell, o la Minotto, o la Callaud.

Nella scelta delle coppie converrà infine tener conto anche della intensità degli effetti, che si vuole ottenere, per non esser costretti ad adoperare un soverchio numero di coppie od anche ad abbandonarle per ricorrere poi ad altre più efficaci.

345. **Modo di disporre le coppie.** — Quando siasi determinata la specie di coppie, di cui si vuole far uso, bisogna opportunamente disporle a seconda della resistenza che la corrente deve superare.

È noto che il massimo effetto di un dato numero di coppie si ottiene quando la resistenza interna della pila eguaglia l'esterna. Converrà dunque cercare di avvicinarsi a queste condizioni combinando le coppie o tutte per tensione o tutte per superficie o in più gruppi a seconda del caso.

La resistenza della pila si calcolerà approssimativamente, se le coppie sono tutte eguali, e se la resistenza r di una di esse è nota, ricordando che il complesso di n coppie riunite per i poli dello stesso nome va considerato come una sola coppia avente una resistenza $\frac{r}{n}$ e sommando le resistenze delle singole coppie, o semplici o così composte, le quali sieno unite per i poli di nome opposto.

Misura delle correnti.

346. **Unità di corrente, di forza elettromotrice e di resistenza.** — Qualora si abbia una pila composta di più coppie disposte per tensione e i poli estremi sieno congiunti con un reoforo semplice, l'intensità I della corrente è data per la legge di Ohm dall'equazione

$$I = k \frac{\Sigma E}{R},$$

dove ΣE è la somma delle forze elettromotrici delle coppie costituenti la pila, R la resistenza totale del circuito e k un coefficiente di proporzionalità.

Generalmente si assume $k = 1$, donde consegue che se vengono definite le unità relative a due delle quantità contenute nella formola, quella relativa alla terza vien data immediatamente dalla relazione surriferita.

Distinguonsi col nome di unità *assolute* quelle che sono dedotte dai fenomeni meccanici prodotti dalle correnti e possono venir ricondotte alle unità della Meccanica, a quelle cioè di lunghezza, di massa e di tempo. La misura di questi fenomeni esige operazioni difficili, e le definizioni, che sovr'esse si fondano, sono piuttosto complesse.

Riferiremo qui brevemente le definizioni fondate sui fenomeni elettromagnetici, senza però trattenerci sugli espedienti adoperati per determinare praticamente le dette unità.

347. **Unità elettromagnetiche.** — Come unità di corrente in misura elettromagnetica si assume l'intensità di una corrente, la quale, in un conduttore circolare che racchiude l'unità di superficie, esercita alla distanza eguale ad 1 un momento di rotazione eguale ad 1 sopra una calamita, il cui asse giaccia nel piano del conduttore, e il cui momento magnetico sia eguale ad 1. In altre parole possiamo porre eguale ad 1 in misura elettromagnetica quella corrente che in un conduttore circolare, racchiudendo l'unità di superficie, opera sopra un polo magnetico come una calamita avente momento magnetico eguale ad 1, situata nella direzione dell'asse del conduttore circolare e nel centro di esso.

Per definire l'unità di forza elettromotrice si supponga di avere un conduttore circolare chiuso, che comprenda l'unità di superficie e sia nel piano del meridiano magnetico. Se si fa che in un secondo esso ruoti di 90° e assuma direzione perpendicolare al meridiano, supposto

che l'intensità orizzontale sia eguale ad 1, è pure eguale ad 1, in misura elettromagnetica, la forza elettromotrice, che per tal modo viene indotta nel conduttore.

Infine per unità di resistenza prendesi quella d'un circuito, nel quale la forza elettromotrice eguale ad 1 ingenera una corrente eguale ad 1.

Se a base di questo sistema di misure prendansi il millimetro, il milligrammo e il secondo, come fu detto al § 309, l'unità di resistenza così definita avrebbe un valore troppo piccolo per l'uso comune. Perciò la *British Association*, che promosse una lunga serie di importantissime ricerche intorno alle unità elettriche, assunse come unità di resistenza quella testè definita moltiplicata per 10^{10}. Il campione di questa unità che fu costruito dal Comitato della *British Association* rappresenta la resistenza che vien chiamata *ohmad* o contrassegnata con le lettere *B. A.* (*).

348. **Altre unità.** — Comunemente vengono adoperate delle unità elettriche che possono venire più facilmente determinate e riprodotte nella pratica. L'unità di corrente deducesi in tal caso dagli effetti chimici: dai varii fisici ne furono adottate parecchie.

Frequentemente viene usata oggidì come unità di corrente quella che svolge in un minuto primo un centimetro cubico di gas tonante. La si suol chiamare unità di Jacobi. Altre unità meno usate sono le seguenti: la corrente, che svolge in 1 min. un milligrammo di idrogeno, quella che in 1 min. precipita 1^{mg} di rame ecc. La tavola LII serve alla riduzione di una intensità di corrente espressa in una delle più comuni unità al suo valore espresso per un'altra di queste unità medesime.

Come unità di resistenza prendesi per lo più quella di un cannello pieno di mercurio a 0° lungo un metro e avente una sezione di un millimetro quadrato. Essa porta il nome di unità di Siemens. Altre unità vennero adottate per lo passato da varii sperimentatori: per averne il valore basterà ricorrere alla tavola LI che dà la resistenza specifica dei varii metalli. Queste riduzioni presentano però quasi sempre nella pratica molta incertezza, perchè la resistenza specifica dei varii metalli varia moltissimo col loro stato molecolare e con la presenza, anche in piccolissime proporzioni, di altri metalli.

(*) Per altri particolari sull'unità elettriche assolute vedi Wüllner, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, IV, § 101, 126, Wiedemann, *Die Lehre von Galvanismus*, II, 905, l'appendice all'opera del Kohlrausch *Leitfaden der praktischen Physik*, 2ª Aufl., e le memorie dello stesso inserite nei volumi CXLIX e VI (Ergänzung) degli annali di Poggendorff.

Quanto al rapporto fra l'unità Siemens e la Ohmad, questa è secondo il Fleeming Jenkin 1,0456 della Siemens e secondo le misure esattissime del Dehms, confermate recentemente da H. Siemens, 1,0493 (*). Ne viene che la Siemens, ammettendo quest'ultimo numero, è 0,953 della Ohmad. Nella tavola LIII sono registrati i rapporti fra le più importanti unità di resistenza.

Per unità di forza elettromotrice assumesi comunemente quella di una coppia, che in un circuito, la cui totale resistenza è eguale ad 1, dà origine ad una corrente eguale ad una delle unità chimiche sopraindicate. Così la forza elettromotrice è sempre espressa dal prodotto dell'intensità per la resistenza, valutata l'una e l'altra nelle corrispondenti unità. Se sia data una forza elettromotrice espressa, per esempio, come spesso avviene, in unità Jacobi-Siemens, se ne avrà il valore in unità elettromagnetiche moltiplicando per

$$0{,}9484 \times 0{,}953 = 0{,}9038$$

dove il primo fattore è il valore dell'unità Jacobi in unità elettromagnetiche e l'altro quello della Siemens in Ohmad.

Per la riduzione inversa si avrà il coefficiente

$$1{,}106.$$

349. **Modo di calcolar le correnti nel caso di circuito composto.** — Ricorderemo i due principii generali di Kirchhoff (**), mediante i quali si può trovare l'intensità della corrente in un reoforo d'un qualunque circuito composto, qualora sien note le resistenze dei singoli reofori e le forze elettromotrici, che vi sono comprese.

Sia *a b c* (Fig. 27) una porzione di un qualunque circuito composto. In questo vi sarà in generale un numero n di punti, nei quali concorrono più di due reofori e che si dicono *nodi*. Un numero $n - 1$ di equazioni si può avere scrivendo per un numero corrispondente di nodi, che la somma algebrica delle correnti, le

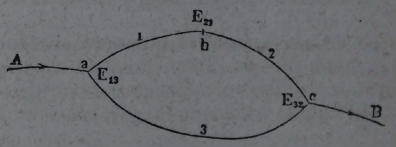

Fig. 27.

(*) Dehms, *Pogg. Ann.*, CXXXVI, p. 260 (1866).
H. Siemens, *Pogg. Ann.*, CXLVIII, p. 155 (1873).

(**) Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, LXIV, p. 512 (1845); LXXII, p. 497 (1847); LXXV, p. 189 (1848).
Bellavitis, *Atti del R. Istituto Veneto* (3), IX.

quali concorrono in un nodo, è eguale a zero. Così per esempio, se I_a è la corrente, che giunge in a per il reoforo Aa, I_1 e I_3 quelle che percorrono i reofori 1 e 3, per il nodo a si scriverebbe

$$I_a - I_1 - I_3 = 0.$$

Le equazioni rimanenti, che occorrono alla determinazione delle intensità nei varii reofori, si desumono dal secondo principio di Kirchhoff, secondo il quale in un circuito chiuso semplice qualunque, compreso nel dato circuito composto, la somma algebrica dei prodotti delle intensità per le resistenze rispettive nei varii reofori è eguale alla somma algebrica delle forze elettromotrici comprese nel detto circuito. Per determinare il segno dei varii termini, si assume una data direzione di corrente come positiva e si considera come negativa ogni corrente, che nel circuito chiuso abbia opposta direzione, e ogni forza elettromotrice, che tenda a produr correnti di opposta direzione. Così nel circuito chiuso abc, il quale, supposto che anche in b concorra un altro reoforo, che non è segnato nella figura, sicchè sia un nodo anche b, è composto di tre reofori 1, 2, 3 aventi le resistenze r_1 r_2 r_3, se e_1 e_2 e_3 sono le tre forze elettromotrici rispettivamente contenute in questi tre reofori e se le correnti I_1, I_2, I_3 sono tutte dirette da A verso B, avremo:

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 - I_3 r_3 = e_1 + e_2 + e_3.$$

Si è supposto che le tre forze elettromotrici tutte e tre tendessero a produrre una corrente che, rispetto al circuito chiuso abc, avesse il senso medesimo della I_1, cioè da a verso b nel reoforo 1, da b verso c nel reoforo 2 e da c verso a nel reoforo 3.

350. **Caso in cui il circuito contiene due soli nodi.** — È importante il caso, in cui il circuito contiene due nodi soltanto riuniti da un numero qualunque n di reofori.

Indichiamo questi reofori con i numeri

$$0, 1, 2, 3, 4, \ldots .$$

Le resistenze rispettive sieno

$$r, r_1, r_2, r_3, r_4, \ldots .$$

Ciascun d'essi contenga una forza elettromotrice, e sien queste

$$e, e_1, e_2, e_3, e_4, \ldots .$$

L'intensità delle correnti nei reofori sieno rispettivamente

$$I,\ I_1,\ I_2,\ I_3,\ I_4,\ \text{ecc.}$$

Poniamo che in tutti i reofori le forze elettromotrici tendano a dare alle correnti la direzione medesima da uno dei nodi verso l'altro. La corrente in un dato reoforo il cui numero d'ordine sia m, sarà

$$I_m = \frac{e_m}{r_m} - \frac{R}{r_m}\left\{\frac{e}{r} + \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3} + \cdots \frac{e_m}{r_m} + \cdots\right\},$$

dove e_m è la forza elettromotrice del reoforo, che si considera, ed R è dato dalla relazione

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \cdots + \frac{1}{r_m} + \cdots$$

Entro la parentesi stanno tutti i rapporti fra le forze elettromotrici e le resistenze dei rispettivi reofori.

Alle forze elettromotrici comprese entro la parentesi si dà segno negativo, se esse tendono a produrre una corrente che rispetto ai due nodi abbia direzione opposta a quella della corrente in r_m.

351. **Esempio del modo di calcolare le correnti derivate.** — Abbiasi il circuito composto rappresentato dalla Fig. 28. Nel solo reoforo $a\ K\ b$ v'ha una forza elettromotrice e. I varii reofori sono

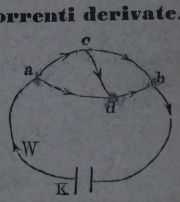

Fig. 28.

$$bKa,\ ad,\ db,\ ac,\ cb,\ cd.$$

Le resistenze rispettive sieno

$$r,\ r_1,\ r_2,\ r_3,\ r_4,\ r_5,$$

e le intensità

$$I,\ I_1,\ I_2,\ I_3,\ I_4,\ I_5.$$

Le direzioni della corrente nei varii reofori sien quelle indicate nella figura.

Siccome abbiamo quattro nodi, possiamo avere tre equazioni dal primo principio di Kirchhoff, cioè

$$I - I_1 - I_3 = 0, \qquad I_1 + I_5 - I_2 = 0,$$

$$I_2 + I_4 - I = 0,$$

e le altre tre, che ci occorrono, dal secondo principio, cioè

$$Ir + I_1 r_1 + I_2 r_2 = e, \qquad I_1 r_1 - I_5 r_5 - I_3 r_3 = 0,$$

$$I_5 r_5 + I_2 r_2 - I_4 r_4 = 0.$$

Eliminando successivamente le varie intensità, eccetto quella da determinarsi, si può da queste equazioni dedurre il valore dell'intensità in un qualunque reoforo. Così si troverebbe, ad esempio, per I_5

$$I_5 = \frac{e(r_1 r_4 - r_2 r_3)}{r[r_1(r_2+r_4+r_5)+r_2(r_3+r_5)+r_3(r_4+r_5)+r_4 r_5]+r_1[r_2(r_3+r_4)+r_3(r_4+r_5)+r_4 r_5]+r_2[r_3(r_4+r_5)+r_4 r_5]}$$

352. **Misura effettiva della intensità delle correnti.** — Finora si è detto del modo di calcolare le correnti nel caso che sien note le resistenze dei reofori del circuito e le forze elettromotrici che danno origine alle correnti medesime. Il più delle volte però queste quantità non son conosciute e bisogna ricorrere alla diretta determinazione della intensità delle correnti. Questa determinazione si eseguisce osservando gli effetti elettromagnetici o gli effetti chimici d'una corrente: più frequentemente ricorresi ai primi, perchè l'osservazione degli effetti chimici esige un certo tempo, durante il quale nella massima parte dei casi la corrente varia d'intensità. Inoltre quando la forza elettromotrice, a cui è dovuta la corrente, non supera un certo limite, non avviene elettrolisi,. o quest'è troppo tenue per utilizzarla nella misura.

Siccome poi d'altra parte importa il più delle volte di esprimere il valore delle correnti in una delle unità chimiche sopra indicate, si segue a tal uopo un metodo indiretto: si determina cioè una volta per tutte qual relazione esiste fra le deviazioni osservate in un reometro e l'effetto chimico che la stessa corrente produrrebbe in un voltametro (o l'effetto meccanico espresso nelle indicate unità), e in seguito si fa sempre uso del solo reometro per la misura delle correnti.

353. **Della bussola delle tangenti.** — La bussola delle tangenti è uno dei reometri, che vengono più frequentemente usati. In essa la lunghezza dell'ago dev'essere così piccola rispetto a quella del diametro dell'anello dei fili, che l'azione della corrente non soffra mutazione sensibile al variare della deviazione. Allora solo si può ammettere in generale che sia

$$i = k \operatorname{tang} \alpha,$$

dove α è l'angolo osservato, i l'intensità della corrente, k un coeffi-

ciente costante, il quale dipende dalla costruzione dello strumento e dall'unità di corrente assunta. Secondo Weber, si può ammettere che la legge espressa dalla precedente equazione si verifichi esattamente, quando l'ago non è più lungo di $\frac{1}{4}$ del diametro dell'anello dei fili. Ma, come il Despretz e il Blaserna mostrarono, anche nel caso di un ago molto più piccolo relativamente al diametro dell'anello dei fili, quando la deviazione è considerevole, non si può sperare accordo fra i valori effettivi dell'intensità e i valori dati dalla formola.

Per adoperare la bussola occorre anzitutto disporre l'anello dei fili nel piano del meridiano magnetico, cioè nel piano dell'ago. Poniamo che non vi si riesca e che sia φ l'angolo formato dal piano dell'anello col meridiano magnetico. Si invii una corrente attraverso i fili, si osservi la deviazione α_1, indi si inverta la direzione della corrente nella bussola e si osservi la deviazione α_2.

Esiste tra φ, α_1 ed α_2 la relazione

$$\text{tang } \varphi = \frac{\cot \alpha_1 - \cot \alpha_2}{2},$$

donde si può dedurre φ e far di poi la correzione opportuna. Però l'errore, che consegue da tale inesattezza di orientazione, è piccolissimo anche se φ giunge a 2°, e si può quindi ritenere che esso sparisca qualora facciansi le due osservazioni indicate, e prendasi per l'intensità il valore

$$i = k \text{ tang } \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

In ogni caso si legge la posizione di ambedue le punte dell'ago.

354. **Modo di correggere le indicazioni della bussola delle tangenti.** — Anche se l'ago è assai piccolo rispetto al diametro dell'anello, qualora vogliasi con la bussola delle tangenti ottenere misure molto esatte di correnti che producano grandi deviazioni, bisognerà verificare con opportune esperienze fino a qual punto si possa ammettere come esatto il principio delle tangenti e determinare le correzioni per le deviazioni maggiori. Questa operazione si può eseguire determinando con l'elettrolisi la intensità della corrente che produce una data deviazione e ripetendo questa determinazione nel modo che verrà indicato più innanzi. Se si costruisce una curva, che rappresenti la relazione fra la intensità e le deviazioni, si potrà da essa rilevare fino a qual punto il principio delle tangenti si verifichi e calcolare una formola empirica che rappresenti la intensità, o servirsi a dirittura della curva medesima. Anche un confronto con

una bussola dei seni eseguito a brevi intervalli può servire a determinare le correzioni.

Per le bussole che hanno due circuiti, come ordinariamente si costruiscono oggidì, è assai opportuno adottare il metodo seguente (*): Prendasi un filo metallico, la cui resistenza sia eguale a quella di uno dei due circuiti. Dispongansi le cose in modo che la corrente passi sempre per l'altro circuito, che diremo primo, ma possa esser diretta di poi o nel secondo o nel filo testè nominato, che diremo terzo circuito. Ciò si ottiene facilmente usando per le congiunzioni dei bicchierini di mercurio. Di più facciasi in modo che si possa facilmente commutare la direzione della corrente nel secondo circuito, sicchè essa entri or per un capo or per un altro. Nell'uno di questi casi l'azione della corrente nel primo circuito potrà, per esempio, cooperare nel deviar l'ago con quella della corrente stessa nel secondo circuito e si dirà che si opera *per somma*, nell'altro caso potranno quelle due azioni essere dirette oppostamente, e allora si dirà che si opera per *differenza*.

Si prepari una coppia o una pila che dia una corrente, la quale non varii che lentissimamente d'intensità.

Facciansi quattro esperienze per ciascun valore, che si assume, della intensità della corrente. Nella prima la corrente attraversi il primo e il secondo circuito per differenza: nella seconda gli stessi circuiti per somma, nella terza il primo e terzo, nella quarta il primo e secondo per somma. La prima vale ad indicare se l'effetto dei due circuiti sia diverso, e dà modo di tener conto della differenza se essa esiste. La seconda e la quarta danno l'effetto d'ambedue i circuiti, la terza quella del primo circuito soltanto, perchè il terzo circuito si tiene a tale distanza che non abbia influenza alcuna sull'ago ed esso non ha altro ufficio che quello di mantenere l'intensità della corrente allo stesso valore che essa aveva nelle altre esperienze. Si fanno due osservazioni per l'effetto totale, e le si fanno ad eguali intervalli di tempo dalla terza, perchè la media fra esse corrisponda alla terza e sia così tolto l'errore, che potrebbe portare una variazione della corrente. Se la proporzionalità fra la intensità e le tangenti delle deviazioni sussistesse, supposto che α, α', α'' fossero rispettivamente le deviazioni dovute all'effetto totale dei due circuiti, a quello del primo e a quello del secondo, dovrebbe essere

$$\text{tang } \alpha' + \text{tang } \alpha'' = \text{tang } \alpha.$$

Le osservazioni danno modo di riscontrare la differenza. Procedendo

---

(*) Blaserna, *Giornale di scienze naturali*, VI, 27, Palermo, 1870.

dalle piccole deviazioni successivamente alle maggiori, si troverà in generale che, raggiunto un certo limite, l'equazione sopra riferita non si verifica più. Per la prima delle osservazioni, in cui ciò avviene, si potrà ammettere che la intensità della corrente sia rappresentata dal primo membro, e con ciò si otterrà la correzione corrispondente all'angolo α. Così procedendo e correggendo in seguito le tangenti che oltrepassano il limite sopraddetto, si potrà ottenere la correzione da farsi alle tangenti di tutti gli angoli della bussola costruendo una curva, che passi per i punti determinati con le osservazioni.

Sarà bene eseguire la stessa operazione per le deviazioni d'ambo i sensi.

355. **Esempio** (Blaserna, *Memoria citata*, p. 19). — La bussola, che venne graduata dal Blaserna, aveva un ago della lunghezza di millimetri 51 e quattro fili circolari posti l'uno sopra l'altro in uno stesso piano verticale, in modo da poter servire, sì uniti, come isolatamente, in qualsiasi maniera. L'ago stava nel centro dell'anello dei fili. Il diametro del cerchio più grande era di mill. 326, quello del più piccolo di mill. 300. Le osservazioni vennero eseguite nel modo sopra indicato unendo il primo filo col quarto, il secondo col terzo per formare i due circuiti, e fu studiata la legge che legava le deviazioni alle intensità per le deviazioni d'ambo i sensi. Riferiamo qui alcuni numeri indicanti le osservazioni fatte quando il polo nord della calamita era volto all'ovest: questi numeri sono dedotti siccome medii da molti altri concordanti fra loro.

α'	α''	α	tang α' + tang α''	tang α	Differenze	Δ
12,5	12,5	21,9	0,444	0,437	+ 0,007	+ 0,008
14,6	14,6	27,3	0,522	0,516	+ 0,006	+ 0,009
16,8	16,8	30,8	0,604	0,596	+ 0,008	+ 0,012
19,4	19,4	34,7	0,704	0,692	+ 0,012	+ 0,017
23,3	23,4	40,3	0,864	0,847	+ 0,017	+ 0,025
24,8	24,9	42,2	0,927	0,906	+ 0,021	+ 0,031
28,8	28,9	47,0	1,102	1,072	+ 0,030	+ 0,046
31,1	31,2	49,5	1,208	1,171	+ 0,037	+ 0,058
31,9	32,0	50,3	1,247	1,205	+ 0,042	+ 0,064

La tabella mostra come tang α sia sempre inferiore alla somma tang α′ + tang α″ e come le differenze vadano continuamente crescendo e facendosi ben presto considerevoli. Siccome per i valori assunti nelle esperienze riferite tang α′ e tang α″ sono anch'esse troppo piccole, le differenze registrate nella sesta colonna non rappresentano le differenze vere fra la tangente dell'angolo α effettivamente osservato e quella dell'angolo che verrebbe osservato, se il principio delle tangenti si verificasse esattamente. Le vere differenze Δ calcolate correggendo i valori di tang α′ e tang α″ sono registrate nella settima colonna. Benchè la lunghezza dell'ago della bussola fosse circa $^1/_6$ del diametro dell'anello dei fili, le dette differenze erano già notevoli a 32°: a 50° esse giunsero a 0,2.

356. **Formole di approssimazione.** — Quando non si voglia spingere le osservazioni fino a deviazioni assai grandi e basti una discreta approssimazione, si potrà usare la formola

$$I = k\left((1 + 3\lambda^2)\operatorname{tang}\alpha - \frac{15\lambda^2}{8}\operatorname{sen} 2\alpha\right),$$

in cui λ è il rapporto fra la distanza dei poli dell'ago e il diametro dell'anello dei fili. Per determinare λ si potrà misurare la lunghezza dell'ago e toglierne $^1/_7$, seguendo la regola data dal Biot e confermata recentemente da Schneebeli (*).

L'ultima formola si può porre sotto questa forma più comoda

$$I = k'(1 + a\operatorname{sen}^2\alpha)\operatorname{tang}\alpha,$$

dove

$$a = \frac{15\lambda^2}{4 - 3\lambda^2} \qquad \text{e} \qquad k' = \frac{4 - 3\lambda^2}{4}k.$$

Per ottenere un'approssimazione maggiore si può far uso della formola

$$I = k(1 + a\operatorname{sen}^2\alpha + b\operatorname{sen}^4\alpha)\operatorname{tang}\alpha,$$

dove a e b vanno determinati mediante apposite esperienze.

357. **Altre specie di bussole delle tangenti.** — Nella bussola comune il centro dell'ago coincide con quello dell'anello dei fili. Ciò non avviene nella bussola di Gaugain. In questa i fili sono dis-

(*) Schneebeli, *Pogg. Ann.*, Ergänzungsband VI, 141 (1873).

posti sopra porzione della superficie di un cono, la cui altezza è un quarto del diametro della base; il centro dell'ago trovasi nel vertice di questo cono, vale a dire sopra una retta perpendicolare ai piani dei varii cerchi di filo, ad una distanza dal centro di questi eguale alla metà del raggio. In questa bussola, a parità delle altre condizioni, l'ago segue più fedelmente la legge delle tangenti che non nelle bussole comuni.

Per misure molto esatte adoperasi una bussola a riflessione costruita sul sistema di osservazione introdotto dal Poggendorff e già descritto parlando del magnetismo. In tal caso la calamita è costituita da un disco di acciaio ben nitido e riflettente, oppure, qualunque sia la sua forma, essa è congiunta fermamente ad un sottile specchietto che deve esser volto verso l'osservatore.

È assolutamente necessario che gli strumenti di tal fatta vengano collocati in tal posizione che essi non soffrano alcun urto e non oscillino. Una grossa mensola infissa in un muro principale del laboratorio potrà servire a quest'uopo. L'osservatore collocato a qualche distanza di fronte allo specchio dirige a quest'ultimo un cannocchiale: al dissotto dell'obbiettivo del cannocchiale sta una scala divisa in millimetri disposta orizzontalmente e in direzione perpendicolare all'asse del cannocchiale.

Si fa prima un'osservazione quando non passa corrente e si registra quale è la divisione della scala, la cui imagine riflessa coincide col filo del reticolo. Allorchè passa la corrente, la calamita vien deviata d'un angolo α, e una nuova divisione, che dista d dalla primitiva, coincide col reticolo. L'angolo α è dato dalla relazione

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{l}{d},$$

come si è già detto al § 294, ove con l s'indichi la distanza della scala dallo specchio.

Ammettendo che lo strumento per piccole deviazioni si comporti come una bussola delle tangenti, si avrebbe l'intensità

$$i = k \text{ tang } \alpha.$$

Finchè le deviazioni non superano 2°, si può ammettere che sia

$$\text{tang } 2\alpha = 2 \text{ tang } \alpha,$$

e quindi

$$i = k \frac{l}{2d};$$

ma quando si esige molta esattezza e quando si supera il detto limite, conviene invece dal valore osservato di

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{l}{d}$$

dedurre quello di tang α e quindi sostituirlo nel valore di i. Anche così però s'incorre in errori ogniqualvolta il principio delle tangenti non si verifichi con esattezza. Converrà quindi in tal caso con apposite esperienze nel modo testè indicato per la bussola delle tangenti verificare il detto principio e determinare le correzioni.

Fra i reometri a riflessione, che prestano in pratica ottimi servigi, merita di essere menzionata la bussola di Wiedemann. In essa la calamita è costituita da un dischetto di acciaio avente un millimetro di grossezza e il diametro di mill. 20 all'incirca. Il disco è sostenuto mediante un filo sottilissimo, che sta nell'interno di un cilindro di ottone; esso occupa la sezione di mezzo d'un cilindro orizzontale di rame. Questo cilindro è sostenuto da un treppiedi con viti, il quale porta anche un regolo orizzontale diviso in centimetri e avente la direzione stessa dell'asse del cilindro. Sopra questo regolo possono scorrere due spirali, l'una collocata da una parte, l'altra dall'altra del cilindro di rame; ciascuna spirale è doppia, cioè costituita da due circuiti. Avvicinando o allontanando le spirali, si può aumentare o diminuire la sensibilità dello strumento.

Per servirsi di questa bussola in modo da ottenerne indicazioni precise, bisognerà graduarla nel modo innanzi descritto, come una bussola qualunque delle tangenti, e importerà anche osservare qual posizione delle spirali sia più favorevole perchè i risultati si avvicinino maggiormente a quelli desunti dal principio delle tangenti. Il Blaserna trovò esservi in ciascuna parte del regolo due tratti, per i quali il principio delle tangenti si verifica con molta approssimazione, e un tratto intermedio, per il quale applicando quel principio si ottengono valori troppo grandi, ma senza errore considerevole: per il resto del regolo si ottengono valori inferiori al vero con differenze che si fanno ben presto assai rilevanti.

338. **Della bussola dei seni.** — Nella bussola dei seni l'anello dei fili è mobile intorno ad asse verticale, e i movimenti di esso possono venir misurati mediante un cerchio diviso orizzontale che sta al di sotto di quello destinato alla misura delle deviazioni dell'ago. L'anello deve sempre trovarsi in un piano verticale, che faccia un angolo Φ qualunque, ma determinato, col piano verticale contenente l'ago. Supposto che ciò sussista anche prima del passaggio della corrente, se poi, per effetto di questa, è necessario spostare l'anello di

un angolo α, l'intensità sarà data da

$$i = k \operatorname{sen} \alpha,$$

dove k è un coefficiente costante, che dipende dalle unità adottate per l'intensità di corrente e dall'angolo φ. Per lo più si prende $\varphi = 0$.

Siccome al variare di φ varia anche k, converrà determinare quest'ultimo per ogni valore di φ, che si adotta. Se una volta però siasi determinato il valore di k per un certo valore di φ, si potrà servirsene per trovare il valore di k corrispondente a qualunque altro angolo φ'. A tal uopo si procede così. Preparata una o più coppie, che dieno una corrente sufficientemente costante, si fa passare la corrente attraverso la bussola e si porta l'anello in tal posizione che l'angolo φ sia quello, per il quale è noto il valore di k. Si avrà

$$i = k \operatorname{sen} \alpha$$

se α è l'angolo osservato. Poi si porta l'anello in tal posizione, che l'angolo φ abbia un altro valore, per il quale richiedesi il valore di k, si avrà

$$i = k' \operatorname{sen} \alpha'.$$

Inoltre sarà bene fare una terza osservazione ritornando al primo valore di φ. Se in tal caso si scorge che la deviazione assume un valore α'' molto prossimo ad α si può prender la media fra α ed α'', e dedurre k' dalla relazione

$$k' = k \frac{\operatorname{sen} \frac{\alpha + \alpha''}{2}}{\operatorname{sen} \alpha'}.$$

L'espediente di assumere a seconda dei casi valori diversi dell'angolo φ permette di variare la sensibilità dello strumento. Questa crescerà al diminuire di φ e sarà quindi massima per $\varphi = 0$.

L'angolo φ si riconduce sempre al valore voluto osservando sul cerchio superiore la deviazione dell'ago dal diametro che giace nel piano dei fili. L'angolo α si misura invece sul cerchio inferiore.

La bussola dei seni ha il grande vantaggio che le sue indicazioni sono rigorosamente rappresentate dalla semplice formola surriferita, nè questa sua proprietà viene tolta o scemata per la forma o la grandezza dell'anello dei fili. Essa ha poi lo svantaggio di richiedere assai più tempo che non gli altri strumenti per le singole osservazioni e di esigere due letture, cioè quella della posizione dell'ago e quella della posizione del nonio congiunto all'anello.

359. **Galvanometri.** — I galvanometri vengono adoperati il più delle volte semplicemente allo scopo di conoscere se un dato circuito sia attraversato da una corrente, e di avere una indicazione approssimata sulla intensità della corrente medesima. Quando propriamente si vuole una misura di questa, bisogna graduare lo strumento.

Se il galvanometro è costruito con due aghi riuniti in sistema astatico, la sensibilità dipende dalla differenza dei momenti magnetici dei due aghi. Se in qualche caso speciale occorra di variare la sensibilità dello strumento, e per esempio di accrescerla, bisogna riscontrare anzi tutto quale dei due aghi abbia momento magnetico maggiore: evidentemente l'ago preponderante è quello che volge il polo nord verso il nord. Ciò fatto, girando il bottone a cui è appeso il filo degli aghi, si fa che l'ago superiore si adagi sul disco diviso, e con una piccola calamita si va strisciando sulle due metà dell'ago adoperando un polo diverso per ciascuna metà e precisamente in modo che l'ago aumenti di momento magnetico se è più debole dell'altro, e diminuisca se è più forte. Nel primo caso bisogna che il polo della calamita magnetizzante e quello dell'ago che viene sfregato da esso sieno eteronimi, omonimi nel secondo caso. Di tratto in tratto, e, ove occorra, dopo ogni sfregamento prodotto colla calamita, si alzano gli aghi, si lasciano liberi e facendo passare una piccola corrente, che sia data da una coppia costante e sia sempre la stessa, si osserva la deviazione. Operando nel modo indicato, si vedrà crescere gradatamente la deviazione e si potrà raggiungere quel grado di sensibilità che si stima opportuno.

Nei galvanometri gli aghi son così prossimi ai fili percorsi dalla corrente, che non v'ha alcuna semplice legge, la quale serva a legare le deviazioni alle intensità. Fino ad 8° o 10° si può generalmente ammettere che le deviazioni sieno direttamente proporzionali alle intensità, ma al di là le deviazioni crescono sempre più lentamente a paragone delle intensità, e v'ha d'uopo d'una graduazione speciale. Fra i molti metodi che sono stati proposti a quest'uopo, esporremo i due seguenti, che ci sembrano di facile esecuzione ed atti nel tempo stesso a dare buoni risultati.

360. **Metodo di graduazione d'un galvanometro mediante rotazione del telaio dei fili.** — Per lo più nei galvanometri sensibili v'ha inferiormente una vite, mediante la quale si può far girare di 100° all'incirca il telaio dei fili e il cerchio diviso intorno all'asse verticale dello strumento. Il metodo si applica facendo uso appunto di quella vite e tenendo conto degli angoli di cui il disco viene spostato. A quest'ultimo scopo si può prendere un filo sottilissimo di metallo, applicarlo ad una colonnetta di legno, e collocar questa sul disco del galvanometro che è immediatamente appoggiato

sui tre piedi e resta immobile anche quando il telaio col disco si fa rotare. Se si dispone il filo in modo che la sua estremità libera stia poco al di sopra della graduazione, esso fa opportunamente l'ufficio di indice.

Pongasi l'ago a 0°; indi mediante una pila termoelettrica o una coppia idroelettrica costante si produca una deviazione che abbracci l'arco intero che si vuol graduare. Si legga la posizione dell'indice e quella dell'ago. Sia α la deviazione di quest'ultimo, I l'intensità della corrente, $f(\alpha)$ un fattore che è funzione di α e che moltiplicato per l'intensità I dà il momento di rotazione esercitato dalla corrente sull'ago. Se m è il prodotto della intensità orizzontale del magnetismo terrestre per il momento magnetico dell'ago, sarà

$$If(\alpha) = m \operatorname{sen} \alpha.$$

Facciasi poi rotare di alquanto il telaio e per esempio d'un angolo φ_1, in modo che lo zero del disco si avvicini all'ago. Allora la deviazione apparente dell'ago sarà α_1, ma la distanza angolare dell'ago dal meridiano magnetico sarà $\alpha_1 + \varphi_1$. Sussisterà quindi l'equazione

$$If(\alpha_1) = m \operatorname{sen} (\alpha_1 + \varphi_1).$$

Se poi si fa rotare ancora il telaio, sicchè la rotazione totale dalla posizione primitiva diventi φ_2 e la deviazione risulti α_2, avremo

$$If(\alpha_2) = m \operatorname{sen} (\alpha_2 + \varphi_2).$$

Similmente si avrà

$$If(\alpha_3) = m \operatorname{sen} (\alpha_3 + \varphi_3),$$

ecc.

Si giungerà così ad avvicinare di tanto lo 0 all'ago che il momento di rotazione esercitato dalla corrente sia una quantità indipendente dalla grandezza della deviazione apparente α. Allora la somma $\alpha + \varphi$ contenuta nel secondo membro si troverà parimenti costante: ne indicheremo il valore con ω. Siccome questa costanza comincia, come si è detto, a verificarsi quando α sta al di sotto di 10 od 8°, si potrà certamente per il caso di $\alpha = 1°$ scrivere

$$If(1) = m \operatorname{sen} \omega.$$

Dividendo per questa equazione tutte le precedenti si ottiene

$$\frac{f(\alpha)}{f(1)} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \omega},$$

$$\frac{f(\alpha_1)}{f(1)} = \frac{\text{sen } (\alpha_1 + \varphi_1)}{\text{sen } \omega}, \qquad [a]$$

ecc.

Supponiamo ora che adoperando il galvanometro per misurare una corrente i, e tenendo il telaio nella posizione normale, si osservi una qualunque delle deviazioni or ora considerate, per esempio α_1. Sussisterà la relazione

$$i_1 f(\alpha_1) = m \text{ sen } \alpha_1.$$

Se poniamo eguale ad 1 la corrente che produce la deviazione di 1°, si ha

$$f(1) = m \text{ sen } 1°.$$

Da queste due equazioni si ricava

$$i_1 = \frac{f(1)}{f(\alpha_1)} \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 1°},$$

ossia per le [a]

$$i_1 = \frac{\text{sen } \omega}{\text{sen } 1°} \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } (\alpha_1 + \varphi_1)}.$$

Mediante questa relazione si può costruire una tabella, la quale dia i valori delle intensità i_1, i_2, ecc. corrispondenti a quelli delle deviazioni α_1, α_2, ecc., e dalla tabella si può agevolmente passare ad una curva nel solito modo.

361. **Esempio** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Venne graduato nel modo ora esposto un galvanometro a sistema astatico destinato a correnti termoelettriche.

I risultati sono contenuti nella seguente tabella. Le lettere hanno i significati applicati ad esse nel paragrafo precedente.

α	φ	$\alpha + \varphi$	i
36,0	0,0	36,0	50,3
33,5	6,4	39,9	43,3
31,1	11,4	42,5	38,5
28,8	16,4	45,2	35,9
26,3	21,4	47,7	30,1
23,9	26,4	50,3	26,5
22,0	30,4	52,4	23,8
19,9	34,4	54,3	21,1
17,7	38,4	56,1	18,4
15,3	42,4	57,7	15,7
12,9	46,4	59,3	13,1
10,2	50,4	60,6	10,2
8,9	52,4	61,3	8,9
7,0	54,4	61,4	7,0
5,0	56,4	61,4	5,0

I numeri della quarta colonna furono calcolati colla formola

$$i = \frac{\text{sen } 61^\circ\ 24'}{\text{sen } 1^\circ} \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } (\alpha + \varphi)} ,$$

e rappresentano le intensità, ammesso che s'indichi con 1 la corrente che produce la deviazione di 1°. Per riferirsi ad altre unità, basta determinare o calcolare uno dei valori di i per mezzo della nuova unità assunta.

362. **Metodo di derivazione** (*). — Dispongasi presso ad un galvanometro un filo teso omogeneo e i due torchietti del galvanometro stesso congiungansi ai capi del filo teso. Presa poi una pila

(*) *Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze Naturali* (1874).

costante, il capo di uno dei suoi reofori si applica ad uno dei capi del filo teso, quello dell'altro si congiunge ad un corsoio, che possa scorrere lungo il filo teso e stabilire con esso il contatto: nell'uno o nell'altro di questi reofori s'inserisce una resistenza assai grande. È facile riconoscere che in queste condizioni passa attraverso il galvanometro soltanto una porzione della corrente che attraversa la pila, e che se r è la resistenza della coppia e dei reofori che la congiungono al filo teso, r_1 quella della porzione di filo teso compresa fra i punti di applicazione dei due reofori della pila, r_2 la resistenza di tutto il resto del sistema, se E è la forza elettromotrice della pila, la corrente che attraversa il galvanometro è espressa da

$$I = \frac{E r_1}{r r_1 + r_2 (r + r_1)} .$$

Se si tratta di un galvanometro molto sensibile e di piccola resistenza interna, e la pila è, ad esempio, costituita da due coppie Bunsen, il massimo valore che r_1 deve assumere nella graduazione, è quantità piccolissima rispetto ad r, tanto piccola da poter trascurarla al paragone di questa. Allora si può scrivere

$$I = \frac{E r_1}{r (r_1 + r_2)} ,$$

e siccome l'apparecchio è disposto in modo che la quantità $r_1 + r_2$ si mantiene costante anche se al moversi del corsoio variano i due termini di quella somma, ne segue che I è proporzionale ad r_1. Se dunque il filo è omogeneo, basterà trasportare il corsoio a distanze successivamente crescenti dal capo del filo teso dove è applicato l'altro reoforo della pila per avere nel galvanometro delle correnti, le cui intensità cresceranno secondo la legge stessa delle dette distanze. Osservando successivamente le posizioni del corsoio sulla scala e le deviazioni del galvanometro si può registrarle in una tabella e scrivervi di fronte le intensità prendendo ad unità per esprimere queste ultime il valore della corrente che produce la deviazione di 1°. Crediamo affatto superfluo il dare un esempio del modo di operare.

363. **Altri reometri.** — Oltre ai reometri menzionati ve n'ha degli altri che, quantunque non tanto sensibili come i galvanometri, sono costruiti anch'essi per modo, che non si può esprimere la relazione fra le deviazioni e le intensità con alcuna semplice legge suggerita dalla teoria. La ricerca della formola empirica o della curva che rappresenta quella relazione devesi allora eseguire applicando, ove sia possibile, l'uno o l'altro dei metodi indicati per gli strumenti

considerati finora, oppure per mezzo della elettrolisi, come verrà esposto fra poco.

364. **Valore del coefficiente di riduzione d'una bussola nel caso che si adotti l'unità elettromagnetica.** — Sì per la bussola delle tangenti, come per quella dei seni abbiamo indicato con k quel coefficiente che moltiplicato per la funzione dell'angolo dà la intensità della corrente. Questo coefficiente dipende naturalmente dall'unità di corrente adottata, ma, noto che sia per una data unità, si potrà dedurne quello relativo ad un'altra, se la relazione fra le due unità è nota.

Quando si faccia uso dell'unità elettromagnetica, questo può dedursi dalla relazione

$$k = \frac{RT}{2n\pi},$$

dove R è il raggio dell'anello, T è il valore della intensità orizzontale del magnetismo terrestre nel luogo dove si sperimenta, n il numero dei giri di filo della bussola. La quantità T è nota per molti luoghi, ma se non la si conosca per il luogo stesso delle osservazioni, si può dedurla da quella di un luogo non molto lontano tenendo conto che essa nei nostri paesi prossimamente cresce di 0,04 per ogni 5° di aumento nella longitudine e decresce parimenti di 0,04 circa per ogni grado d'aumento nella latitudine. Inoltre essa cresce di 0,004 circa per ogni anno.

La semplice formola sopra riferita vale solo nel caso che le dimensioni della sezione del fascio dei fili e la lunghezza dell'ago sieno trascurabili rispetto al raggio dell'anello. Se ciò non è, e se si tratta di una bussola delle tangenti, bisogna ricorrere alla formola

$$i = \frac{RT}{2n\pi}\left(1 + \frac{a^2}{2R^2} - \frac{b^2}{3R^2} - \frac{3l^2}{4R^2}\right)\left(1 + \frac{15l^2}{4R^2 - 3l^2}\operatorname{sen}^2\alpha\right)\operatorname{tang}\alpha,$$

dove a è la metà della lunghezza della detta sezione, b la metà dell'altezza della medesima, l la distanza dei due poli dell'ago.

Se invece di una bussola delle tangenti se ne avesse una dei seni, converrebbe togliere il quarto dei termini chiusi entro la prima parentesi e porre $\operatorname{sen}\alpha$ in luogo di

$$\left(1 + \frac{15l^2}{4R^2 - 3l^2}\operatorname{sen}^2\alpha\right)\operatorname{tang}\alpha.$$

365. **Determinazione del coefficiente di riduzione nel caso che si adottino unità chimiche.** — Se si adotti una delle unità chimiche, si può determinare la quantità k o direttamente, con

esperienze speciali, o indirettamente, deducendone il valore da quello, che essa avrebbe nel caso che l'unità assunta fosse la elettromagnetica. Però la determinazione relativa all'unità elettromagnetica non si può fare sempre agevolmente, perchè non sempre si conoscono le quantità da cui dipende il valore di k dato nel paragrafo precedente o non si può misurarle. Bisogna allora ricorrere alle determinazioni dirette.

Affine di ottenere il valore di k deducendolo dall'effetto chimico delle correnti, è necessaria una serie di osservazioni, nelle quali si tenga conto contemporaneamente dell'intensità misurata dall'effetto chimico e della deviazione corrispondente dell'ago della bussola.

Se la legge, che lega le intensità alle variazioni, è in generale espressa dalla funzione $\varphi(\alpha)$, sarà

$$k = \frac{i}{\varphi(\alpha)} .$$

La media dei valori desunti dalle varie osservazioni darà il valore cercato di k.

Gli elettroliti, a cui si ricorre più frequentemente, sono l'acqua e il solfato di rame. Le osservazioni fatte con la decomposizione dell'acqua esigono un tempo molto minore, ma quelle col solfato di rame danno ordinariamente risultati più precisi. Queste ultime hanno l'inconveniente di esigere due pesate per ogni determinazione.

Indicheremo successivamente il modo di operare con i due elettroliti.

366. **Determinazione del coefficiente di riduzione mediante l'elettrolisi dell'acqua.** — Preparansi anzitutto una o due coppie Bunsen, le quali possano dare una corrente costante. Gioverà all'uopo, come si è detto, che esse abbiano una resistenza considerevole. Nel circuito si introdurrà la bussola, il voltametro e un reostato. Un buon orologio a secondi servirà alla misura del tempo.

Rispetto alla bussola, si avrà l'avvertenza di collocarla in luogo, dove essa non abbia a soffrire perturbazioni per il movimento di masse di ferro e non possa venire facilmente agitata. Di più si cercherà che i reofori esterni, specialmente se sono avvolti a spire, non esercitino alcuna azione sull'ago. A tal uopo si terrà lontana ogni spirale dallo strumento e i due reofori, che vengono alla bussola, nel tratto più prossimo si avvolgeranno insieme intrecciandoli affinchè le loro azioni si elidano mutuamente.

Secondo le esperienze di Horsford la resistenza dell'acqua acidulata con acido solforico, posto eguale a 100 il minimo suo valore, è

135	quando	il	peso	specifico è 1,1
100	»	»	»	1,2 a 1,3
147	»	»	»	1,4.

Secondo le esperienze recenti di Kohlrausch e Nippoldt il minimo corrisponderebbe al peso specifico 1,233 alla temperatura di 22°.

Nel voltametro si verserà l'acqua acidulata in tali proporzioni che essa abbia la minima resistenza o almeno si accosti a questa condizione. È a notarsi però che se il fondo del voltametro è coperto da mastice, l'acqua acidulata fino al massimo di conducibilità intacca facilmente il mastice. In tal caso è meglio far uso di acqua meno acidulata, della quale si determinerà sempre il peso specifico.

Un voltametro, in cui gli elettrodi sono costituiti da laminette di platino, ed in cui i due gas si raccolgono insieme in un comune recipiente, come avviene nell'apparecchio di Bunsen (*), presenta poca resistenza ed è opportuno ad una rapida produzione di gas tonante, ma esso servirebbe assai male come strumento reometrico. Di fatto, sia per un fenomeno di assorbimento, sia per la formazione d'acqua ossigenata, sparisce una quantità considerevole d'ossigeno e si ottengono risultati affatto erronei. Perciò si preferisce sempre adoperare voltametri, in cui gli elettrodi sieno costituiti da fili sottili di platino, e non si tien conto che dell'idrogeno. In tal caso gli errori sono notevolmente diminuiti.

Una piccola quantità d'idrogeno potrebbe venire sottratta, oltre che per assorbimento, anche per la presenza d'acqua ossigenata, con la quale l'idrogeno sviluppandosi può venire a contatto. Perciò si cangia frequentemente l'acqua del voltametro, e siccome poi fu osservato che le nominate cause di errore sono tanto più efficaci, quanto è minore il rapporto fra la intensità della corrente e la superficie dell'elettrodo, così si può per maggior precauzione ridurre piccolissima quella superficie, circondando il filo con un tubetto di vetro, turando l'intervallo con un po' di mastice e lasciando scoperta la punta soltanto (**).

La campanella, in cui si raccoglie l'idrogeno, specialmente allorquando si deva sperimentare sopra forti correnti, deve avere la capacità di parecchi centimetri cubici, una ventina ad esempio, ed esser divisa in parti di eguale capacità. Il suo diametro non deve essere molto piccolo, perchè allora facilmente alcune bolle di gas, anzichè entrare in essa, possono sfuggire dai lati. Di più, quand'è piccola la sezione, soffermandosi sempre alcune bolle alla superficie di livello a contatto delle pareti, la lettura si fa molto incerta. Nè deve il diametro essere troppo grande, perchè allora la valutazione del gas sviluppato si fa con minore esattezza. Un centimetro circa è un'opportuna grandezza per il diametro.

(*) Bunsen, *Gasometrische Methoden*, p. 68.

(**) Wiedemann, *Die Lehre vom Galvanismus etc. Braunschweig*, 1872, II Aufl., I, p. 530 e seg.

È d'uopo che il valore della capacità delle singole divisioni della campanella sia determinato con cura, e per tale argomento rimandiamo a quanto fu detto nella parte II^a^ al § 54.

Quando la campanella riempita d'acqua acidulata vien capovolta e collocata nel voltametro, è opportuno fare in modo ch'essa non tocchi il fondo per non rendere soverchiamente grande la resistenza. La si sosterrà quindi sull'acqua in modo che l'elettrodo entri per pochi millimetri nella campanella; e ciò si può ottener facilmente applicandovi un anello di gomma elastica o di sovero, che le impedisca di discendere scorrendo entro il foro della traversa orizzontale di legno, in cui essa suol venire introdotta. È inoltre opportuno tracciare precedentemente con mastice un segno orizzontale sulla campanella in quel punto che si vuol far coincidere prossimamente con la superficie di livello dell'acqua acidulata esterna del voltametro, affinchè si possa facilmente nelle varie osservazioni tener conto dell'altezza del liquido entro la campanella sopra l'esterno. Quando siasi così disposto il voltametro, prima di far passare la corrente, è bene introdurre nel circuito mediante il reostato una tal resistenza da esser sicuri che la corrente non operi troppo violentemente sull'ago. Di poi si fa passar la corrente e si osserva se la bussola indica una deviazione opportuna. Ammesso che si voglia una data deviazione, si potrà sempre ottenerla, riducendo la corrente al valore opportuno mediante il reostato, e siccome è molto importante che la detta corrente sia costante, così si potrà tener per un certo tempo la campanella lateralmente all'elettrodo, lasciando che l'idrogeno si disperda nell'aria. Soltanto allora che la costanza della corrente siasi accertata, si sovrapporrà la campanella all'elettrodo per raccogliere il gas.

Si avrà cura che la campanella sia verticale, e per far le letture si potrà usare un cannocchiale orizzontale. S'incomincierà a tener conto del volume del gas o all'istante in cui si sovrappone la campanella all'elettrodo, o quando il livello dell'acqua giunge ad una data linea di divisione della campanella medesima. In tal caso si abbia cura che questa divisione sia molto prossima all'estremità superiore e se non ve n'ha alcuna, se ne tracci una apposita. Quando si vede che il livello dell'acqua, il quale va continuamente discendendo, è prossimo alla detta divisione, si accosterà l'occhio al cannocchiale e si seguirà il movimento della superficie di livello per cogliere il momento della coincidenza. Osservando col cannocchiale il livello, si scorgono in generale due linee; se il cannocchiale è astronomico, come è il caso più frequente, una linea inferiore orizzontale, che corrisponde all'orlo del liquido a contatto del vetro, e una linea curva superiore, che corrisponde al fondo del menisco concavo dovuto alla capillarità. Se si comincia a contare i volumi non già dal capo superiore della campanella, ma dalla prima divisione, si può nel fare

le osservazioni tener conto indifferentemente della prima o della seconda linea, purchè sempre si tenga conto della medesima. In generale è meglio attenersi alla linea curva, perchè la orizzontale è resa spesso irregolare da bolle di gas che si soffermano alla superficie di livello.

Per cogliere esattamente il momento della coincidenza, quando lo si scorga abbastanza vicino, si osserva l'orologio a secondi, e, registrato il numero dei minuti primi, si seguita a contare mentalmente i secondi fino al momento preciso. Immediatamente dopo si osserva la deviazione della bussola, e la si registra insieme col tempo osservato. Così si ha il punto di partenza dell'osservazione. Si lascia indi passare la corrente finchè siasi accumulata una quantità conveniente d'idrogeno, prendendo più o meno grande questa quantità a seconda delle circostanze e in ispecie della rapidità, con cui procede l'elettrolisi. In generale, a parità delle altre condizioni, al crescere della quantità dell'idrogeno, si fa maggiore l'esattezza che si può sperare dall'osservazione, ma, oltre che il volume della campanella, la lunghezza del tempo necessario allo svolgimento e il difetto di costanza nell'intensità della corrente vi pongono un limite.

Per assicurarsi della costanza della corrente si osserva di tratto in tratto la deviazione della bussola, e, se si vede che le variazioni tendono a sorpassare un certo limite, si sospende l'operazione facendo un'osservazione alla prima divisione del voltametro che si presenta. In ogni caso, anche se la corrente è costante, quando si voglia tener conto d'un dato volume d'idrogeno, per esempio di 12 centimetri cubici, sarà bene fare un'osservazione intermedia, per esempio quando se ne sono sviluppati 4, affine di porsi al sicuro dagli errori, che si possono commettere nella lettura del tempo o delle divisioni della campanella. Così, se il tempo totale corrispondente allo sviluppo di 12^{cc} risulti prossimamente triplo di quello decorso durante lo sviluppo di 4^{cc}, sarà questo un indizio che non sono stati commessi grossolani errori di lettura.

Quando si fa l'ultima osservazione, cioè quella che corrisponde al termine della esperienza, è d'uopo registrare, oltre il tempo e la deviazione, anche la temperatura dell'ambiente, l'altezza barometrica e la differenza di livello dell'acqua all'interno e all'esterno della campanella.

Può darsi che la deviazione abbia alquanto variato dalla prima all'ultima osservazione: se la variazione è considerevole, si abbandona l'esperienza e la si rifà in condizioni migliori; altrimenti, si prende la media delle due letture estreme o di tutte le letture eseguite, tenendo conto della durata dei singoli intervalli.

È a notarsi che se si comincia a contare il volume del gas non già dalla sommità della campanella ma da una determinata divisione,

dovrebbesi osservare, anche al momento della lettura iniziale, la temperatura, la pressione barometrica e la differenza di livello nel voltametro, e ciò affine di conoscere esattamente il volume che il gas svolto fino a quell'istante avrà assunto alla fine dell'esperienza, volume che va sottratto da quello totale del gas raccolto nell'esperienza medesima.

367. **Calcolo delle esperienze.** — Indichiamo con V la capacità della porzione della campanella occupata dal gas svoltosi durante l'esperienza, capacità che risulta dalla calibrazione antecedentemente eseguita.

Sia H la pressione atmosferica osservata, ridotta alla temperatura di 0° ed espressa in millimetri: sia h l'altezza della colonna di mercurio equivalente alla colonna h_1 d'acqua acidulata, che sta nella campanella al di sopra del livello esterno. La relazione fra h ed h_1 è la seguente

$$h = h_1 \frac{\delta}{13{,}6},$$

indicando con δ il peso specifico dell'acqua acidulata del voltametro.

Sia f la tensione del vapore nell'interno della campanella, τ il tempo espresso in minuti primi, β il coefficiente di dilatazione dei gas, t la temperatura dell'ambiente.

Il volume dell'idrogeno raccolto nella campanella nell'unità di tempo, ridotto alle condizioni normali, sarà

$$V \frac{H - h - f}{760 \,.\, \tau\,(1 + \beta t)}.$$

Di qui si dedurrà facilmente il valore dell'intensità della corrente espresso per l'unità chimica adottata, qualunque essa sia. Così, per esempio, se si adottasse l'unità di Jacobi, sarebbe

$$i = \frac{3}{2} \frac{V(H - h - f)}{760 \,.\, \tau \,.\, (1 + \beta t)},$$

in cui V dev'essere espresso in centimetri cubici.

La tensione f si potrebbe dedurre direttamente prendendo alcune goccie dell'acqua acidulata contenuta nel voltametro, introducendole in un tubo barometrico e osservando la depressione che ne consegue quando lo spazio superiore sia saturo, ma si può anche valersi delle esperienze fatte da Regnault sulla tensione dei vapori delle mescolanze d'acido solforico e d'acqua. Queste esperienze sono state già citate nel § 229 e la tabella XXXIV ne raccoglie i risultati. Così se

si prende dell'acqua acidulata, il cui peso specifico sia compreso fra quelli delle due soluzioni estreme, potremo per interpolazione dedurre dalla tabella il valore della massima tensione del vapore alla temperatura dell'ambiente, e siccome si può ammettere che, dovendo le bolle d'idrogeno attraversare l'acqua acidulata, lo spazio occupato dall'idrogeno si saturi di vapor acqueo, così si può prendere per f il valore stesso desunto nel modo indicato.

Se si tratta di un reometro, in cui l'intensità sia proporzionale ad una certa funzione φ della deviazione α, e si adotti ad esempio l'unità Jacobi, sarà

$$i = k\,\varphi(\alpha) = \frac{3}{2}\,\frac{V(H-h-f)}{760\,(1+\beta t)\,\tau}\,,$$

da cui

$$k = \frac{3}{2}\,\frac{V(H-h-f)}{760\,(1+\beta t)\,\tau}\,\frac{1}{\varphi(\alpha)}\,.$$

Siccome queste esperienze sono soggette a parecchie cause di errore e non consentono gran precisione, è d'uopo eseguire molte determinazioni di k, variando opportunamente le condizioni, affine di ottenere un medio valore che presenti sufficiente esattezza.

368. **Esempio. — Determinazione del coefficiente di riduzione di una bussola delle tangenti** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Il voltametro conteneva acqua acidulata avente il peso specifico 1,17 a 15°.

I risultati delle osservazioni sono registrati nella presente tabella.

OSSERVAZIONE	DIVISIONE	TEMPO	DEVIAZIONE
iniziale	1	5h 57′ 55″	17° 17′
seconda	4	7h 3′ 10″	17° 12′
finale	6	7h 47′ 44″	17° 6′
		Tempo totale 109′,82	

Pressione barometrica 763mm,5 a 17°,7.
Temperatura dell'ambiente 18°,3.
Altezza del livello interno sopra l'esterno mill. 60.

La seconda operazione servì di riscontro per il tempo: se la corrente fosse rimasta esattamente costante, allo svolgimento di 5^{cc} di idrogeno sarebbe stato necessario il tempo

$$^5/_3\ 65',25 = 108',75,$$

il che concorda abbastanza bene col risultato dell'esperienza, specialmente se si osserva che la intensità della corrente andò leggermente decrescendo.

L'acqua acidulata corrispondeva a quella soluzione d'acido solforico, per la quale, secondo la tabella XXXIV, a 18° la massima tensione del vapore è 12,36.

Il volume V compreso fra la prima e la sesta divisione, secondo la calibrazione antecedentemente eseguita, era $5^{cc},024$; fatta la correzione per il cangiamento avvenuto nel gas già svolto all'istante della prima osservazione, si ebbe $5^{cc},019$.

Gli altri valori da sostituirsi nell'espressione di i sono i seguenti:

$$H = 763,5 - 2,3 \text{ (correzione per la temperatura)}$$

$$= 761,2$$

$$f = 12,36$$

$$h = \frac{1,17}{13,6}\,60 = 5,16$$

$$H - f - h = 743,68.$$

Ne viene

$$i = \frac{3 \,.\, 5,019 \,.\, 743,68}{2 \,.\, 760\,(1 + 0,00367 \times 18,3)\,109,82},$$

$$= 0,0629,$$

supposto che si sia adottata l'unità Jacobi.

La media deviazione è data da

$$\frac{17°\,14',5 \,.\, 65,25 + 17°\,9' \,.\, 44,57}{109,82} = 17°\,12',27,$$

e sarà quindi

$$k = \frac{0,0629}{\text{tang}\ 17°\,12'\,16''} = 0,2031.$$

È quasi superfluo avvertire esser questa una esperienza scelta a caso fra le molte che servirono alla determinazione di k.

369. **Determinazione del coefficiente di riduzione d'una bussola mediante l'elettrolisi del solfato di rame.** — Possono servire a contenere la soluzione di solfato di rame due o più vasi cilindrici, il cui diametro sia di qualche centimetro. Si abbia cura che la soluzione sia prossima alla saturazione, perchè con quest'ultima condizione si facilita la formazione d'uno strato regolare aderente di rame.

È bene che il solfato di rame di cui si fa uso, sia stato antecedentemente depurato. Si può accontentarsi a tale effetto di sciogliere il solfato di rame del commercio, scegliendo i cristalli più belli, nell'acqua distillata, e di farlo cristallizzare per due o tre volte successive, rigettando sempre l'acqua madre quando la cristallizzazione è discretamente avanzata.

Si prenderanno come elettrodi negativi dei fili di platino della grossezza di 1 a 2 millimetri. Questi fili verranno accuratamente puliti, indi pesati con una bilancia che dia almeno il mezzo milligrammo. Ciascun d'essi verrà poi collocato in uno dei vasi infiggendolo in un turacciolo di sovero, che si adatti bene alla bocca del vaso e venga attraversato dal filo da parte a parte. Siccome elettrodo positivo si può prendere un filo di platino oppure un filo di rame, su cui per elettrolisi siasi prima deposto regolarmente del rame.

I vasi elettrolitici così preparati si inseriranno l'uno in seguito all'altro nello stesso circuito. È bene prenderne sempre due o tre, sì per ottenere un riscontro, come anche per evitare il caso, che, riuscendo polveroso lo strato di rame sopra un elettrodo, la determinazione sia perduta.

Si cercherà che l'elettrodo positivo sia sempre di tal grossezza che esso non possa venir consumato interamente durante il periodo d'una esperienza, e non venga corroso e diviso in due parti, come facilmente avviene nella sezione che corrisponde alla superficie di livello del liquido.

Preparata una pila di due o tre coppie, la quale dia una corrente costante, si inseriscano nel circuito, oltre i vasi elettrolitici, un reostato e la bussola da graduarsi, avendo ben cura che i fili pesati sieno disposti in modo da far l'ufficio d'elettrodi negativi. Poi, ad un dato istante osservato sull'orologio, si farà passar la corrente, e guardando alla bussola si darà in fretta alla corrente stessa mediante il reostato il valore opportuno. In generale con questo sistema si suole far in modo che l'azione della corrente duri per un tempo assai più lungo che non nel caso dell'elettrolisi dell'acqua, e ciò affine di raccogliere tanto rame che l'errore relativo della pesata diventi trascurabile. Così per piccole correnti, il cui valore ad esempio sia inferiore a 0,1 d'unità elettromagnetica, bisognerà che l'esperienza duri anche per 2 o 3 giorni. Per correnti così piccole non è difficile otte-

nere una costanza soddisfacente. Siccome poi è impossibile che, facendo durare così a lungo l'esperienza, non si riscontri nel corso di questa qualche mutamento nella deviazione della bussola, così di tanto in tanto si osserverà questa deviazione e il tempo corrispondente, affine di poter poi calcolare la media deviazione; sempre con l'avvertenza però di rigettare quelle esperienze, durante le quali fossero avvenuti mutamenti considerevoli di deviazione.

Quando sia trascorso il tempo, che si stima opportuno, si osserva l'orologio e la bussola e si sospende la corrente. Si levano poi gli elettrodi negativi, si risciacquano in fretta in un vaso di acqua, si asciugano con carta bibula e si portano sulla bilancia. Tutte queste operazioni devono esser fatte con cautela, perchè non si stacchino dei pezzetti di rame, il che può facilmente succedere. Per asciugare più perfettamente i fili si può collocarli per pochi minuti in una piccola stufa da essiccare alla temperatura di 80-100°, oppure per qualche ora sotto una campana insieme con sostanze essiccanti. Dopo ciò si pesano novamente: la differenza fra le due pesate darà per ciascun filo il peso del rame deposto.

Quando i risultati sieno concordanti per tutti i due o tre fili, si avrà una prova che l'operazione è bene riuscita: se le differenze son piccole, si potrà prendere la media aritmetica dei pesi ottenuti.

Se in qualche filo il rame deposto è polveroso, e in generale se v'ha alcuna ragione di temere un errore, non si terrà alcun conto del risultato relativo.

Ordinariamente le esperienze riescono bene e concordano con quelle eseguite col voltametro, se si fa uso di fili e si opera con le precauzioni indicate. Se si adoperassero lamine, occorrerebbero generalmente precauzioni molto maggiori per non avere risultati strani e assai diversi da quelli del voltametro. Similmente se, anzichè del rame deposto, si tenesse conto del rame disciolto, non si potrebbe sperare alcuna esattezza.

Si è consigliato l'uso di fili di platino come elettrodi negativi, perchè dovendo fare parecchie esperienze successive, terminata che sia una di queste, s'immerge il filo nell'acido nitrico e lo si riduce così al peso primitivo. Ciò è specialmente utile nel caso, in cui si dovesse per qualche accidente sospendere l'operazione e riprenderla poi. Per maggior precauzione si può ogni volta verificare se il peso sia precisamente quello di prima, la quale operazione richiede poca perdita di tempo.

Se si esprimesse la intensità della corrente per mezzo dei milligrammi di rame deposti in un minuto, il valore ne verrebbe determinato con ciascuna esperienza mediante la relazione

$$i = \frac{p_1 - p}{\tau},$$

indicando con p e p_1 rispettivamente i pesi, espressi in milligrammi, trovati per il filo prima e dopo l'esperienza, e con τ il tempo valutato in minuti primi.

Per esprimere la corrente in unità elettromagnetiche basta considerare che essa avrebbe decomposto in pari tempo una quantità di acqua eguale a

$$\frac{18}{63,5}\,\frac{p_1 - p}{\tau},$$

e che l'unità elettromagnetica di corrente decompone in un secondo

milligrammi 0,009 421

di acqua (*). Si avrà

$$i = \frac{1}{60\,.\,0,009\,421}\,\frac{18}{63,5}\,\frac{p_1 - p}{\tau}$$

$$= 0,5015\,\frac{p_1 - p}{\tau}.$$

370. **Graduazione d'un reometro qualunque.** — Se si tratta d'un reometro, per il quale non si conosca alcuna relazione fra le deviazioni e le intensità, occorre un numero molto maggiore di osservazioni affine di ottenere tanti punti da poter costruire una curva, che rappresenti quella relazione. Quando le osservazioni sieno state eseguite, si calcolano le intensità e si portano come ordinate sopra un foglio di carta reticolata, mentre le deviazioni si portano come ascisse lungo l'asse di queste.

Se mai si posseda un reometro, che sia stato già graduato accuratamente, si potrà per mezzo di questo graduarne un altro. A tal uopo si farà passare una medesima corrente attraverso ambedue i reometri. Se α ed α' sono rispettivamente le deviazioni del reometro graduato e di quello da graduarsi, si potrà stabilire che alla deviazione α' del secondo reometro corrisponde l'intensità i indicata dal primo. Ripetendo questo confronto per più deviazioni si potrà ottenere gli elementi necessarii a costruire una curva empirica.

Può darsi però che i due strumenti abbiano sensibilità tanto diversa, che quando si ha un'opportuna deviazione in uno di essi, nell'altro la deviazione sia troppo grande o troppo piccola. Allora si può procedere così.

Poniamo che il reometro da graduarsi sia il più sensibile. Si misuri con esattezza la resistenza r_1 del suo filo, poi ambedue i reo-

---

(*) Kohlrausch, *Pogg. Ann.*, CXLIX, 179 (1873).

metri si introducano insieme con un reostato nel circuito di una pila costante, e si applichi ai due torchietti del reometro da graduarsi un filo di derivazione di nota resistenza r_1. Quando passa una data corrente attraverso il reometro graduato, la intensità I di essa si dedurrà osservando la deviazione prodotta in quello strumento. La corrente I', che allora attraversa l'altro reometro, è data da

$$I' = \frac{I r_2}{r_1 + r_2}.$$

Si può quindi calcolarla e, ripetendo più volte l'operazione per correnti di diversa intensità, si può ottenere la relazione fra le deviazioni e le intensità.

Il valore, che dovrà prossimamente avere r_2 perchè l'operazione sia possibile, potrà essere determinato a tentativi.

371. **Esempio** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Riferiamo qui una sola delle esperienze fatte allo scopo di graduare un reometro, nel quale i fili erano molto prossimi all'ago e questo assai lungo.

La corrente era prodotta da due coppie ad acido cromico caricate con liquidi già adoperati per più che dieci volte allo stesso ufficio. Essa attraversava un reostato di Siemens ed Halske con la resistenza di 1900 unità Siemens e due vasi elettrolitici con solfato di rame.

In uno di questi vasi l'elettrodo negativo era grosso mill. 2, nell'altro 1 mill. Le osservazioni fatte di tempo in tempo alla bussola sono registrate nella seguente tabella:

TEMPO	DEVIAZIONE
1873 febbraio 7 $12^h\ 30'$ ant.	6°,95
» » » 1^h pom.	6°,98
» » » 2^h »	7°,00
» » » $2^h\ 50'$ »	7°,02
» » » $4^h\ 30'$ »	7°,02
» » 8 $10^h\ 30'$ ant.	7°,10
» » » 3^h pom.	7°,05
» » » 5^h »	7°,05
» » 9 $10^h\ 21'$ ant.	7°,10

L'ago della bussola prima del passaggio della corrente era a 0°, dopo si trovò a + 0,02: si applicò quindi alle deviazioni la correzione — 0,01.

La media deviazione fu calcolata moltiplicando la media di due letture contigue per l'intervallo di tempo corrispondente, sommando i prodotti e poi dividendo per il tempo totale. Così si ottenne il valore 7°,05.

Il rame deposto sul filo grosso 2^{mm} fu milligrammi 115,9: quello deposto sul filo grosso 1^{mm} 117,1. La media aritmetica è millig. 116,5. Il tempo totale fu 2751′.

L'intensità della corrente in unità elettromagnetiche è espressa da

$$I = 0{,}5015 \frac{116{,}5}{2751}$$

$$= 0{,}0212.$$

Misura della resistenza elettrica dei corpi.

Campioni di resistenza e reostati.

372. **Della misura delle resistenze. — Campioni di resistenza.** — Fra le determinazioni, che più frequentemente occorrono negli studii di elettricità dinamica, trovasi quella delle resistenze che oppongono al passaggio della corrente i solidi e i liquidi. In tali determinazioni è spesso necessario impiegare un *campione* di resistenza, cioè un conduttore, la cui resistenza sia stata determinata con gran precisione, come pure degli strumenti detti *reostati*, i quali servano ad inserire in un circuito una resistenza qual si voglia di valor conosciuto.

Nell'officina di Siemens ed Halske in Berlino si preparano accuratamente dei campioni della unità Siemens, che vengono posti in commercio. Essi sono costruiti mediante un filo doppio di pakfong (*Neusilber*) ravvolto a spira entro un astuccio di legno, come indica la Fig. 29. Il filo viene mediante apposite esperienze preso di tal lunghezza che esso presenti resistenza eguale ad una unità Siemens, e siccome la resistenza varia con la temperatura, sull'astuccio sta scritta appunto la temperatura t, a cui quell'eguaglianza sussiste. Ad un'altra temperatura t' la resistenza diventa

$$1 + 0{,}0004\,(t' - t).$$

I due capi del filo sono saldati a due grosse aste di ottone a e b,

ciascuna delle quali termina da una parte in un torchietto e dall'altra in un cilindro di rame amalgamato, che può venire immerso in un bicchierino di mercurio.

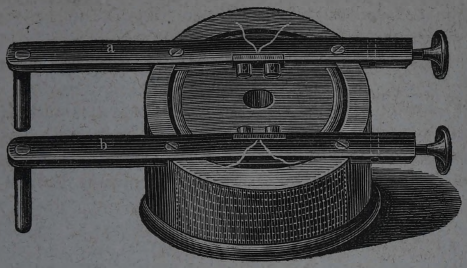

Fig. 29.

La *British Association* ha fatto costruire i suoi campioni di resistenza in una lega di tre parti di platino e una di argento, il cui coefficiente di variazione per la temperatura è 0,00031. Questi campioni sono vendibili in Londra presso il Fleeming Jenkin, segretario della Commissione incaricata della determinazione dell'unità (*).

373. **Modo di preparare campioni di resistenza.** — Se non si possede un campione, il cui valore sia stato determinato con esattezza, bisogna prepararlo, e ciò si può fare col mercurio più facilmente che con qualunque altro metallo.

Poniamo che il campione di resistenza vogliasi prossimo all'unità Siemens e debba avere una lunghezza non troppo incomoda nella pratica, per esempio 50 a 70 cent. Si provvederà anzi tutto un certo numero di cannelli di vetro, che abbiano il diametro di un millimetro circa e pareti abbastanza grosse, perchè possano venir maneggiati senza soverchio pericolo di spezzarli. Operando di poi nel modo già indicato per i cannelli dei termometri, si sceglierà fra i varii tubi

---

(*) Secondo le recenti esperienze del Kohlrausch la unità Siemens sarebbe eguale a $0{,}9717.10^{10}$ unità elettromagnetiche $\frac{\text{millimètro}}{\text{secondo}}$ e la *ohmad* sarebbe $1{,}0196.10^{10}$, cioè del due per cento circa maggiore del suo valore teorico. Per ulteriori notizie intorno all'importante argomento dei campioni di resistenza vedi *Reports of the Committee on electrical Standards etc.* edited by Fleeming Jenkin. London 1873.

Matthiessen *Pogg. Ann.*, CXII, p. 353 (1861),

Siemens, *Pogg. Ann.*, XC, p. 1 (1853); CX, p. 1 (1860); CXIII, p. 91 (1861),

Dehms, *Pogg. Ann.*, CXXXVI, p. 260 (1866).

quello, che nel suo interno più si accosta alla forma di un cilindro esatto o almeno di un cono.

Quando sia stato scelto il tubo opportuno, si potrà passare alla determinazione della resistenza, ch'esso oppone quando sia empito di mercurio. Questa operazione si può fare in due modi, o suddividendo il cannello in varii tratti, che si suppongono cilindrici, o applicando il metodo di Siemens, che fra poco esporremo.

Nel primo caso s'introduce nel cannello, il quale deve esser stato precedentemente pulito con molta cura, una colonnetta di mercurio, e la si fa scorrere entro il tubo adagiato sopra una scala divisa, operando come nella calibrazione di un termometro (§ 118). In tal modo si potrà considerar diviso il cannello in tanti tratti di lunghezze diverse, ma di eguali capacità; tratti, che, attesa la brevità loro, si potranno considerare cilindrici.

La prima osservazione non si può fare portando l'estremità della colonna di mercurio precisamente a coincidere con l'estremità del tubo, ma si può portarvela assai vicina e supporre spostata la colonna del piccolo tratto rimanente senza alterazione di lunghezza. All'altro capo del tubo avanzerà sempre in generale un tratto più o meno lungo, ma, se pur maggiore, ben di poco maggiore in lunghezza dell'intera colonnetta. Se esso è più corto della metà di questa, si può ammettere che il diametro vi sia eguale a quello dell'ultimo tratto; in caso diverso si spinge la colonna fin presso alla estremità, si calcola la resistenza del tratto da essa occupato, e con una semplice proporzione deducesi la resistenza della porzione sopravanzata. Quando ciò siasi fatto, raccogliesi il mercurio costituente la colonnetta e lo si pesa. Se p è il peso in milligrammi ed l la lunghezza espressa in millimetri d'uno dei tratti, la resistenza di questo a 0° in unità Siemens è

$$r = \frac{\delta l^2}{1000\, p},$$

dove δ è il peso specifico del mercurio alla temperatura a cui si è fatta l'operazione.

Per l'intero tubo la resistenza, pure a 0° e in unità Siemens, è

$$R = \frac{\delta}{1000\, p} \Sigma l^2.$$

Ad una temperatura t sarebbe invece

$$R_t = \frac{\delta}{1000\, p} \Sigma l^2 (1 + 0{,}00095\, t).$$

Per avere la resistenza totale del cannello a 0° basta dunque som-

mare i quadrati delle lunghezze dei singoli tratti e moltiplicare la somma per la quantità $\frac{\delta}{1000\,p}$. Se poi occorre che il cannello presenti esattamente una determinata resistenza, se ne prende una porzione che soddisfi a questa condizione. Si sceglie in tal caso un certo numero di tratti che si presentino abbastanza regolari ed abbiano una totale resistenza prossima a quella richiesta, indi, ad ottenere precisamente il dato valore, si calcola qual lunghezza debbasi aggiungere o togliere, e si taglia il cannello nel punto o nei due punti in tal modo determinati.

374. **Metodi di Siemens e di Crova per determinare la resistenza dei cannelli di mercurio e preparare un campione di resistenza** (*). — Facciasi scorrere entro il cannello una colonnetta di mercurio in modo ch'essa assuma parecchie posizioni a qualche distanza l'una dall'altra e prossimamente a distanze eguali. Si leggano le lunghezze successivamente assunte dalla colonna, sia usando una scala divisa, su cui sia adagiato il cannello, sia in altro modo qualunque.

Fatto ciò, si riempia il tubo interamente di mercurio. A tal uopo il Siemens ha cura che l'orlo del cannello sia, specialmente ad un capo, bene spianato, e v'applica una piastrina di ferro collocata alla estremità d'un maschio di vite. La madrevite di quest'ultimo sta in una traversa orizzontale, che è legata al cannello mediante un'apposita armatura di ferro. Non potendo far uso di questo speciale apparecchio, si può supplirvi con un semplice pezzo di cuoio, su cui si fa che il cannello venga premuto. Disposto il tubo con una conveniente inclinazione e applicato all'estremità superiore un piccolo imbuto mediante un tubo di gomma, si versa del mercurio nell'imbuto medesimo. Perchè l'aria sfugga all'altro capo, si lascia libero il foro per qualche tempo, raccogliendo il mercurio in una bacinella; e, quando si stima giunto il momento opportuno, si sospende l'efflusso applicando il pezzetto di cuoio. Si dispone poi il tubo verticalmente, si libera il capo superiore, si toglie con una lastra piana il mercurio che formando un menisco convesso sporge oltre il tubo, indi si versa tutto il mercurio in un recipiente e lo si pesa.

Se P è il peso in milligrammi così trovato, δ il peso specifico del mercurio alla temperatura dell'esperienza, L la lunghezza del cannello in millimetri, α il rapporto fra la minima e la massima lunghezza assunta dalla colonnetta nel percorrere il cannello, si può

(*) Siemens, *Pogg. Ann.*, CX, 1 (1860).
Crova, *Journ. de Phys. de M. D'Almeida*, III, 54 (1874).

dimostrare che la resistenza totale di questo a 0° e in unità Siemens è data da

$$R = \frac{L^2 \delta}{1000\, P} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}.$$

Secondo il Siemens per tener conto della resistenza che la corrente incontra all'ingresso e all'uscita del cannello la quantità L dee venir presa eguale alla effettiva lunghezza del cannello più la lunghezza del raggio interno di esso.

Consimile al precedente è il seguente metodo proposto da Crova.

Si prendono due cannelli capillari di lunghezza eguale, il cui diametro varii assai poco da un capo all'altro, e si dividono in millimetri mediante la macchina divisoria. Ciascun d'essi si considera suddiviso in un numero n di tratti eguali, la cui lunghezza l stia fra i 40 e i 60 millimetri, e introdotta una colonna di mercurio, la cui lunghezza sia inferiore ad l, la si fa scorrere in modo che il suo punto di mezzo cada successivamente nelle posizioni $\frac{1}{2}\, l$, $\frac{3}{2}\, l$, $\frac{5}{2}\, l$, ecc. Se h, h_1, h_2, ecc. sono le lunghezze rispettivamente assunte dalla colonna, la totale resistenza del tubo in millesimi di unità Siemens può esprimersi, come è facile dimostrare, con la formola

$$R = \frac{l\delta}{p}\left(\frac{h + h_n}{2} + \sqrt{h h_1} + \sqrt{h_1 h_2} + \text{ecc.} + \sqrt{h_{n-1} h_n}\right),$$

nella quale δ indica al solito la densità del mercurio alla temperatura dell'esperienza e p il peso della colonna di mercurio, che si fa scorrere entro il cannello.

A ciascuno dei due cannelli così preparati viene applicato ad un capo un corto cilindro di vetro di diametro assai maggiore, che si prolunga oltre le estremità dei cannelli stessi, e i due cilindri s'introducono poi in adatti fori praticati in un turacciolo di sovero. Preso di poi un largo tubo di vetro chiuso ad un capo, lo si dispone verticalmente colla bocca all'insù, lo si empie di mercurio, e vi si immerge lentamente i due cannelli fissando poi questi col cacciare alquanto entro il tubo il turacciolo di sovero. Il mercurio del tubo largo s'introduce allora nei cannelli e sale fino ad occupare parte dei cilindri superiori, in cui van collocati gli elettrodi. Un termometro che s'introduce per un apposito foro del turacciolo serve ad indicare la temperatura del mercurio per fare le correzioni relative.

375. **Esempio** *(dal giornale delle esperienze ecc.)*. — Volevasi preparare un cannello la cui resistenza fosse eguale o almeno molto

prossima a 0,2 e la cui lunghezza non si scostasse molto da $0^{m},60$. Si cercò prima fra molti cannelli di sceglierne alcuni che avessero il diametro prossimamente eguale a 2^{mm}, e fra questi facendovi scorrer entro una colonnetta di mercurio, si scelse quello, in cui le variazioni del diametro erano minori: il suo diametro tuttavia variava abbastanza irregolarmente. Si procedette di poi alla calibrazione. Nella seguente tabella sono indicate le lunghezze assunte successivamente dalla colonnetta di mercurio scorrendo lungo il tubo e i quadrati delle lunghezze medesime.

La calibrazione si eseguì a 10°: la densità del mercurio era quindi

$$\delta = 13,5714.$$

	l	l^2		l	l^2
1	$43^{mm},0$	1849,00	8	$44^{mm},6$	1989,16
2	42 ,8	1831,84	9	44 ,9	2016,01
3	43 ,1	1857,61	10	45 ,5	2070,25
4	43 ,7	1909,69	11	46 ,6	2171,56
5	43 ,6	1900,96	12	47 ,7	2275,29
6	44 ,4	1971,36	13	47 ,0	2209,00
7	44 ,8	2007,04	14	46 ,5	2162,25

$$p = 1805^{mgr},8, \qquad \frac{\delta}{p} = 0,007\,515.$$

Applicando la formola

$$R = \frac{\delta}{1000\,p}\,\Sigma l^2,$$

e prendendo a considerare i primi 13 tratti, cioè una lunghezza totale di mill. 581,7, si trova la totale resistenza 0,1958. Aggiungendo una porzione dell'ultimo tratto eguale in lunghezza a

$$\frac{1000 \,.\, 0,0042\,p}{\delta \,.\, 46,5} = 12^{mm},0,$$

si ha la resistenza voluta 0,2.

Ammettendo però col Siemens che per la resistenza incontrata dalla corrente all'ingresso e all'uscita, si debba ritenere prolungato il cannello di un tratto eguale al raggio, che è qui 1 mill. circa, basterà aggiungere 11 mill. a quei tredici tratti e la lunghezza totale del tubo risulterà mill. 592,7. Segnato il punto estremo, si tagliò ivi con diligenza il cannello.

Per avere un riscontro si volle applicare il metodo di Siemens alla determinazione della resistenza del cannello così preparato. Se ne misurò più volte la lunghezza effettiva e si trovò come medio millimetri 592,9. Empito il cannello di mercurio puro, si trovò il peso di questo essere milligr. 23950,1.

Le quantità $\sqrt{a}$ e $\frac{1}{\sqrt{a}}$, da sostituirsi nella formola del paragrafo precedente, si possono dedurre dalla tabella riferita. Se ne ricava

$$a = \frac{428}{477}.$$

Ne segue

$$\sqrt{a} = 0{,}9472, \qquad \frac{1}{\sqrt{a}} = 1{,}0557,$$

e quindi

$$1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 3{,}0029.$$

Aggiungendo 1^{mm} alla lunghezza del cannello per la resistenza all'estremità, la lunghezza totale diventa mill. 593,9. La temperatura durante l'operazione era 10°. Sostituendo si ottiene

$$R = \frac{\overline{593{,}9}^2 \cdot 13{,}596}{1000 \cdot 23950 \cdot (1 + 0{,}00018 \cdot 10)} \frac{3{,}0029}{3}$$

$$= 0{,}20006,$$

il che dà una corrispondenza sufficiente col valore prima determinato.

376. **Dei reostati.** — È molto diffuso il reostato di Wheatstone costituito da due cilindri, l'uno di legno, l'altro di metallo, sopra uno dei quali avvolgesi il filo metallico, che dee venir attraversato dalla corrente, mentre si svolge dall'altro. Di questo filo quella parte soltanto che sta avvolta sopra il cilindro di legno, presenta alla corrente una resistenza che dipende dalla natura del filo, dalla sezione e dalla lunghezza; l'altra parte sta a contatto del grosso cilindro di metallo, e forma con esso un tutto che non presenta alla corrente sensibile resistenza. Questo strumento può usarsi con vantaggio nelle

esperienze comuni di scuola, ma nelle esperienze di precisione, quali sono per lo più quelle che si eseguiscono nei laboratorii di Fisica, esso presenta alcuni inconvenienti. È anzi tutto difficile che il filo sia perfettamente omogeneo: però si potrebbe riparare senza molta difficoltà a questo difetto confrontando i varii tratti del filo con una resistenza di noto valore e deducendone le correzioni necessarie nel modo che più innanzi verrà indicato. L'inconveniente più grave consiste in ciò, che la resistenza dei varii tratti di filo può venire sensibilmente alterata nel frequente avvolgersi e svolgersi del filo sui due cilindri. Si aggiunga che il contatto del filo col cilindro metallico non si può ritenere sempre assicurato.

Nè migliore di questo strumento è il reostato di Wheatstone e Jacobi con un solo cilindro, perchè, quantunque il filo resti sempre avvolto sul cilindro medesimo, pure il contatto fra la rotella scorrevole e il filo è tale da portare variazioni notevolissime nella resistenza.

Per esperienze precise è quindi opportuno abbandonare quei due strumenti e sostituirvi un reostato a rocchetti di Siemens ed Halske, congiunto poi, quando occorra, con un piccolo reocordo a filo teso, simile a quello del Poggendorff. Dei reostati a rocchetti se ne costruiscono di più modelli, che solo differiscono per il numero dei rocchetti e per il valore delle resistenze di questi. I più grandi che si adoperino comunemente nei laboratorii di Fisica e di Fisiologia, contengono 16 rocchetti, che hanno resistenze diverse, tutte equivalenti a numeri interi di unità Siemens e tali da poter formare qualunque numero intero delle dette unità fra 0 e 10000.

La Fig. 30 rappresenta appunto uno di questi reostati.

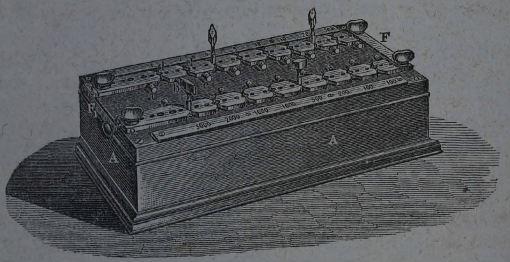

Fig. 30.

Il valore delle resistenze dei singoli rocchetti fu determinato dal costruttore ad una data temperatura, la quale è sempre indicata sullo strumento perchè si possano calcolare le relative correzioni.

Il filo adoperato da Siemens ed Halske è di pakfong *(Neusilber)*, e il suo coefficiente di correzione per la temperatura è 0,0004, come

per il campione di resistenza degli stessi costruttori, sicchè la resistenza d'un rocchetto qualunque, ammesso che nel costruirlo se ne abbia fatto la misura con esattezza, è

$$r\left(1+0{,}0004\ (t_1-t)\right),$$

se r è la resistenza indicata sullo strumento, t la temperatura pure ivi indicata, e t_1 quella dell'esperienza.

I singoli rocchetti son disposti verticalmente l'un presso l'altro e nell'intervallo fra due contigui vi ha un'asta di ottone, la quale mette ad una piastra pure di ottone, che sta sul coperchio della cassetta contenente i rocchetti. Dei due capi del filo di un rocchetto, per esempio del primo avente resistenza 1, l'uno mette ad una delle aste e quindi ad una piastra a, l'altro ad un'altra b, e siccome l'intervallo d fra le due piastre successive può venir tolto mediante una chiavetta o piuolo di ottone, che s'inserisce fra esse, così quel rocchetto può venir facilmente tolto dal circuito od introdotto in esso. Lo stesso si può dire di qualunque altro rocchetto, ed è quindi chiaro che se alle due piastre 1 e 2 poste all'estremità F_1 dell'apparecchio si applicano due reofori, si può inserendo tutti i piuoli togliere ogni resistenza, eccetto quella assai piccola delle piastre d'ottone, oppure introdurre qual resistenza si vuole espressa in numeri interi da 1 a 10000. Se si tratta di esperienze molto precise e non si abbia positiva certezza che i singoli rocchetti abbiano precisamente le resistenze indicate dal costruttore, bisognerà riscontrarne il valore confrontandoli con un campione di resistenza nel modo che verrà fra poco indicato.

Nel reostato descritto si può tuttavia notare un inconveniente, ed è che i piuoli collocati fra piastra e piastra non possono sempre costituire un contatto perfetto. In fatto la pressione, con cui un piuolo viene applicato, e il grado di pulitura possono in qualche modo influire sulla resistenza; e in generale è noto che un buon contatto fra due porzioni di un reoforo non si può avere, come già dimostrò anche il Mousson (*), se non mediante l'immersione nel mercurio di fili amalgamati o mediante una saldatura.

L'inconveniente accennato si può togliere in questo modo. Si levi il fondo dello strumento, che è costituito da una semplice tavola, e lo si capovolga; ai capi di ciascuna delle aste di ottone che stanno fra rocchetto e rocchetto si saldi un grosso filo di rame e gli estremi

(*) Mousson, *Neue Denkschriften der allg. Schweiz. Gesell. für die gesammte Naturwiss.* XIV, p. 1-90.

liberi di questi fili si immergano in altrettanti bicchierini collocati sull'orlo delle pareti laterali dello strumento. Allora a togliere dal circuito un rocchetto basta congiungere con un grosso filo di rame piegato ad U i due bicchierini contigui.

Avvertiamo infine che a togliere gli effetti dell'estracorrente, i quali potrebbero in qualche applicazione del reostato riuscire dannosi, come pure gli effetti di deviazione sugli aghi dei reometri, il Siemens avvolse il filo sui rocchetti dopo averlo addoppiato ripiegandolo a mezzo. In tal modo essendo ogni spira accompagnata da un'altra in cui la corrente ha contrario senso, le azioni di esse devonsi distruggere mutuamente.

377. **Del reocordo.** — Talora si vuole soltanto inserire in un circuito delle resistenze diverse di noto valore, altre volte richiedesi ancora che la resistenza, la quale viene introdotta, possa variare per gradi continui. In tal caso bisogna aggiungere al reostato a rocchetti un reocordo, che possa dare una resistenza almeno eguale all'unità.

È bastantemente diffuso il reocordo del Poggendorff (*) con filo di pakfong, il quale può dare una resistenza qualunque da 0 a 10 unità Siemens, ma è facile costruirne uno più semplice, il quale possa servire opportunamente a complemento del reostato. A tale scopo sopra una tavola della lunghezza di 1^m circa e di 15 a 20 centimetri di larghezza, si piantano lungo uno dei lati minori due bicchierini di ferro; all'altra estremità invece un cilindro di ferro oppure di legno, il cui diametro sia eguale alla distanza dei centri dei due bicchierini. Prendesi poi un filo metallico possibilmente omogeneo, la cui resistenza specifica e il cui diametro sien tali che due metri di lunghezza presentino una resistenza alquanto superiore all'unità. Uno dei capi del filo si ferma ad uno dei bicchierini e si fa che ne attraversi l'interno, poi si dispone orizzontalmente il filo conducendolo fino al cilindro all'altra estremità della tavola, lo si gira intorno al cilindro stesso facendo sì che ne abbracci metà, poi lo si dispone orizzontalmente e parallelamente al primo tratto fino all'altro bicchierino. Il filo deve attraversare anche questo bicchierino, e dopo averlo ben teso se ne fisserà il capo irremovibilmente. Una scatoletta rettangolare che può esser di ferro, ma che val meglio sia di legno compatto, viene attraversata dai due tratti del filo per quattro fori accuratamente praticati in due opposte pareti in modo che essi abbiano diametro eguale a quello del filo o tanto di poco maggiore che il mercurio non possa uscirne. La scatoletta, come pure i bicchierini,

(*) Poggendorff, *Pogg. Ann.*, LII, 511 (1841).

viene riempita di mercurio in modo che i tratti di filo metallico in essa compresi restino interamente sommersi.

Se i reofori di una pila sono immersi rispettivamente nei bicchierini di ferro, che sono ripieni di mercurio, si può allontanando convenientemente la scatoletta dai bicchierini, aumentare entro il limite voluto la resistenza del circuito. Due regoli d'ottone, rilevantisi alquanto sopra il piano della tavola, servono di guide alla scatola, affinchè essa nello scorrere lungo il filo si mantenga sempre parallela a sè stessa, e con le sue pareti anteriore e posteriore perpendicolare al filo teso. Un di quei regoli è diviso in millimetri per poter osservare le posizioni della scatoletta nei varii casi. Conoscendo il diametro del filo e la distanza della scatoletta dai bicchierini, che si può misurare giovandosi del regolo diviso, si potrebbe in ogni caso calcolare la resistenza opposta dal filo, ma siccome la resistenza specifica dei varii metalli è una quantità che non si può in generale stabilire con precisione, così val meglio graduare sperimentalmente il reocordo ossia determinare la resistenza dei varii tratti, giovandosi dell'uno o dell'altro dei metodi che più innanzi esporremo.

Misura della resistenza dei corpi solidi.

378. **Metodo di semplice sostituzione.** — Per misurare una data resistenza si può in qualche caso applicare opportunamente il seguente metodo, che è il più semplice fra tutti.

Nel circuito di una coppia costante s'inserisca il conduttore d'ignota resistenza, un reostato, ed un reometro. Quest'ultimo deve esser scelto per modo che esso valga a misurare con precisione una corrente qual è quella che è data dalla coppia e che attraversa il conduttore di ignota resistenza, senza che vi sia bisogno di diminuire quella corrente mediante il reostato. Quando siasi osservata la deviazione del reometro, si toglie via il conduttore e si chiude novamente il circuito: allora la deviazione è certamente cresciuta, ma per mezzo del reostato si può ricondurre la deviazione al grado primitivo. La resistenza così introdotta mediante il reostato è manifestamente eguale a quella che si voleva determinare.

Perchè il metodo si possa applicare con buon effetto bisogna che l'aumento della deviazione che si presenta quando vien tolto il conduttore, sia molto considerevole, e che la corrente si mantenga costante.

379. **Metodo di derivazione e sostituzione.** — Quando si abbia un reometro molto sensibile, per esempio un galvanometro, e

si tratti di misurare piccole resistenze, si può sostituire il seguente metodo, che del resto è applicabile in altri casi.

Congiungansi i due torchietti del galvanometro mediante un reoforo, il quale comprenda un reocordo e il conduttore, di cui si deve misurare la resistenza. Quest'ultimo però sia così disposto che lo si possa agevolmente inserire nel reoforo o toglierlo. Si faccia passare attraverso il galvanometro una corrente costante, e tenendo inserito il conduttore e disponendo il reocordo in tali condizioni, che non dia alcuna resistenza o almeno la più piccola possibile, si osservi la deviazione. Tolgasi di poi dalla derivazione il conduttore, e, spostando il corsoio, lo si sostituisca con tanto filo del reocordo quant'è necessario a far ritornare l'ago alla deviazione primitiva. La resistenza di questo filo sarà manifestamente eguale a quella del conduttore.

Se le condizioni son tali che togliendo l'ignota resistenza dalla derivazione, si noti un aumento considerevole nella deviazione, e se il reocordo si presta opportunamente, si potrà avere con questo metodo buoni risultati.

380. **Metodo di Bosscha.** — Abbiasi una coppia S (Fig. 31), i cui poli sieno congiunti da un reoforo $FbcTd$, che comprenda un reostato F. Due punti qualunque b e c di questo reoforo vengano congiunti mediante un filo di derivazione: diremo r_1 la resistenza del tratto bc; r_2 quella del filo di derivazione be_1eGc. In quest'ultimo trovisi inserito un reometro G piuttosto sensibile, che non importa sia graduato, e nel circuito principale vi sia oltre il reostato una bussola reometrica T ben graduata.

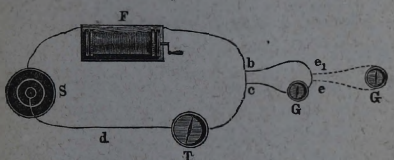

Fig. 31.

Indichiamo con I l'intensità della corrente che attraversa la bussola, con I_2 quella della corrente che percorre il filo di derivazione e quindi il reometro G. Si osservino i due reometri; sarà allora

$$\frac{I}{I_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1}.$$

S'inserisca in r_2 la resistenza a da misurarsi e variando la resistenza del reostato F si faccia in modo che il reometro G dia la stessa indicazione di prima. La bussola T indicherà una corrente d'intensità I', e si avrà in tal caso la relazione

$$\frac{I'}{I_2} = \frac{r_1 + a + r_2}{r_1}.$$

Finalmente tolgasi a e pongasi in sua vece una resistenza nota b, per esempio un campione di resistenza. Ricondotta novamente la intensità in r_2 al valore primitivo, si avrà

$$\frac{I''}{I_2} = \frac{r_1 + b + r_2}{r_1},$$

e da queste tre equazioni si ricava

$$\frac{a}{b} = \frac{I - I'}{I - I''},$$

donde si ha il cercato valore di a.

Questa equazione dà il valore della resistenza espresso per le intensità della corrente indicate dalla bussola nelle tre esperienze. Importa dunque che questa bussola dia delle misure molto esatte; nè ciò è al dì d'oggi difficile venendo costruiti degli ottimi reometri, che possono graduarsi in modo da ottenerne tutta la precisione che si desidera.

Le esperienze risultano tanto più esatte quanto più è piccolo r_2 rispetto ad a e b. Ora in r_2 s'inserisce un galvanometro che può presentare una considerevole resistenza, e ciò nuoce alla condizione richiesta. Lo Schröder van der Kolk (*) propose pertanto di togliere il galvanometro G dal reoforo bGc e inserirlo in un filo di derivazione eGe_1, che è segnato in linea punteggiata nella Fig. 31, e i cui due capi sono applicati ai punti ee_1 di quel reoforo, assai vicini fra loro. Ammettendo che la resistenza del tratto ee_1 sia trascurabile rispetto a quella del filo di derivazione eGe_1, si ottiene una equazione identica a quella testè riferita.

Devesi notare che il metodo di Bosscha non esige l'uso d'una corrente assolutamente costante: basta che il suo valore si mantenga inalterato finchè si osservano i due strumenti reometrici, i quali del resto possono, qualora l'esperienza sia fatta da due persone, venire contemporaneamente osservati.

381. **Metodo del galvanometro differenziale. — Verificazione dello strumento.** — Dicesi differenziale un galvanometro, nel quale intorno all'ago sono avvolti due fili metallici isolati costituenti due circuiti distinti. Questi due circuiti dovrebbero essere di egual resistenza e così situati che se essi vengano percorsi contemporaneamente da correnti eguali, e queste abbiano tal direzione da

(*) Schröder van der Kolk, *Pogg. Ann.*, CX, p. 452 (1860).

operare in senso opposto sull'ago, quest'ultimo dovrebbe rimanere immobile: i momenti di rotazione dovuti alle due correnti dovrebbero dunque essere eguali ed elidersi mutuamente.

Un galvanometro differenziale è provveduto di quattro torchietti, ai quali vanno applicati i reofori. Essi corrispondono ai capi dei due circuiti.

La corrente data da una coppia si conduce mediante un reoforo ad uno di quei torchietti. Se il secondo torchietto di quel circuito medesimo ponesi in comunicazione con l'altro polo della coppia, la corrente percorre un circuito solo, ma se invece congiungesi quel torchietto con uno di quelli dell'altro circuito e poi il capo libero di questo congiungesi con la pila, si può fare che la corrente percorra tutti e due i circuiti e che le azioni di essa nell'uno e nell'altro di questi sopra l'ago si aggiungano o si contrastino. Sarà facile con un solo tentativo riconoscere come si devono stabilire le congiunzioni perchè quest'ultimo caso si verifichi. È opportuno che venga prima introdotto nel circuito un reostato e che mediante questo s'inserisca una forte resistenza, affinchè queste prime prove si possano fare con piccole correnti. Disposte opportunamente le congiunzioni, si proverà con una corrente abbastanza forte se l'ago rimanga a 0°, poi si aumenterà successivamente l'intensità della corrente. In tal modo si verifica facilmente se la condizione, che si richiede nel galvanometro differenziale, sia soddisfatta.

Potrà avvenire che le azioni della corrente nei due circuiti si elidano soltanto per correnti inferiori ad un certo limite. Giova tener conto di questo limite per poter adoperare il galvanometro con correnti inferiori a quello, quando si esige che avvenga la detta compensazione.

In questa verificazione, come del resto in generale nell'uso dei reometri, bisogna aver cura di accertarsi che l'ago non soffre alcuna deviazione per effetto dei reofori esterni. Sarà bene quindi avvolgere insieme a due a due in vicinanza al galvanometro i reofori in cui la corrente ha opposta direzione, o almeno disporre simmetricamente rispetto all'ago quelli in cui la direzione è la stessa.

382. **Uso del galvanometro differenziale nel caso che, a parità di corrente, le azioni dei due circuiti sieno eguali.** — Prendasi una coppia S (Fig. 32) od anche una pila, qualora ciò sia necessario per ottenere la opportuna intensità di corrente. Da un polo della pila facciansi partire dei reofori Si, Sq, che mettano a due torchietti m, n, spettanti l'uno ad un circuito, l'altro ad un altro: gli altri due torchietti l e p si congiungano con l'altro polo, inserendo nel tratto ptS il reostato R e nel tratto $lukS$ l'apparecchio A.

Quanto al reostato, nella figura venne per semplicità rappresentato

un reostato ad un solo cilindro, ma, in conformità a quanto si è detto, varrà meglio sostituirne uno a rocchetti ed un reocordo. Quanto all'apparecchio A, esso ha lo scopo d'introdurre facilmente o togliere dal circuito la resistenza x da misurarsi, ed è chiaro che si potrà sostituirvi qualunque altra disposizione equivalente. La resistenza da misurarsi poniamo che sia quella del filo oo_1 ravvolto a spira: i due capi sono immersi in due bicchierini o ed o_1 pieni di mercurio. Ciascuno di questi può essere congiunto col bicchierino d mediante un filo di rame r amalgamato alle due estremità.

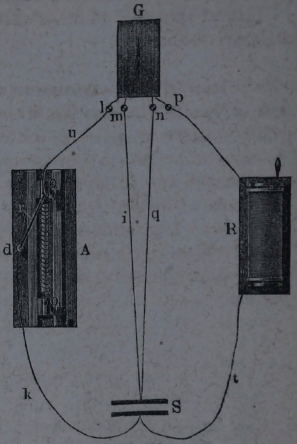

Fig. 32.

Manifestamente quando il filo r, essendo con un capo immerso in d, mette con l'altro in o_1, la resistenza x è inserita; quando mette invece in o, la resistenza medesima è tolta dal circuito.

Le congiunzioni dei reofori col galvanometro devono esser disposte in modo che le azioni delle due correnti si contrastino. Il filo r trovisi nella posizione indicata dalla figura, e quindi la resistenza x sia esclusa. Variando opportunamente la resistenza opposta dal reostato, si faccia che l'ago riducasi a 0. Se a e b sono al momento dell'esperienza le resistenze rispettive delle parti esterne dei due circuiti tpq, kui, e rispettivamente α e β quelle dei fili interni, avremo

$$a + \alpha = b + \beta.$$

Portando in o_1 il capo del filo r, che trovavasi in o, s'introduca la resistenza x in kui. Anche dall'altra parte per ottenere la compensazione bisognerà inserire una certa resistenza r, il che si farà facilmente con l'uso del reostato. Avremo

$$a + \alpha + r = b + \beta + x,$$

e quindi

$$x = r,$$

e siccome ammettiamo che il reostato dia resistenze di noto valore, sarà così determinato il valore di x.

Qualunque sia il modo di adoperare il galvanometro differenziale,

è bene collocare in vicinanza alla coppia, e innanzi al punto dove la corrente si divide, un interruttore, il quale permetta di far passare la corrente per un breve istante soltanto. Si evitano in tal modo le variazioni ineguali di resistenza che la corrente potrebbe apportare nei due circuiti.

383. **Uso dello strumento nel caso che gli effetti dei suoi due circuiti, a parità di corrente, sieno diversi.** — 1° *Metodo*. Si possa disporre di un reostato graduato e di una resistenza r che non importa sia conosciuta, ma dev'essere alquanto maggiore della resistenza x da misurarsi. Nel circuito $a + \alpha$ si inserisca la resistenza r, nell'altro il reostato. Introducendo con quest'ultimo una resistenza r_1, si stabilisca la compensazione. Se m ed n rappresentano rispettivamente i momenti di rotazione esercitati sull'ago dall'unità di corrente nel filo α e nel filo β del galvanometro, avremo l'eguaglianza

$$m (b + \beta + r_1) = n (a + \alpha + r).$$

Si tolga di poi la resistenza r_1 da $b + \beta$, vi si introduca la x e vi si aggiunga col reostato quella resistenza r_2 che è necessaria per annullare la deviazione. Avremo

$$m (b + \beta + r_2 + x) = n (a + \alpha + r),$$

e quindi

$$r_1 = r_2 + x,$$

ed

$$x = r_1 - r_2.$$

2° *Metodo*. Si possa disporre di un reostato e di un campione di resistenza ρ. Il reostato graduato pongasi nel circuito $a + \alpha$; in $b + \beta$ siavi modo d'inserire la resistenza x da misurarsi, o invece di questa il campione ρ.

Nella prima esperienza non siavi nè x, nè ρ in $b + \beta$: mediante il reostato si annulli la deviazione. Avremo

$$m (b + \beta) = n (a + \alpha),$$

comprendendo in a anche la resistenza introdotta mediante il reostato. Poi in $b + \beta$ s'introduca x; occorra aggiungere r_1 in $a + \alpha$ per ottenere la compensazione. Sarà

$$m (b + \beta + x) = n (a + \alpha + r_1).$$

Infine invece della x pongasi ρ e con l'aggiunta di r_2 ad $a + \alpha$ si annulli novamente la deviazione. Avremo

$$m(b + \beta + \rho) = n(a + \alpha + r_2).$$

Dalle due prime equazioni si ottiene

$$mx = nr_1,$$

dalla prima e dalla terza

$$m\rho = nr_2,$$

e da questa ricavasi

$$x = \rho \frac{r_1}{r_2}.$$

Essendo r_1, r_2 e ρ quantità note, anche il valore di x è conosciuto.

3° *Metodo*. Nel caso che non si possedesse neppure una resistenza ρ, il cui valore fosse noto con precisione, si potrà ricorrere ad una commutazione, cioè fare le due prime esperienze del metodo antecedente, poi scambiare le congiunzioni in modo che il reostato venga introdotto in $b + \beta$ e la resistenza ignota x in $a + \alpha$. A far senza incomodo questo scambio è bene valersi di un opportuno commutatore, e se questo manca, è facile supplirvi nel modo seguente.

Facciasi uso per le congiunzioni di bicchierini di mercurio: poniamo d'averne quattro disposti come i vertici di un quadrato. Due reofori che vengono dalla pila mettano a due bicchierini: ammettasi per un momento che gli altri due sieno congiunti con un filo, nel quale si vuole ad un dato istante mutar la direzione della corrente. Prendasi poi un pezzo di cartone o di tavola sottile di forma quadrata e grande poco più del quadrato determinato dai quattro bicchierini, e parallelamente fra loro e a due dei lati vi s'infiggano due fili di rame, i capi dei quali sporgano all'ingiù e possano immergersi nei bicchierini. Un'altra tavola simile, in cui i fili sieno invece disposti secondo le diagonali e non si tocchino, serve, qualora venga sostituita alla prima, a fare la voluta commutazione.

Nel modo fin qui descritto non si potrebbe ottenere che l'inversione della corrente in un reoforo, ma con due di tali commutatori o con uno doppio si può fare senza difficoltà lo scambio accennato del reostato e della resistenza da determinarsi.

Le due prime esperienze eseguite come nel metodo antecedente danno le due equazioni

$$m(b + \beta) = n(a + \alpha)$$

$$m(b + \beta + x) = n(a + \alpha + r_1).$$

La terza esperienza, eseguita dopo la commutazione introducendo col reostato una nuova resistenza r_2 necessaria alla compensazione, ci dà la relazione

$$m(b + \beta + r_2) = n(a + \alpha + x).$$

Dalle due prime equazioni si ha

$$mx = nr_1,$$

dalla prima e dalla terza

$$mr_2 = nx,$$

e da queste ricavasi

$$x = \sqrt{r_1 r_2}.$$

384. **Metodo del ponte di Wheatstone.** — Il sistema di reofori studiato al § 351 è quello che viene adottato nella misura delle resistenze con l'apparecchio, che porta il nome di ponte di Wheatstone.

La Fig. 33 rappresenta la disposizione dell'apparecchio. *ce* è un filo teso, che può essere di rame, d'argento, di platino o d'altro me-

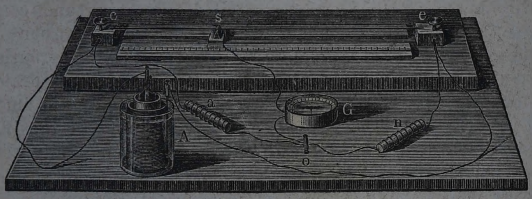

Fig. 33.

tallo, purchè sia omogeneo, cioè in qualsiasi tratto della sua lunghezza presenti resistenza uniforme. I due capi del filo sono stretti e trattenuti da due torchietti, ai quali si può vantaggiosamente sostituire due bicchierini di osso, o di legno o di caoutchouch indurito che vengono attraversati dal filo e riempiti di mercurio. Un corsoio *s* metallico, che si può far scorrere orizzontalmente da un capo all'altro del filo, trovasi sempre in contatto col filo medesimo: dal corsoio parte un filo *sGo*, in cui sta inserito un galvanometro *G* molto sensibile. Nel tratto *co* sia inserita la resistenza *a* d'ignoto valore, in *eo* una resistenza nota *n*. Lungo tutto il filo teso è disposta orizzontalmente una scala divisa in millimetri, la quale serve a determinare le posizioni, che assume nei varii casi il corsoio.

L'identità dei due sistemi di reofori rappresentati dalle figure 33

e 28 (§ 351) apparisce se si considera come corrispondenti i punti

$$c \text{ ed } a, \quad e \text{ e } b, \quad s \text{ e } c, \quad o \text{ e } d.$$

L'equazione che nel § 351 dà il valore di I_5 mostra che questo valore si annulla se

$$r_1 r_4 - r_2 r_3 = 0$$

ossia se

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Ricordando i significati dati a queste lettere in quel paragrafo, troviamo che l'eguaglianza dei rapporti fra le resistenze dei due tratti cs ed se del filo teso e fra le resistenze a ed n è condizione necessaria perchè la corrente che attraversa il galvanometro I si annulli. Se dunque spostando opportunamente il corsoio s_1 lo si porti a tal punto che la corrente in so si annulli, potremo asserire che si verifica la detta proporzione. E siccome, se il filo è omogeneo, le resistenze dei due tratti di filo sono nel rapporto delle lunghezze, si avrà

$$\frac{a}{n} = \frac{l_1}{L - l_1},$$

posto

$$cs = l_1, \qquad ce = L.$$

Le lunghezze l_1 ed L si leggono sulla scala; ne viene che essendo noto il valore di n, deducesi immediatamente quello di a.

Quando si tratta di determinazioni molto precise, il metodo presenta l'inconveniente, che, se il filo teso non è perfettamente omogeneo, si può incorrere in errori notevoli. Ad ottenere esattezza maggiore, dopo fatta l'indicata esperienza, si suol fare una commutazione portando cioè la resistenza ignota a nel tratto oe e la resistenza nota n invece di quella nel tratto oc. Così, contando sempre le distanze dall'origine c della scala, si ottiene

$$\frac{a}{n} = \frac{L - l_2}{l_2},$$

dove l_2 è la distanza del corsoio s da c, quando dopo lo scambio delle resistenze si annulli novamente la corrente in sGo. Si ottengono così due valori del rapporto $\frac{a}{n}$ e se ne prende la media.

Se il filo fosse omogeneo, dovrebbe essere

$$l_1 + l_2 = L.$$

Con una o più coppie di esperienze fatte nel modo or descritto e usando due resistenze qualunque si può dunque verificare se il filo teso sia omogeneo. In tal modo successivamente sperimentando sui varii tratti di un lungo filo metallico si può rintracciare una porzione che sia abbastanza omogenea e tendere questa nell'apparecchio.

385. **Modificazioni del ponte di Wheatstone. — Precauzioni necessarie.** — La Fig. 33 (pag. 524) rappresenta l'apparecchio del ponte di Wheatstone nella sua massima semplicità. Per ottenerne risultati migliori e con maggiore comodità, esso viene costruito alquanto diversamente.

Le congiunzioni si fanno con bicchierini di mercurio e s'introduce nell'apparato un commutatore, mediante il quale si possa eseguire con facilità lo scambio delle distanze sopra accennato.

Il corsoio *s* si costruisce il più delle volte per modo, che esso scorra lungo un'asta disposta parallelamente al filo e porti un breve filo teso od un'asticciuola, che non debba esser sempre a contatto col filo *ce*, ma possa venirne staccato, qualora esercitando una pressione, si vinca l'elasticità di una molla. V'ha poi una vite micrometrica, con la quale si ottengono i piccoli spostamenti del corsoio.

Alcuni sperimentatori sogliono adottare una disposizione di fili alquanto diversa dalla descritta. Congiungono cioè uno dei poli della pila col punto *o*, l'altro con *s* e applicano i due fili del galvanometro ai punti estremi *c* ed *e* del filo teso, il che equivale a scambiare di posizione la pila col galvanometro (*).

Il riscaldamento dei fili prodotto dalle correnti può esser causa di errori considerevoli nella determinazione delle resistenze con qualunque metodo e particolarmente con questo. Perciò non devesi far uso di correnti soverchiamente intense, ma bensì di tali, che sieno soltanto sufficienti a produrre deviazioni abbastanza notevoli nel galvanometro per piccoli spostamenti del corsoio. Di più è bene far sì che la corrente passi soltanto per breve tempo prima che si faccia l'osservazione. Si stabilirà quindi la corrente ad un dato istante tenendo però staccato il corsoio e immediatamente dopo si toccherà con questo il filo teso. Se si adotta la seconda disposizione testè accennata, la corrente non si stabilisce se non quando si tocca col corsoio il filo teso.

(*) Vedi nell'opera del WIEDEMANN, *Die Lehre vom Galvanismus*, I, p. 251 e seguenti, II^a ed.^{a}, la descrizione minuta degli apparecchi di Siemens e Dehms.

È opportuno che le resistenze, che si confrontano, sieno poco diverse l'una dall'altra, sicchè il corsoio stia in vicinanza del punto di mezzo del filo teso, quando la corrente è annullata nel galvanometro. Sarebbe infine assai vantaggioso se si potesse isolare i due conduttori, le cui resistenze si confrontano, e tenerli immersi nell'acqua a temperatura costante durante le esperienze.

Il metodo del ponte di Wheatstone, anche con le precauzioni indicate, non dà sempre risultati molto precisi. Molto miglior profitto se ne può trarre procedendo nel modo seguente.

Nel tratto eo pongasi una resistenza, che può anche essere d'ignoto valore; è bene però accertarsi che questo valore non sia molto lontano da quello della resistenza a da misurarsi.

Dispongansi le cose in modo che nel tratto co ad un dato istante si possa togliere la resistenza a e sostituirvi un reostato. Ciò si può ottenere assai facilmente, quando la resistenza a è abbastanza considerevole, inserendo tanto la resistenza a quanto il reostato nel detto reoforo mediante due bicchierini di mercurio situati a sì poca distanza che si possa, ove occorra, congiungerli con un breve arco di grosso filo di rame. Applicando quest'arco ai due bicchierini del reostato, o ai due della resistenza a, si esclude l'una o l'altra, facendo passare pressochè l'intera corrente attraverso l'arco di rame.

Siavi ora soltanto la resistenza a nel tratto co: si sposti il corsoio finchè si ottiene l'annullamento della corrente in so; poi lasciando il corsoio a contatto col filo, si tolga la resistenza a e s'introduca il reostato e con questo una tal resistenza che l'ago del galvanometro ritorni a 0°. Evidentemente a sarà eguale alla resistenza che vi si è sostituita mediante il reostato.

Questa modificazione del metodo di Wheatstone, che è atta a dare una precisione assai grande, fu ideata e applicata per la prima volta dal Bernardi (*).

386. **Riproduzione di una data resistenza.** — Una operazione, che può occorrere frequentemente nella pratica, e che deve essere eseguita con molta esattezza, è la riproduzione di una data resistenza, vale a dire il farne una copia.

Assai semplice è il metodo seguente.

Nel circuito di una coppia si colloca un reometro molto sensibile e la resistenza da copiarsi. Si osserva la deviazione, poi si sostituisce a quella resistenza tanta lunghezza di filo metallico quanta è neces-

---

(*) Dobbiamo all'amicizia del prof. Bernardi il permesso di pubblicare la descritta modificazione del metodo del ponte di Wheatstone, la quale ci fu da lui verbalmente comunicata.

saria per ricondurre la deviazione al valor primitivo. Per ottenere esattezza da questo metodo conviene accertarsi che una piccola variazione, tanto piccola da corrispondere alla minima frazione di cui si vuol tener conto, dia ancora una sensibile variazione nella deviazione dell'ago.

Serve opportunamente all'uopo anche il metodo del ponte di Wheatstone.

Pongasi il corsoio esattamente a metà del filo teso, nel tratto *e o* (Fig. 33, pag. 524) la resistenza *n* da copiarsi, in *c o* un filo metallico, del quale si possa facilmente introdurre una lunghezza variabile. Indi si varii questa lunghezza, finchè la intensità della corrente si annulla nel tratto *s G o* del galvanometro.

È opportuno per queste determinazioni che il filo teso *c e* sia molto lungo. Ove occorra, si può ripiegarlo alle estremità, purchè non si voglia far uso dell'apparecchio se non per confrontare resistenze eguali o non molto diverse.

La posizione del punto di mezzo del filo teso si potrebbe determinare misurando la lunghezza totale del filo, ma val meglio il rintracciarla nel modo seguente.

Si pongano a confronto due resistenze a e b, le quali non sieno molto differenti l'una dall'altra. Con una esperienza eseguita al solito modo si trovi

$$\frac{a}{b} = \frac{l_1}{L - l_1};$$

con un'altra, dopo la commutazione,

$$\frac{b}{a} = \frac{l_2}{L - l_2}.$$

Prendendo il punto di mezzo in

$$\frac{l_1 - l_2}{2},$$

cioè a mezzo fra le due posizioni del corsoio, se queste sono abbastanza prossime, si avrà diviso il filo in due tratti di egual resistenza. Facendo parecchie determinazioni in tal modo, si può avere il punto di mezzo con molta precisione.

Meglio vale però l'adoperare il ponte secondo la modificazione indicata nell'ultimo paragrafo. In tal caso coll'ordinario metodo di Wheatstone si determina prossimamente qual lunghezza debba avere un tratto del filo che si deve adoperare, il quale presenti la resistenza voluta. Si taglia il filo tenendolo alcuni centimetri più lungo del bisogno, se ne saldano a stagno i capi a due grossi e corti fili di rame amalgamato, e così preparato lo si assoggetta alla prova della sosti-

tuzione. La sua resistenza sarà certamente più grande di quella voluta, perchè la sua lunghezza si è presa alquanto eccedente, ma ravvolgendolo alquanto alle estremità sui grossi fili di rame e saldando a stagno le porzioni ravvolte, si può diminuire a poco a poco la resistenza del filo, finchè, avendolo sostituito alla resistenza da riprodursi, non s'abbia alcun indizio di corrente nel galvanometro. Preparata in tal modo una resistenza eguale ad un'altra presa per unità, si può poi ottenerne un'altra eguale alla somma di quelle due e così procedendo costruire un reostato. Tale fu appunto il metodo seguito dal Bernardi nella costruzione di un suo reostato.

387. **Metodo di Wheatstone modificato da Thomson** (*). — Se si tratta di piccole resistenze, la resistenza, che la corrente incontra ai punti estremi di congiunzione, non è più trascurabile rispetto alla resistenza principale. Il confronto avviene propriamente fra le somme delle singole resistenze con quelle delle congiunzioni. Per evitare questo inconveniente il Thomson apportò al metodo di Wheatstone la modificazione che ora esporremo, e fece uso dell'apparecchio rappresentato nella Fig. 34.

CD è il filo campione, il tratto TT' del quale corrisponde alla resistenza che si vuol riprodurre. Si tratta di determinare sul filo AB una lunghezza SS', la cui resistenza sia eguale a quella di TT'. Si uniscono i due capi B e C o mediante un pezzo di congiunzione a due torchietti, come indica la figura, o, se si può, mediante due vasetti di mercurio e un arco interposto.

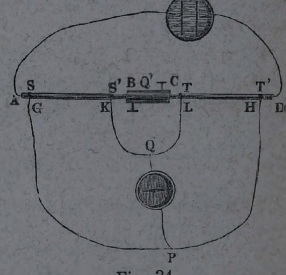

Fig. 34.

Le estremità A e D si congiungono con i due poli della coppia Z. I punti S e T', come pure S' e T, vengono congiunti mediante i fili GPH e KQL, le cui estremità vengono strette contro i fili AB e CD mediante torchietti. I punti P e Q sono congiunti mediante un filo che comprende un galvanometro sensibilissimo.

Indicheremo le resistenze dei varii tratti del sistema con le lettere stesse che servono a designarli.

Il metodo di Thomson si fonda sul principio che se non passa al-

(*) Thomson, *Phil. Mag.* (4), XXIV, p. 149 (1862).

cuna corrente attraverso il galvanometro e se

$$SGP : PHT' = S'KQ : QLT,$$

anche SS' sta a TT' nel rapporto medesimo.

Le resistenze delle congiunzioni SG, $S'K$, TL, $T'H$ vanno sommate a quelle dei fili rispettivi GP, KQ, ecc., e siccome questi fili si prendono sottili e di tal resistenza che al paragone quelle delle congiunzioni possono venir trascurate, si evita in questo sistema l'inconveniente del comune sistema di Wheatstone.

388. **Principio del metodo di Thomson.** — Ammettiamo che non passi corrente in PQ; ne viene che i valori dei potenziali della elettricità in P e in Q devono essere eguali. Indichiamo in generale il valore del potenziale in un dato punto con la lettera minuscola corrispondente a quella maiuscola applicata al punto medesimo.

Poichè per PQ non passa corrente, per la distribuzione delle correnti sarà lo stesso come se quel reoforo non esistesse.

Indichiamo con R la resistenza che avrebbe un filo unico collocato fra T ed S' equivalente al complesso dei due reofori $TCQ'BS'$ e TQS', cioè tale che se esso sostituisse questi due reofori, le quantità t ed s' non muterebbero.

Se consideriamo anzitutto il reoforo SPT' e supponiamo che la corrente vada da T' ad S, applicando le leggi fondamentali della propagazione delle correnti, avremo

$$\frac{p - s}{PS} = \frac{t' - s}{T'PS},$$

e quindi

$$p = \frac{t' - s}{T'PS} PS + s.$$

Considerando il reoforo $S'QT$, abbiamo

$$\frac{q - s'}{QS'} = \frac{t - s'}{TQS'},$$

e quindi

$$q = \frac{t - s'}{TQS'} QS' + s'.$$

Per eliminare t ed s' supponiamo che fra T ed S' ci sia un unico reoforo, il quale, come si è detto, abbia la resistenza R. Sarà

$$\frac{t-s'}{R} = \frac{t'-s}{TT'+R+SS'},$$

$$\frac{s'-s}{SS'} = \frac{t'-s}{TT'+R+SS'},$$

dalle quali equazioni ricavasi

$$t-s' = (t'-s)\frac{R}{TT'+R+SS'},$$

$$s' = (t'-s)\frac{SS'}{TT'+R+SS'}+s,$$

sicchè

$$q = (t'-s)\frac{R}{TT'+R+SS'}\frac{QS'}{TQS}+(t'-s)\frac{SS'}{TT'+R+SS'}+s.$$

Scriviamo che $p = q$, ossia

$$(t'-s)\frac{PS}{T'PS}+s = (t'-s)\frac{R}{TT'+R+SS'}\frac{QS'}{TQS'}+$$

$$+(t'-s)\frac{SS'}{TT'+R+SS'}+s,$$

equazione che facilmente riducesi sotto questa forma

$$TT' = SS'\frac{T'P}{PS}+R\left\{\frac{QS'}{TQS'}\frac{T'PS}{PS}-1\right\}.$$

Di qui si deduce che se il secondo termine del secondo membro è nullo, e se spostando uno dei torchietti applicati al filo AB si è ottenuto, come si ammise nel calcolo, che non passi corrente per PQ, sussiste la proporzione

$$SS' : TT' = PS : T'P,$$

e quindi se i fili PS e $T'P$ sono omogenei e si fanno di egual lunghezza, si ha la voluta eguaglianza di SS' a TT'. Perchè quel termine sia nullo, bisogna o che sia $R = 0$, nel qual caso si ricade nell'apparecchio di Wheatstone, oppure che sussista la relazione

$$\frac{QS'}{TQS'} = \frac{PS}{T'PS}.$$

È appunto ciò che deve verificarsi nell'apparecchio di Thomson.

389. **Disposizioni pratiche dell'apparecchio di Thomson.** — Perchè la condizione espressa dall'ultima proporzione fosse soddisfatta, il Thomson prese per i reofori *GPH*, *KQL* dei fili sottili e omogenei che vennero ridotti ad egual lunghezza, piegati a metà e disposti a spira. Dopochè fu verificato che le due metà avevano egual resistenza, vennero saldati alle estremità dei pezzi di filo di rame più grosso per stabilire facilmente le congiunzioni sia col galvanometro, sia coi fili *AB* e *CD*.

Come galvanometro, il Thomson adoperò quello da lui stesso imaginato, in cui uno specchietto di vetro inargentato di 1^{cm} di diametro porta un sottile filo appiattito di acciaio magnetizzato e sta nell'interno di una spirale, avente 46^{m} di filo di rame, il cui peso per metro è 1^{gr}. Lo specchio pende da un filo semplice di seta lungo da 3 a 4^{mm} soltanto, e riflette la luce di una lampada sopra una scala posta a metri 6,30 di distanza.

Lo specchio fa un'oscillazione in 0,7 di secondo. Il raggio riflesso si sposta di metà di una divisione per una differenza di potenziali alle estremità del tratto *PQ*, che sia eguale soltanto a $\frac{1}{40000}$ della forza elettromotrice della Daniell. Le esperienze si possono quindi eseguire con tenuissime correnti evitando così ogni riscaldamento dei fili. Affine poi di porsi ancor più al sicuro da questa causa di errore, il Thomson lasciava passar la corrente soltanto per brevissimi istanti usando un interruttore introdotto in *AZD*. Questo interruttore era così costruito, che con un sol movimento si poteva stabilire la continuità del reoforo *AZD*, e immediatamente dopo, quella dell'altro reoforo *PQ*.

In questo modo il Thomson determinò la resistenza di fili di rame lunghi 8 centimetri circa con l'esattezza di $\frac{1}{1000}$.

Il metodo ora descritto fu adoperato dalla Commissione della *British Association* allo scopo di far delle copie della unità adottata. Le due condizioni, che si cercò di raggiungere nella costruzione di queste copie, sono queste: che la resistenza si mantenesse inalterata per un tempo considerevole anche se il filo venisse sottoposto a cangiamenti notevoli di temperatura, e che la variazione della resistenza per ogni grado di temperatura fosse molto piccola, affine di risparmiare o semplificare le correzioni relative.

Al pakfong, che viene adoperato allo stesso scopo dal Siemens, la nominata Commissione stimò preferibile, come già si è detto, una lega di platino ed argento, la cui resistenza varia soltanto di 0,00031 per ogni grado centesimale, almeno fra 10° e 20°. Le copie preparate con questa lega, anche se portate all'incandescenza, non mostrarono d'aver sofferta sensibile alterazione.

390. **Verificazione o graduazione di un reocordo e di un reostato.** — Se si abbia ad eseguire delle misure molto precise, sia di resistenze, sia di forze elettromotrici, qualora non si posseda un reostato od un reocordo con i quali si possano introdurre in un circuito resistenze esattamente conosciute, bisogna eseguire la verificazione o graduazione di questi strumenti.

Si può seguire in questa operazione tanto il metodo del galvanometro differenziale, quanto quello del ponte di Wheatstone.

1° Debbasi riferire le resistenze dei varii tratti del reocordo a quella di un campione di resistenza, che supporremo eguale all'unità assunta, per esempio alla Siemens.

Abbiasi un galvanometro differenziale, una coppia e un sistema di fili eguale a quello della Fig. 32 (pag. 521). Si collochi in uno dei circuiti, per esempio in $tpnq$ un reostato, la cui resistenza possa variare per gradi continui, nell'altro il campione e il reocordo, in modo che si possa escluderne facilmente ora l'uno, ora l'altro, o tenerli inseriti ambedue.

Sia prima introdotta in questo circuito l'unità soltanto; col reostato si stabilisca la compensazione. Poi si sostituisca all'unità il reocordo, e si porti il corsoio a tal punto che la compensazione ancora sussista. Avremo così determinato qual lunghezza del filo del reocordo corrisponda all'unità.

Prendasi poi un conduttore, per esempio un cannello pieno di mercurio, il quale presenti una resistenza notevolmente inferiore all'unità, per esempio 0,1, e lo si collochi nel posto dell'unità. Essendo introdotto il cannello ed escluso il reocordo, si stabilisca la compensazione; poi si sostituisca il reocordo, e si porti il corsoio fino a tal punto α, che la compensazione sussista ancora. Se la resistenza del cannello è a, il tratto del reocordo compreso fra le estremità dei fili e il punto α avrà resistenza eguale ad a. Lasciando poi inserito il reocordo senza spostarne il corsoio, s'introdurrà anche il cannello e si stabilirà novamente la compensazione; poi si torrà il cannello, e si sposterà il corsoio del reocordo finchè si ha novamente la compensazione. Evidentemente si determina in questo modo un nuovo tratto del reocordo che ha resistenza a eguale a quella del primo tratto. Procedendo sempre nell'identico modo si potrà suddividere il reocordo in una serie di tratti gli uni di seguito agli altri, la cui resistenza sarà la medesima ed eguale a quella del primo tratto di filo.

Sia L la lunghezza del reocordo corrispondente all'unità, n il numero dei tratti di filo fra loro equivalenti, la cui somma dà una resistenza prossima all'unità, a la resistenza di ciascuno dei tratti. Se l è la lunghezza dell'ultimo tratto, λ la lunghezza compresa fra il punto estremo di L e quello della somma degli n tratti, sarà

$$na \pm \frac{\lambda}{l} a = 1,$$

donde

$$a = \frac{l}{n\,l \pm \lambda}.$$

Il segno + va adottato nel caso che la somma delle lunghezze degli n tratti sia minore di L, il segno negativo nel caso contrario. In tal modo si stabilisce la resistenza, che si introduce in un circuito mediante il reocordo portando il corsoio ai punti corrispondenti alle estremità dei varii tratti di resistenza a.

Per interpolazione poi si può facilmente dedurre la resistenza di un qualunque tratto del reocordo, e così evitare gli errori conseguenti dalla imperfetta omogeneità del filo.

2° Più facile riesce la cosa adoperando il ponte di Wheatstone. Si può impiegarlo nel modo ordinario, ma è più opportuno procedere, come segue:

Poniamo d'aver disposto nel modo che si è indicato al § 385, un campione di resistenza e il reocordo nel tratto *co* (Fig. 33). Nell'altro *eo* siavi una resistenza, che corrisponda, per esempio, alla metà della massima resistenza data dal reocordo, nel nostro caso circa a mezza unità.

Siavi l'unità soltanto nel tratto *co*: spostando il corsoio del ponte, si annulli la corrente nel galvanometro. Poi si sostituisca il reocordo e si determini la lunghezza equivalente all'unità. Si tolga poi l'unità dall'apparato e vi si ponga il cannello. Si determini in egual modo un tratto del reocordo equivalente al cannello, indi si lasci inserito in *co* questo tratto del reocordo e si sposti il corsoio del ponte fino ad annullar novamente la corrente nel galvanometro. Sostituendo poi il cannello con un'altra porzione successiva di reocordo che si avrà introdotta spostandone il corsoio, si determinerà un altro tratto equivalente al primo, e così si continuerà a procedere per via di successive sostituzioni, come nel caso precedente.

Per graduare un reostato a rocchetti ossia per verificare le resistenze dei singoli rocchetti, si può servirsi di un campione di resistenza eguale alla unità e applicare il comune metodo di Wheatstone. In tal caso si porrà prima a confronto l'unità coi rocchetti segnati 1, 2, 2, 5, e ripetendo un gran numero di volte l'operazione si potrà determinarne il vero valore con molta precisione. Si confronterà poi la somma del campione e dei primi rocchetti con i successivi segnati 10, 20, 20, 50, e così via. Si può anche applicare, e con vantaggio, il metodo di Wheatstone nel modo testè indicato per il reocordo, introducendo insieme col reostato un reocordo esattamente verificato. In questo caso alla unità si sostituisce il rocchetto 1, aggiungendo all'una o all'altro, secondo che occorre, la lunghezza necessaria di filo del reocordo. Poi in simil modo si sostituisce alla somma del cam-

pione col primo rocchetto il rocchetto 2, e così via. È chiaro che dall'altra parte, perchè il corsoio del ponte non si avvicini troppo agli estremi, bisogna introdurre, quando si è giunti ad un certo limite, resistenze successivamente maggiori.

Per poter applicare il metodo di graduazione testè descritto bisogna poter introdurre separatamente i varii rocchetti del reostato nel circuito, il che si può ottenere con l'espediente già indicato al § 376.

391. **Determinazione della resistenza di un reometro.** — Importa frequentemente di conoscere la resistenza interna di un reometro, e può darsi che i metodi precedentemente indicati non si possano applicare perchè a tal uopo occorra impiegare il reometro medesimo in una parte dell'apparecchio diversa da quella dove l'ignota resistenza deve trovarsi inserita. Se lo strumento è graduato, si può procedere a questo modo.

S'introduca il reometro nel circuito di una pila costante insieme con un reostato, e mediante quest'ultimo si faccia in modo che si abbia una deviazione opportuna. Si osservi questa deviazione, indi applicando ai torchietti del reometro un filo di derivazione, la cui resistenza sia esattamente conosciuta (per esempio, un campione di resistenza), si noti la nuova deviazione che sarà certamente minore della prima. Il rapporto fra le intensità delle correnti che nei due casi attraversano lo strumento, si potrà desumere in generale dalla curva di graduazione. Sia i_0 la intensità della corrente nel primo caso, i nel secondo: pongasi

$$\frac{i_0 - i}{i} = a.$$

Se si indica con r_1 la resistenza del filo di derivazione e con r quella della coppia e dei reofori che la congiungono al reometro, si trova immediatamente, applicando i soliti principii di Kirchhoff, che la resistenza interna del reometro è data da

$$x = a r_1 + \frac{a^2 r^2_1}{r} + \frac{a^3 r^3_1}{r^2} + \text{ecc.}$$

Ora quando si prenda una pila elettrica abbastanza energica, avviene pressochè sempre che il secondo termine di questa serie sia già trascurabile. In ogni modo è facile nella pratica vedere fino a qual termine si dee spingere il calcolo per ottenere la voluta approssimazione. Così ad esempio applicando il metodo ad una bussola e prendendo una sola coppia Bunsen, assumendo $r_1 = 0{,}993$, $r = 150$, si trovò

$$a = 0{,}196 \qquad a r_1 = 0{,}195 \qquad \frac{a^2 r^2_1}{r} = 0{,}000\,253.$$

392. **Altro metodo di misurare le resistenze** (*). — Quando l'ago di un galvanometro oscilla e i capi del filo dello strumento sono semplicemente congiunti con un conduttore in cui supponiamo che non esista alcuna forza elettromotrice, vengono ingenerate in questo circuito chiuso delle correnti di induzione, le quali tendono a spegnere le oscillazioni e vanno a poco a poco restringendone l'ampiezza. Ora l'intensità di queste correnti, e quindi l'effetto di esse sull'ago, dipende, oltrecchè dalle condizioni dell'ago e dei fili, dalla resistenza del circuito, nel quale può venire inserita la resistenza da misurarsi. In un galvanometro a riflessione l'ampiezza delle oscillazioni dell'ago può venir misurata senza difficoltà. Supponiamo che ciò si faccia e che si determini il logaritmo del rapporto fra l'ampiezza di una oscillazione e quella della successiva, la qual quantità si suol chiamare *decremento logaritmico*.

Sia ora

λ il decremento logaritmico, nel caso che non vi sia alcun conduttore fra i due capi del filo, cioè che il circuito sia aperto. In queste condizioni la diminuzione dell'ampiezza delle oscillazioni è dovuta alla resistenza dell'aria e ad altre cause costanti,

λ_0 sia il decremento logaritmico quando i due capi sono uniti con un conduttore di resistenza trascurabile,

λ_1 il decremento logaritmico quando il conduttore congiungente ha una resistenza nota qualunque r,

λ_2 il decremento logaritmico quando il conduttore congiungente ha una resistenza x da determinarsi,

R la resistenza del filo del galvanometro.

Si può dimostrare che sussistono le relazioni

$$\frac{1}{R} = k\,(\lambda_0 - \lambda),$$

$$\frac{1}{R+r} = k\,(\lambda_1 - \lambda),$$

$$\frac{1}{R+x} = k\,(\lambda_2 - \lambda),$$

donde risulta

$$x = r\,\frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda}\,\frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_0 - \lambda_1}.$$

Quando si vuole avere grande esattezza, in cambio di ciascun decremento logaritmico si pone in questa equazione la differenza fra

(*) Kohlrausch, *Pogg. Ann.*, CXLII, 430 (1871).

esso decremento e il quarto del suo cubo; in cambio di λ_0, ad esempio

$$\lambda_0 - \frac{\lambda^3_0}{4}.$$

La resistenza interna R del galvanometro si può dedurre una volta per tutte dalla equazione

$$R = r\,\frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_0 - \lambda_1}.$$

In seguito per determinare una qualunque resistenza x basta far uso della equazione

$$x = R\,\frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda}.$$

Per determinare i varii valori del decremento logaritmico si può fare altrettante serie di $2n$ oscillazioni riducendo sempre le lunghezze osservate sulla scala agli archi corrispondenti, prendendo le differenze dei logaritmi degli archi

$$1 \text{ ed } n+1, \quad 2 \text{ ed } n+2, \text{ ecc.}$$

e dividendo la media aritmetica di queste differenze per n.

Si può anche semplicemente dividere per n^2 la differenza fra le somme dei logaritmi degli n primi archi e degli n ultimi; ma in tal caso non si ha, come nell'altro modo di calcolare, un indizio di operazione ben fatta nella poca diversità dei valori delle singole differenze.

Se N è il numero delle divisioni osservate sulla scala, corrispondente alla mezza oscillazione, se d è la distanza della scala dallo specchio, l'arco che corrisponde alla mezza oscillazione, finchè è inferiore a 6°, è dato in minuti primi con molta approssimazione da

$$\varphi = \frac{1718',9}{d} N \left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{N^2}{d^2}\right).$$

Per una data distanza d gli archi son dunque proporzionali alla quantità

$$N \left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{N^2}{d^2}\right).$$

393. **Esempio. — Determinazione della resistenza del filo d'un galvanometro** *(dalla citata memoria del Kohlrausch).* — Chiuso il circuito con un conduttore di resistenza trascurabile, per determinare λ_0 si fecero 10 osservazioni. Gli archi corrispondenti alle

letture eseguite sulla scala sono registrati qui sotto

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
601,3	432,0	309,9	222,4	159,7	114,5	82,1	58,9	42,2	30,3.

Di qui, prendendo le differenze dei logaritmi nell'ordine sopraindicato, si deduce

	1 e 6	2 e 7	3 e 8	4 e 9	5 e 10
$5\lambda_0 =$	0,7203	0,7211	0,7211	0,7218	0,7219.

Il medio di questi valori è

$$5\lambda_0 = 0{,}7213,$$

quindi

$$\lambda_0 = 0{,}1443,$$

e dedottone

$$\frac{\lambda^2_0}{4} = 0{,}0008,$$

risulta il valore corretto

$$\lambda_0 = 0{,}1435.$$

Similmente, dopo aver congiunti i due capi, con un campione di resistenza eguale all'unità, si trovò

$$\lambda_1 = 0{,}0612,$$

e poi a circuito aperto

$$\lambda = 0{,}0025.$$

Ne segue

$$R = \frac{0{,}0612 - 0{,}0025}{0{,}1435 - 0{,}0612}$$

$$= 0{,}713.$$

Misura della resistenza elettrica dei liquidi.

394. **Dei varii metodi di misurare la resistenza elettrica dei liquidi.** — La determinazione della resistenza di un conduttore presenta difficoltà molto maggiori quand'esso, fatta eccezione per il mercurio, sia liquido anzichè solido. La polarizzazione ed altri fenomeni, che sono dovuti al passaggio della corrente e si presentano alle superficie di contatto degli elettrodi col liquido, producono l'ef-

fetto stesso di una resistenza maggiore opposta dal liquido ed alterano i risultati.

Possiamo distinguere più metodi adoperati in queste ricerche: 1° il metodo, che consiste nel tener conto della polarizzazione degli elettrodi, ma eliminarla dai calcoli, facendo più osservazioni, e ammettendo ch'essa sia costante entro i limiti delle esperienze, anche se l'intensità della corrente è diversa nelle varie osservazioni (*); 2° il metodo, secondo il quale s'introducono successivamente nel circuito lunghezze diverse di una colonna del liquido che si studia, riconducendo sempre la corrente, mediante un reostato, alla medesima intensità; 3° finalmente il metodo, in cui si cerca di sopprimere a dirittura ogni polarizzazione ed ogni resistenza speciale sulla superficie degli elettrodi, o almeno di rendere tenuissime queste cause di errore. Faremo parola soltanto del secondo e del terzo metodo, perchè il primo non può dare risultati precisi.

395. **Metodo di Horsford e Becquerel** (**). — Per porre in pratica il secondo dei metodi menzionati, prendasi una bacinella *A* (Fig. 35), di vetro o di porcellana, la cui sezione orizzontale sia un rettangolo notevolmente più lungo che largo.

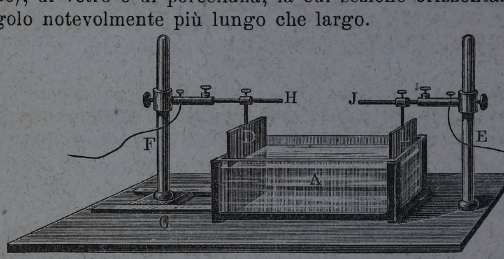

Fig. 35.

Gli elettrodi sieno lamine metalliche *D*, *L*, le quali occupino quasi interamente la sezione trasversale del vaso, e si possano far scorrere parallelamente a se stesse, in modo da allungare od accorciare il prisma di liquido interposto. Una scala tracciata o sull'orlo del vaso o sopra un'asta orizzontale, lungo la quale possano scorrere gli elettrodi, o infine, com'è indicato nella figura, sopra una delle guide, fra le quali scorre il sostegno di uno degli elettrodi, serve ad indicare qual sia la lunghezza del detto prisma di liquido.

(*) Becker, *Liebig's Annalen*, LXXIII, e LXXV.

(**) Horsford, *Pogg. Ann.*, LXX, 238 (1847).
Becquerel, *Ann. de ch. et de phys.* (3) XVII, 269 (1846).

Allorchè si vuole eseguire un'esperienza, si inserisce nel circuito di una o più coppie un reometro sensibile, un reostato e l'apparecchio descritto. Si collocano i due elettrodi ad una certa distanza l'uno dall'altro, si toglie interamente ogni resistenza del reostato, oppure si tien conto di quella che esso presenta, e si osserva la deviazione. Ciò fatto, si spostano i due elettrodi avvicinandoli d'un certo tratto e col reostato s'introduce tal resistenza da ottenere novamente la deviazione medesima. In tal modo siccome la polarizzazione esiste in ambedue i casi ed in eguale misura, perchè è eguale l'intensità della corrente, si stabilisce l'equivalenza della resistenza del prisma di liquido sottratto dal circuito nella seconda esperienza e di quella introdotta col reostato.

Sarà opportuno con una prima esperienza determinare prossimamente qual sia la resistenza di un prisma del liquido adoperato, che abbia una certa lunghezza, e poi ripetere l'operazione introducendo col reostato, subito dopo la prima operazione, la debita resistenza. Così non dovendosi perder tempo in tentativi e la corrente non assumendo valori molto diversi dal primitivo, si può ottenere la misura voluta con maggiore esattezza. Dopo la seconda esperienza sarà bene ritornare alle condizioni della prima per accertarsi che l'influenza della polarizzazione e degli altri fenomeni secondarii non ha mutato valore.

Per questo metodo stesso si può usare vantaggiosamente il galvanometro differenziale. In tal caso in uno dei due circuiti, che diremo primo, si dispone un vaso eguale a quello descritto, contenente il liquido su cui si vuole sperimentare, e un reostato; nell'altro una resistenza alquanto maggiore alla massima resistenza che può offrire il liquido.

Anzi tutto si disporrà ad una distanza opportuna gli elettrodi nel vaso del primo circuito e si ridurrà a 0° l'ago mediante il reostato. Di poi si ravvicineranno gli elettrodi nel vaso del primo circuito e s'introdurrà col reostato tanta resistenza da ottenere novamente l'annullamento della deviazione. Col galvanometro differenziale si può in generale ottenere maggiore esattezza che non col galvanometro semplice, perchè si ha modo di stabilire con gran precisione l'eguaglianza della corrente nelle due osservazioni successive.

Anche la bussola di Wiedemann può fare opportunamente l'ufficio di galvanometro differenziale se alle due correnti che ne attraversano le spirali si dà tal direzione, che esse esercitino sull'ago una azione opposta. In tal modo furono appunto eseguite le ricerche del Macaluso sulla propagazione della elettricità nei liquidi (*).

(*) Macaluso, *Giornale di scienze nat. ed econom. di Palermo*, VII, 1871.

È importante il cercare che il liquido soffra per il passaggio della corrente la menoma alterazione possibile. Quando si tratta di una soluzione salina, le lamine, se si può, si prendono del metallo medesimo, che è contenuto nel sale: di rame, ad esempio, se il liquido è una soluzione di solfato di rame.

396. **Metodo di Paalzow** (*). — Fu già osservato dal Du Bois Reymond che se si fa passar una corrente attraverso una soluzione di solfato di zinco adoperando elettrodi di zinco bene amalgamati, non si presenta alcuna polarizzazione (**). A tale effetto però, se stiamo alle esperienze del Patry (***), bisogna anche fare in modo che la soluzione non contenga acido solforico libero, il che si ottiene saturando questo acido con carbonato di zinco. Sarà inoltre vantaggioso di far bollire lungamente la soluzione e lasciare gli elettrodi in essa durante l'ebollizione, come viene suggerito dal Beetz (****).

Il Paalzow pensò di utilizzare questa proprietà del solfato di zinco per sopprimere nelle esperienze ogni polarizzazione. A tal uopo prese egli due vasi, in cui versò del solfato di zinco, e v'introdusse i due elettrodi di zinco amalgamato costituiti da lamine grandi. Indi nei due vasi ne pose altri due porosi pressochè pieni del liquido, su cui voleva sperimentare e congiunse questi mediante un sifone ripieno del liquido stesso. Le cose venivano disposte in modo che la resistenza opposta dal liquido del sifone fosse considerevole rispetto alla rimanente resistenza esistente fra un elettrodo e l'altro.

L'apparecchio descritto venne collocato in uno dei lati del sistema del ponte di Wheatstone, mentre nell'altro lato venne inserito un reostato a rocchetti. Si misurò la resistenza del detto apparecchio facendo in modo che il corsoio del ponte fosse prossimo al punto di mezzo del filo teso. Ciò fatto, si tolse il sifone e se ne sostituì un altro, il quale presentasse una colonna liquida d'egual sezione, ma notevolmente più breve. La resistenza di questa venne determinata in simil modo. La differenza fra i due valori trovati diede il valore della resistenza d'una colonna di liquido eguale in lunghezza alla differenza di lunghezza dei due sifoni. Spesso, invece che due, si usarono tre sifoni per maggior sicurezza di buon risultato, avendo sempre l'avvertenza di passare dal sifone più lungo al più breve ed empire uno di essi col liquido tolto dal precedente.

Empiendo i sifoni con mercurio si potè anche paragonare la resistenza di questo con quella di varii liquidi.

(*) Paalzow, *Berl. Monatsber*, 1868, 486. *Pogg. Ann.* CXXXVI, p. 489 (1869).
(**) Du Bois Reymond, *Berl. Monatsber*, 1859, p. 443.
(***) Patry, *Pogg. Ann.*, CXXXVI, p. 495 (1869).
(****) Beetz, *Pogg. Ann.*, CXVII, p. 1 (1862).

397. **Cenni sul metodo di Kohlrausch e Nippoldt** (*). — Concordanti con quelle del Paalzow sono le determinazioni della resistenza dell'acido solforico diluito ottenute da Kohlrausch e Nippoldt mediante un metodo molto diverso, ma in cui parimenti si cerca di annullare o almeno di rendere tenuissimo l'effetto della polarizzazione. A tal uopo i due fisici or nominati hanno fatto uso di correnti di brevissima durata e di direzioni alternate, prodotte da un apparecchio magnetoelettrico d'induzione. La calamita induttrice era costituita da un disco di acciaio: essa era fissata sull'asse di una sirena e facevasi rotare con velocità costante nell'interno di un moltiplicatore, su cui stavano avvolti molti giri di filo. Mediante un opportuno commutatore si introduceva alternativamente nel circuito con grande sollecitudine ora il conduttore liquido, ora la resistenza data da un reostato. Le correnti venivano misurate da un elettrodinamometro bifilare di Weber. In una serie di osservazioni si faceva in modo che la resistenza data dal reostato fosse alquanto minore di quella opposta dal liquido, e si teneva conto della differenza delle deviazioni osservate nel dinamometro. In un'altra serie successiva la resistenza del reostato si prendeva un po' maggiore di quella del liquido, e si teneva pur conto della differenza di deviazione, che doveva risultare di senso opposto. Per interpolazione si calcolava poi la resistenza del liquido.

Determinazione della forza elettromotrice delle coppie elettriche.

398. **Della misura della forza elettromotrice.** — Si è già indicato nel § 332 quali sieno gli elementi e le proprietà, che importa studiare nelle coppie elettriche; diremo qui anzitutto dei metodi che è opportuno seguire nella misura della forza elettromotrice. Dei molti metodi, che sono stati proposti a tale scopo, molti s'acconciano soltanto alle coppie, che non vanno soggette a polarizzazione; pochi soltanto alle altre. Sceglieremo i migliori, e indicheremo a quale specie di coppie sieno adatti.

Si son già date le definizioni relative all'unità di forza elettromotrice. Ora diremo qualche cosa del modo di preparare una coppia campione, che possa servire al confronto con altre coppie.

A dir vero la costruzione di questo campione non ha grande importanza, perchè, adottate due date unità per la intensità della corrente e per la resistenza, si può sempre esprimere numericamente la

(*) Kohlrausch und Nippoldt, *Pogg. Ann.*, CXXXVIII, p. 280, 370 (1869).

forza elettromotrice mediante il prodotto d'una intensità di corrente per una resistenza. Ma l'uso di un tal campione può valere in particolare quando nella misura della forza elettromotrice di una coppia si adotti un metodo che ne dia soltanto il valor relativo rispetto a quella d'un'altra.

399. **Costruzione di un campione della Daniell.** — Ecco il modo di costruire un campione della Daniell suggerito dal Raoult (*). Prendansi due bicchieri uguali di vetro e copransi con due coperchi di legno. Dal centro di ciascuno di questi parta un filo, al quale in uno dei bicchieri è sospesa una lamina di zinco amalgamato, nell'altro una lamina di rame coperta con rame mediante l'elettrolisi.

Le lamine possono avere, ad esempio, la larghezza di 5 centim., e l'altezza di 9. Il primo vaso è pieno di una soluzione di solfato di zinco chimicamente puro, il secondo di una soluzione concentrata di solfato di rame puro. In questo vaso stesso è sospeso un paniere di porcellana con cristalli di solfato di rame per mantenere concentrata la soluzione. A congiungere i due vasi prendesi un sifone di vetro, che al suo punto di mezzo porta un tubo, per il quale introducesi una soluzione di solfato di zinco, e che poi chiudesi perfettamente con un turacciolo. I due capi di questo sifone chiudonsi con due dischi di terra porosa, che si applicano mediante ceralacca nera, od anche con pergamena vegetale. Per due fori dei coperchi dei vasi si fanno passare le braccia di questo sifone.

Dopo che si è fatto uso della coppia, si toglie il sifone, lo si pulisce esternamente e lo si conserva in un vaso chiuso, chiudendo i fori della coppia con turaccioli. La coppia può venir poi usata per tempo assai lungo senza bisogno di rinnovare i liquidi: solo è bene di tratto in tratto cambiare la soluzione che sta nel sifone.

Si può anche evitare l'applicazione dei pezzetti di terra porosa ai capi del sifone, presso i quali si potrebbe forse presentare un po' di polarizzazione, ripiegando alquanto le due estremità del sifone verso l'alto e ristringendole all'estremità.

400. **Costruzione del campione di Latimer Clark** (**). — Latimer Clark, membro della commissione nominata dalla *British Association* per la scelta delle unità elettriche, si studiò per più anni di costruire una coppia di forza elettromotrice costante, che potesse servir di campione. Ecco la coppia da lui proposta.

(*) Raoult, *Annales de Ch. et de Phys.* (4), II, p. 345.

(**) Latimer Clark, *Proc. of the R. Soc.* XX, 444; *Journ. de M. d'Almeida*, II, 355 (1873).

Sul fondo di un vaso di vetro sta uno strato di mercurio puro. Un filo di platino scende entro il vaso, circondato da un tubo di vetro, fino alquanto al di sotto del livello del mercurio. Sopra lo strato di mercurio ne sta uno di pasta di solfato mercuroso fatto prima bollire in una soluzione satura di solfato di zinco. Per preparare questa pasta si scioglie del solfato di zinco puro nell'acqua distillata portata all'ebollizione. Dopo il raffreddamento, si tolgono i cristalli dall'acqua madre, vi si versa tanto solfato di mercurio da ottenere una pasta molle e si fa bollire di nuovo per cacciar l'aria. In questa pasta disposta sopra il mercurio previamente riscaldato, si sospende una lamina di zinco puro. Poi si chiude il vaso e se ne otturano le aperture con paraffina fusa.

È importante che il solfato di protossido di mercurio non sia misto a solfato di biossido: quel sale trovasi in commercio; ma lo si può preparare riscaldando mercurio in eccesso insieme con acido solforico: queste due sostanze non devono essere portate a temperatura troppo vicina a quella d'ebollizione dell'acido, perchè si formerebbe solfato di biossido. Se quest'ultimo manca, versando il sale nell'acqua fredda non deve presentarsi alcun precipitato giallo.

Secondo il Latimer Clark tutte le coppie così preparate avevano la stessa forza elettromotrice, e in più mesi, a circuito aperto, non avevano variato di $\frac{1}{1000}$ del valore totale. Un aumento di temperatura di 1° farebbe diminuire la forza elettromotrice di 0,06 per 100 e la variazione fra 0° e 100° sarebbe proporzionale a quella della temperatura.

Il confronto con un'altra coppia deve esser fatto con un metodo, per il quale la corrente debba attraversare la coppia solo per brevissimo tempo. Il valore della forza elettromotrice di questa coppia campione fu trovato eguale a 1,457 unità elettromagnetiche della *British Association*.

401. **Metodo di Fechner per misurare la forza elettromotrice di una coppia** (*). — Prendasi un reometro, il cui filo presenti una resistenza r assai grande rispetto a quella della coppia e dei reofori esterni.

Se si fa un'osservazione dell'intensità della corrente, si potrà ammettere che sia

$$I = \frac{E}{r}.$$

(*) Fechner, *Pogg. Ann.*, XLV, p. 331 (1839).

Per un'altra coppia, la cui resistenza sia pur trascurabile rispetto ad r, si avrà

$$I' = \frac{E'}{r},$$

e quindi

$$\frac{E'}{E} = \frac{I'}{I}.$$

Se il reometro è abbastanza sensibile, non è poi necessario che la resistenza r sia assolutamente opposta dal filo di esso, ma si può introdurre con un reostato nel circuito una resistenza tanto grande, che quella della coppia sia, al paragone, trascurabile.

Evidentemente il metodo sarebbe parimenti applicabile nel caso, in cui le resistenze delle coppie, pur non essendo trascurabili rispetto a quella del circuito, fossero fra loro eguali o almeno differissero di quantità trascurabile.

Questo metodo dà soltanto valori relativi di E': per coppia di confronto si può adoperare una coppia campione costruita nel modo sopra indicato, purchè essa non presenti resistenza troppo grande. Il più delle volte si fa uso d'una semplice coppia Daniell diligentemente preparata.

402. **Metodo di Ohm.** — Nel circuito della coppia, che si studia, s'inserisce un reostato ed un reometro graduati ambedue. Se E è la forza elettromotrice della coppia, R la resistenza interna di essa, r la resistenza esterna, sarà

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Si cangi il valore di r in r', sarà

$$I' = \frac{E}{R + r'}.$$

Combinando le due equazioni si ottiene

$$E = II' \frac{r' - r}{I - I'}.$$

Per ottenere maggiore esattezza è bene, oltre alle due esperienze indicate, eseguirne una terza introducendo novamente col reostato la resistenza r. Si troverà in generale una intensità I'' alquanto diversa da I. Se essa fosse molto diversa, converrebbe fare un'altra serie di esperienze cercando di migliorare le condizioni e di operare con maggior speditezza. Supposto che I ed I'' differiscano invece di

poco, prenderemo la media e, assunta l'equazione

$$\frac{I + I'}{2} = \frac{E}{R + r},$$

la combineremo con la seconda. In luogo di I converrà dunque porre questo valor medio nell'espressione di E.

Il metodo di Ohm non può applicarsi con esattezza se non alle coppie, in cui non v'ha notevole polarizzazione; poichè è chiaro che, ove questa sussista, siccome essa dipende dalla intensità della corrente, sarà diversa nelle due esperienze e quindi non si potrà ammettere che E sia nelle due equazioni la medesima quantità, il che si suppone nel calcolo riferito. Tuttavia prendendo i valori I ed I' non molto discosti l'uno dall'altro, operando rapidamente e facendo parecchie esperienze, si può ordinariamente ottenere, anche in coppie soggette a polarizzazione, un valore abbastanza approssimato della forza elettromotrice nelle condizioni dell'esperienza.

403. **Esempio. — Determinazione della forza elettromotrice di una coppia Leclanché** *(dal giornale delle esperienze ecc.)*. — Il reometro era una bussola delle tangenti, il cui coefficiente di riduzione per unità elettromagnetica, era 4,059. I risultati delle osservazioni e del calcolo sono dati dalla seguente tabella:

OSSERVAZIONI	DEVIAZIONI	RESISTENZA ESTERNA	FORZA ELETTROMOTRICE
1ª	17° 21′	3,20	
2ª	15° 48′	4,20	12,19
3ª	17° 21′	3,20	

404. **Metodo di compensazione.** — La Fig. 36 mostra la disposizione degli apparecchi che servono alla misura delle forze elettromotrici secondo il metodo di Poggendorff, il quale viene anche detto *metodo di compensazione*. $Z_1 K_1$ è una coppia costante, d'ordinario una Grove o una Bunsen: la si dice coppia *compensante*: $Z_{II} K_{II}$ è la coppia da studiarsi, la quale vien *compensata*. Le forze elettromotrici sieno rispettivamente E_1, E_2.

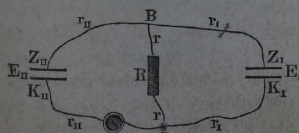

Fig. 36.

Le due coppie vengono disposte in modo che i poli dello stesso nome sieno direttamente congiunti mediante i reofori Z_1BZ_{11}, K_1CK_{11}. Un reoforo trasversale BRC congiunge i punti B e C: in questo sia inserito un reostato R, e nel caso di un reostato a rocchetti, occorrerà aggiungervi un reocordo.

In $BZ_{11}K_{11}C$ trovisi un galvanometro sensibile G.

La resistenza del tratto BZ_1K_1C sia r_1, quella di $BZ_{11}K_{11}C$ sia r_2, quella di BRC sia r.

È bene che le congiunzioni in B e in C sieno fatte mediante bicchierini di mercurio.

Le esperienze si eseguiscono sempre quando le condizioni sien tali, che la corrente sia nulla nel tratto r_2, cioè l'ago del galvanometro sia a 0°.

Se $I\,I_1$ sono rispettivamente le intensità nei reofori $r\,r_1$, sarà per i principii di Kirchhoff

$$I = I_1 \qquad [1],$$

$$Ir + I_1 r_1 = E_1 \qquad [2],$$

$$Ir = E_2 \qquad [3].$$

Dalle due prime equazioni si ha

$$E_1 = I\,(r + r_1),$$

e dividendo la [3] per quest'ultima

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{r}{r + r_1},$$

ossia

$$E_2 = E_1 \frac{r}{r + r_1} \qquad [4].$$

Il metodo serve quindi a confrontare la forza elettromotrice E_2 della coppia, che si studia, con quella E_1 della coppia compensante. Esso esige che E_1 sia costante affinchè serva opportunamente di termine di confronto, e che sia pur tale la resistenza della coppia medesima e per di più sia conosciuta.

Questo metodo di compensazione è opportuno anche per le coppie, in cui col passaggio della corrente si presenta polarizzazione, perchè si può tener sollevato il filo GC dal bicchierino C e immergerlo soltanto per brevissimo tempo, affine di scorgere se l'ago del galvanometro si muova e in qual senso.

Per non lanciare correnti troppo intense attraverso il galvanometro si può far partire da esso due fili di rame, che mettano in due bic-

chierini pieni di mercurio e congiunger questi con un filo di derivazione in modo che attraverso il galvanometro passi solo una porzione della corrente totale. Se in un primo tentativo si scorga, anche col filo di derivazione, una deviazione dell'ago, si varierà la resistenza del reostato R in modo che quella deviazione venga diminuita, e allorchè, mediante alcuni tentativi, essa sia ridotta abbastanza piccola, si torrà la derivazione per ritentare la prova immergendo novamente per brevissimo tempo il filo GC. Solo allora che la deviazione sia minima, si potrà lasciar immerso più lungamente il filo nel mercurio, affine di eseguir nel reostato quei piccoli cangiamenti, che si mostreranno necessarii per ottenere la perfetta compensazione.

Dall'equazione [4] chiaramente apparisce che dev'essere

$$E_1 > E_2.$$

Quando una sola coppia non basti a raggiungere tal condizione, si potrà prenderne più d'una disposte in pila per tensione.

405. **Modificazione del Du Bois Reymond** (*). — Il Du Bois Reymond diede al sistema di reofori del Poggendorff una disposizione, che viene frequentemente adottata: essa è rappresentata dalla Fig. 37.

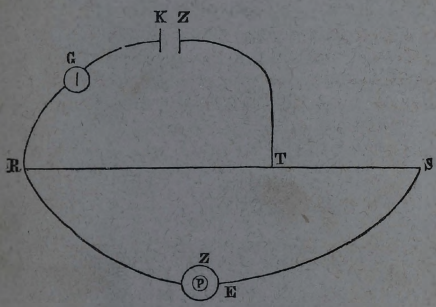

Fig. 37.

RS è un filo teso, lungo il quale può scorrere il capo T di un filo, che va al polo negativo Z della coppia che si studia. Il punto R è congiunto col polo positivo K della coppia medesima e col polo positivo della coppia compensante E. Il punto S è congiunto al polo negativo di quest'ultima coppia. Nel tratto KR v'ha un sensibile galvanometro G. Se si confronta questo sistema con quello del paragrafo precedente, si vede che la modificazione consiste in ciò, che le variazioni della resistenza nel tratto trasversale r succedono per lo spostamento del capo T, e che la quantità $r + r_1$, la quale costituisce il denominatore del se-

(*) Du Bois Reymond, *Abh. der Berl. Ak.* 1862, p. 707.

condo membro dell'equazione [4], diventa qui una quantità costante, il che non era nel caso precedente. L'equazione [4] si può quindi anche scrivere così

$$E_2 = \frac{E_1}{r + r_1} r = Kr,$$

indicando con K il fattore costante di r. E se il filo RS è omogeneo, come si richiede che sia, e se ρ è la resistenza dell'unità di lunghezza, per esempio del millimetro, ed l la lunghezza variabile del tratto RT, sarà

$$E_2 = K\rho l,$$

e ponendo

$$K\rho = \frac{E_1}{r + r_1} \rho = M,$$

avremo

$$E_2 = Ml.$$

È importante, quando si adotta questo sistema, determinare il valore della quantità M, perchè quand'esso sia noto, si può, semplicemente moltiplicandolo per la lunghezza $l = RT$ osservata nelle singole esperienze, dedurre il valore cercato di E_2.

Se è conosciuta la forza elettromotrice E_1, o se la si prende per unità, la costante M può venir determinata nel modo seguente.

Nel tratto RES si inserisca una bussola delle tangenti, si stacchi il filo ZT da RS e si osservi l'intensità I_0 della corrente. Poi i punti R ed S direttamente congiungansi con un grossissimo filo o si avvicinino e pongansi fra loro a contatto, togliendo così dal circuito la resistenza del filo teso. L'intensità osservata sia allora I'_0. Nella prima esperienza sarà

$$I_0 = \frac{E_1}{r + r_1} = \frac{E_1}{\rho L + r_1},$$

dove L rappresenta la lunghezza totale del tratto RS; nella seconda

$$I'_0 = \frac{E_1}{r_1}.$$

Eliminando la quantità r_1 da queste due equazioni, si ottiene

$$\rho = \frac{E_1 (I'_0 - I_0)}{I_0 I'_0 L},$$

e quindi sarà

$$M = \frac{E_1 (I'_0 - I_0)}{I_0 I'_0 L} \frac{E_1}{r + r_1} = \frac{I'_0 - I_0}{I'_0 L} E_1.$$

Sicchè

$$E_2 = \left(\frac{I'_0 - I_0}{I'_0 L}\right) E_1 l.$$

Un altro metodo, e forse migliore, di determinare il valore di M è il seguente. In cambio della coppia ZK pongasi una coppia campione, per esempio la Daniell preparata nel modo indicato al § 399. Si troverà che la sua forza elettromotrice sarà data da

$$\epsilon = M\lambda,$$

e poichè ϵ è noto, si avrà

$$M = \frac{\epsilon}{\lambda},$$

e quindi in generale

$$E_2 = \left(\frac{\epsilon}{\lambda}\right) l.$$

406. **Avvertenze nell'uso del metodo.** — L'inconveniente che può attribuirsi a questo metodo si è che durante le esperienze tanto E_1 quanto r_1 possono variare e che quindi ogni qual volta debbansi eseguire varie determinazioni successive, il coefficiente M non si può considerare costante. È bene quindi disporre le cose in modo che quelle variazioni sieno piccole e verificare di tratto in tratto se il valore di M siasi mantenuto il medesimo.

Sarebbe condizione opportuna che la resistenza r_1 fosse considerevole, affinchè avessero poca influenza le variazioni della resistenza della coppia; ma non sempre si può far ciò senza rendere difficile, ed anche, senza nuovi espedienti, impossibile, il raggiungere la compensazione. Sarà buona cosa inserire in r_1 una bussola, perchè le variazioni della deviazione di questa indicheranno quelle della quantità M.

Un modo opportuno di accertarsi sul valore di M e, ove occorra, correggerlo, si è anche quello di introdurre di tanto in tanto, invece della coppia che si studia, la coppia campione di forza elettromotrice eguale ad ϵ. Se annullando la deviazione del galvanometro si trova che il corsoio torna sempre alla stessa posizione, cioè alla stessa distanza λ dall'origine, si avrà così certezza che M è rimasto invariato. Se invece si trovi un altro valore di λ, poniamo λ_1, si assumerà il nuovo valore

$$M = \frac{\epsilon}{\lambda_1}.$$

Nell'applicare il metodo del Du Bois Reymond si può anche procedere così. Per ciascuna coppia, su cui si deve operare, si fanno due

determinazioni a breve intervallo di tempo, l'una introducendo in r_2 la coppia da studiarsi ZK, l'altra sostituendovi la coppia campione. Se l e λ sono le lunghezze osservate sul filo teso nei due casi, sarà

$$E_2 = \frac{l}{\lambda}\epsilon.$$

Per maggior sicurezza si può fare due osservazioni con la coppia campione e, fra queste due, quella con la coppia ZK. In cambio di λ si prenderà allora la media aritmetica fra i due valori di quella lunghezza osservati nelle due esperienze estreme.

407. **Del metodo di Poggendorff per misure assolute.** — L'equazione [3] del § 404 ci porge il modo di ottenere una misura assoluta della forza elettromotrice E_2. Abbiamo

$$E_2 = Ir.$$

Possiamo quindi esprimere la ignota forza elettromotrice mediante un valore numerico, che dipende dalle unità assunte per I e per r e dai valori osservati di queste quantità, purchè nel tratto BRC introduciamo un reometro, che valga a misurare l'intensità I della corrente. Ciò è sempre vantaggioso, perchè, anche se si fa il confronto con una coppia campione, non si può mai essere perfettamente sicuri che il valore della sua forza elettromotrice si mantenga costante, e la coppia di Daniell, che da tanti sperimentatori venne presa a termine di confronto, può presentare differenze anche del 5 % e più senza causa palese. È poi chiaro che, quando si adotti il metodo ora indicato, converrà far uso di un reometro e d'un reostato che sieno stati graduati con molta accuratezza, affinchè i valori di I e di r si possano ottenere con gran precisione.

408. **Condizioni, che devono essere soddisfatte, perchè si possa ottenere la compensazione.** — In qualunque caso, quando si adotta il metodo di compensazione, perchè si possa ridurre a 0 la deviazione del galvanometro, conviene che sia

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{r}{r + r_1},$$

e quindi che la forza elettromotrice della coppia, che si studia, sia minore della forza elettromotrice della coppia compensante.

Se ciò è, e se r può venire aumentato indefinitamente, è chiaro che si potrà sempre ottenere la compensazione. Nel caso però del metodo

di Du Bois Reymond abbiamo

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\rho l}{r_1 + \rho L},$$

dove il massimo valore, che può assumere il secondo membro, è

$$\frac{\rho L}{r_1 + \rho L}.$$

Ora siccome il reoforo r_1 comprende la coppia ZP, può darsi in pratica che la resistenza r_1 sia considerevole rispetto a ρL, che è la resistenza totale del filo teso, e che quindi anche il massimo valore or riferito sia una frazione assai discosta dall'unità. Se questa frazione è inferiore al valore del rapporto $\frac{E_2}{E_1}$, è impossibile raggiungere la compensazione. È opportuno allora ricorrere all'espediente suggerito dal Beetz (*), il quale consiste nell'inserire un reostato, od anche, ove basti, un reocordo, nel tratto RS (Fig. 37) e, precisamente in R, in continuazione del filo teso. Se con a s'indica la resistenza che si può aggiungere col reostato, il massimo rapporto sopra indicato potrà diventare

$$\frac{\rho L + a}{r_1 + \rho L + a},$$

e quindi potrà esser condotto assai prossimo all'unità, se la massima resistenza a, che si può introdurre col reostato, sia grande a paragone di r_1.

409. **Osservazioni rispetto ai metodi precedenti.** — Il metodo di Poggendorff offre il modo di determinare con precisione la forza elettromotrice delle coppie e, quanto alla facilità dell'operazione, esso si applica parimenti alle coppie che vanno soggette a polarizzazione, quanto a quelle che ne sono immuni. La cosa ha tanto maggiore importanza rispetto alle prime in quanto che ad esse non si può sempre applicare con facilità il metodo di Ohm. Non bisogna dimenticare però che il metodo di Poggendorff misura il massimo valore della forza elettromotrice di una coppia, il quale può, per effetto di polarizzazione, essere molto diverso dal valore, che quella quantità assume quando la coppia è attiva. Solo nelle coppie a due liquidi di più perfetta composizione, come quelle di Daniell e Bunsen, questa differenza è piccola: essa è grande invece nelle coppie

(*) Beetz, *Pogg. Ann.*, CXLII, p. 573 (1871).

a due liquidi meno perfette e nella maggior parte di quelle ad un sol liquido. Per queste coppie adunque, benchè le determinazioni fatte col metodo di Poggendorff sieno sempre importanti per lo studio delle coppie stesse, pure non possiamo ottenere il valore della forza elettromotrice qual esso ci occorre per calcolare l'efficacia di una coppia in un'applicazione qualunque. Gli è allora che ci conviene ricorrere ad altri metodi, per esempio, ove sia possibile, a quello di Ohm considerando la forza elettromotrice come una quantità, la quale non solo varia col tempo, durante il passaggio della corrente, ma dipende anche dall'intensità della corrente medesima. Si cercherà poi di porre la coppia in condizioni simili a quelle della pratica e si opererà con le precauzioni precedentemente indicate. Ad onta di ciò il metodo di Ohm può dare dei risultati notevolmente discosti dal vero. Opportuno espediente per ottenere esattezza è quello di combinare il metodo di Ohm con quello di Poggendorff sospendendo per un istante la corrente di una coppia e inserendola per quell'istante mediante apposito commutatore nell'apparecchio del Poggendorff (*).

410. **Esempio. — Misura della forza elettromotrice d'una coppia Minotto col metodo di compensazione** *(dal giornale delle esperienze ecc.).* — Si applicò il metodo, che dà misure assolute indicato nel § 407.

Nel tratto r (Fig. 36, pag. 546) erano introdotti un reostato a rocchetti, un reocordo e una bussola. Tutti questi strumenti erano stati accuratamente graduati.

Anche nel tratto r_1 era inserito un reostato, il quale però non era stato verificato o graduato essendo ciò inutile per queste esperienze. Siccome deve essere

$$\frac{r}{r + r_1} = \frac{E_2}{E_1},$$

se indichiamo con m questo rapporto, sarà

$$r = \frac{m}{1 - m} r_1,$$

ed è evidente che variando r_1, varia anche r, e quindi, perchè è

$$E_2 = Ir,$$

varia anche I. Il reostato collocato in r_1 si usava appunto allo scopo

(*) *Atti del R. Istituto Veneto* (4), III, 1874, p. 631.

di variare il valore della resistenza r_1 affine di avere diverse combinazioni dei valori di I e di r e quindi, prendendone il medio, attenuare l'errore che le imperfezioni della graduazione degli strumenti avrebbero potuto apportare.

Ecco i risultati di tre esperienze eseguite in tal modo

RESISTENZA INTRODOTTA IN r_1	r	I	E_2
100	130,33	0,08953	11,67
110	143,09	0,08152	11,66
120	156,07	0,07459	11,64
Valor medio di E_2 11,66			

I valori delle intensità sono espressi in unità elettromagnetiche, quelli delle resistenze in unità di Siemens.

411. **Variazioni della forza elettromotrice.** — La forza elettromotrice di una coppia, durante il passaggio della corrente, va soggetta a variazioni, che in qualche caso è opportuno studiare, in ispecie per quelle pratiche applicazioni, nelle quali una coppia debba rimanere lungamente attiva.

Si può allora operare in questo modo. Nel circuito della coppia ponesi un reostato ed un reometro. Mediante il primo s'introduce una resistenza assai grande rispetto a quella della coppia e tale che al paragone sieno trascurabili le variazioni che durante il corso dell'esperienza può soffrire la resistenza della coppia medesima. Il reometro deve avere tale sensibilità da dare anche in tali condizioni delle deviazioni di sufficiente grandezza.

Se R è la resistenza interna, r la esterna, E la forza elettromotrice, I la intensità, avremo

$$I = \frac{E}{R + r},$$

dove potendosi per le condizioni assunte considerare costante la quantità $R + r$, si può ritenere E proporzionale ad I e quindi prendere le intensità successivamente osservate mediante il reometro a rappresentare i corrispondenti valori della forza elettromotrice. Le successive variazioni di questa possono venir rappresentate graficamente

portando i tempi sull'asse delle ascisse e i valori della forza elettromotrice sulle ordinate.

Determinazione della resistenza delle coppie.

412. **Metodo di Ohm.** — Le due esperienze, che secondo il metodo di Ohm descritto al § 402 si devono eseguire per la misura della forza elettromotrice, servono anche a dare la resistenza interna della coppia. Dalle due equazioni relative si ricava

$$R = \frac{r_1 I_1 - r I}{I - I_1} \qquad [1].$$

Anche qui vale ciò che si è detto in quel caso, essere cioè opportuno eseguir tre esperienze, nelle due estreme delle quali introducesi col reostato la stessa resistenza esterna r. Il valore di I da introdursi nella [1] sarà il medio aritmetico di quelli osservati nelle due esperienze estreme.

413. **Metodo di Wheatstone.** — I due poli della coppia, che si studia, sieno congiunti con un reoforo, in cui sia compreso un reometro ed un reostato. Sia R la resistenza interna della coppia, E la sua forza elettromotrice, r la resistenza del detto reoforo congiungente i due poli. Ora questi due poli congiungansi anche con un secondo reoforo, la cui resistenza sia nota: indicandola con ρ e chiamando I l'intensità osservata nel reometro, si avrà

$$I = \frac{\rho E}{R\rho + r\rho + Rr}.$$

Si toglie poi il secondo reoforo e mediante il reostato si riconduce la corrente allo stesso valore primitivo aggiungendo così ad r una data resistenza ρ_1. Sarà allora

$$I = \frac{E}{R + r + \rho_1},$$

e dalle due equazioni ottenute deducesi

$$\rho\rho_1 = Rr,$$

ossia

$$R = \frac{\rho\rho_1}{r}.$$

In questo metodo la resistenza interna della coppia si ottiene espressa per mezzo d'altre resistenze di fili metallici, che possono previamente venir determinate con precisione.

Il metodo esige soltanto l'uso di un reostato graduato, d'una resistenza nota ρ e d'un reometro, che non importa sia graduato, ma deve esser sensibile. Ha un vantaggio sul metodo di Ohm, perchè in questo dei piccoli difetti di graduazione del reometro possono dar origine a gravi errori nei risultati; ma in quella vece ha l'inconveniente che le esperienze non si possono fare l'una dopo l'altra con molta sollecitudine, perchè a ricondurre ogni volta la corrente al valor primitivo si esige sempre un po' di tempo. Però, quando si tratti di coppie costanti, il metodo può dare ottimi risultati.

414. **Esempio. — Determinazione della resistenza di una coppia Daniell mediante il metodo di Wheatstone** (*dal giornale delle esperienze ecc.*). — Prima esperienza

$$\rho = 1, \quad r = 30{,}98,$$

$$\rho_1 = 64{,}21,$$

$$R = \frac{\rho\,\rho_1}{r} = \frac{64{,}21}{30{,}98} = 2{,}07.$$

Seconda esperienza

$$\rho = 1, \quad r = 23{,}14,$$

$$\rho_1 = 49{,}99,$$

$$R = \frac{49{,}99}{23{,}14} = 2{,}16.$$

Terza esperienza

$$\rho = 1, \quad r = 50{,}57,$$

$$\rho_1 = 109{,}24,$$

$$R = \frac{109{,}24}{50{,}57} = 2{,}16.$$

Medio valore di R . . . 2,13.

Tutte le resistenze riferite sono espresse in unità Siemens.

415. **Metodo di Waltenhofen** (*). — Abbiasi ancora l'appa-

(*) Waltenhofen, *Pogg. Ann.*, CXXXIV, p. 218 (1863).

recchio di compensazione del Poggendorff (Fig. 36, pag. 546). Si faccia anzi tutto una determinazione della forza elettromotrice: poniamo di operare nel modo indicato al § 407. Sarà

$$E_2 = r I_0 ,$$

indicando con I_0 l'intensità della corrente, che attraversa il tratto r ed è misurata dal reometro collocatovi. Poniamo ora che, avendo alquanto alterato il valore di r_1, non vi sia più compensazione, ma passi anche per r_2 una piccola corrente I_2. Allora per r passerà un'altra corrente I diversa da I_0, e, nella supposizione che r_1 sia stato aumentato, sarà, per i soliti principii sulle correnti derivate,

$$I_2 r_2 + I r = E_2 .$$

Sostituendo il valore di E_2 e ricavando quello di r_2, si ha

$$r_2 = \frac{r\,(I_0 - I)}{I_2} .$$

Noto che sia r_2, si avrà la resistenza interna R della coppia $Z_{11} K_{11}$ dalla

$$R = r_2 - \rho ,$$

indicando con ρ la resistenza di tutta la parte esterna del reoforo $B Z_{11} K_{11} C$.

È evidente che in questo metodo I_2 deve essere sempre una corrente tenuissima, perchè in generale non si può ammettere che sia identico E_2 nelle due esperienze successive, se non nel caso di correnti quasi nulle.

Per misurare queste correnti bisogna introdurre in r_2 un galvanometro graduato. In r_1 è opportuno collocare un reostato per servirsene a fare le opportune variazioni della resistenza. Se non ve ne fosse un altro in r, si potrebbe servirsi di quello stesso collocato in r_1 per ottenere la compensazione.

Si è prima supposto che r_1 venisse, dopo la prima esperienza, aumentato: se invece esso venisse diminuito, I_2 avrebbe opposta direzione, e sarebbe

$$r_2 = r \frac{I - I_0}{I_2} .$$

Nel disporre l'apparecchio per queste ricerche è bene tener conto di alcune avvertenze. Siccome I_2 deve essere piccola quantità e la

differenza $I_0 - I$ dipende da I_2 per la relazione

$$I_0 - I = \frac{r_2}{r} I_2 ,$$

così bisogna adoperare in r un reometro di grande sensibilità oppure aumentare il rapporto $\frac{r_2}{r}$. La resistenza r_2 comprende quella incognita della coppia E_2: se questa non è grande, converrebbe quindi aggiungervi dei conduttori di resistenza assai grande; ma non è opportuno far che la resistenza accessoria sia molto considerevole rispetto a quella della coppia, perchè la determinazione di quest'ultima riescirebbe meno precisa. Bisogna dunque cercare che sia piccolo r, e qui è bene ricordare che r è legato alla condizione

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r + r_1}{r} .$$

Se indicheremo con n questo rapporto delle due forze elettromotrici, sarà

$$r = \frac{r_1}{n - 1} .$$

Bisognerà dunque perchè r possa esser piccolo, far piccolo r_1 e notevolmente maggiore di 1 il rapporto n.

Nelle esperienze di Waltenhofen serviva come coppia compensante una coppia Bunsen, la cui resistenza era da 0,3 a 0,4, e il resto della resistenza r_1, escluso il reostato, giungeva solo a 0,025.

La resistenza r era di rado maggiore di 2, spesso minore di 1.

416. **Esempio. — Determinazione della resistenza di una coppia di Daniell** *(dalla citata memoria di Waltenhofen).* — Si stabilì anzi tutto la compensazione mediante una coppia Bunsen. La resistenza r era allora 1,76, e la r_1 meno quella della coppia E_1, era 0,944. La bussola delle tangenti inserita in r dava una deviazione di 54° 30'.

Per fare una seconda esperienza, si portò la resistenza accessoria in r_1 ad 1,529: allora la bussola delle tangenti diede la deviazione 52°, e la bussola dei seni introdotta in r_2 diede 10°: a questa deviazione corrispondeva l'intensità

$$I_2 = 0,2303$$

in unità Jacobi.

Un'altra esperienza si fece di poi portando la resistenza accessoria in r_1 a 0,705, cioè a tal punto che I_2 assumesse il valore medesimo

0,2303, ma in senso contrario. Allora si trovò la deviazione 56° 45′ alla bussola delle tangenti.

Dalle due prime esperienze si ricavò

$$\frac{I_0 - I}{I_2} = 2{,}588,$$

$$r_2 = 1{,}76 \times 2{,}588,$$

$$= 4{,}544,$$

e poichè la resistenza accessoria ρ era 1,137, si ottenne

$$R = 4{,}554 - 1{,}137 = 3{,}417.$$

Dalla prima e dalla terza esperienza invece si dedusse

$$\frac{I - I_0}{I_2} = 2{,}615,$$

$$r_2 = 1{,}76 \times 2{,}615,$$

$$= 4{,}602,$$

e quindi

$$R = 4{,}602 - 1{,}137 = 3{,}465.$$

È da notarsi che, se si fosse trattato di una coppia soggetta a polarizzazione, il valore assunto in questo esempio da I_2 sarebbe stato troppo elevato.

417. **Metodo di Beetz** (*). — Sia AB (Fig. 38) un filo omogeneo teso orizzontalmente: la sua lunghezza nell'apparecchio di Beetz era circa 1^m, la sua resistenza 0,7 circa di unità Siemens. AC rappresenti un piccolo reostato a rocchetti, BF un altro eguale.

Da F parte un filo, che va al polo negativo della coppia E, di cui si vuol determinare la resistenza: da C ne parte un altro che va ad una molla fermata in D. Se questa molla venga rialzata e poi lasciata cadere, essa viene a toccare prima l'estremità fissa H di un filo EH, che con l'altro capo è congiunto al polo positivo della coppia E, poi l'estremità pur fissa K di un filo, che mette al polo positivo d'un'altra coppia. Dal polo negativo di questa parte un reoforo GS, il quale

(*) Beetz, *Pogg. Ann.*, CXLII, p. 573 (1871).

comprende un galvanometro G. L'altra estremità S del detto reoforo è scorrevole lungo il filo teso. I varii fili di congiunzione si prendono nell'apparecchio di tal grossezza, che la loro resistenza sia trascurabile.

Se si esamina l'apparecchio, si scorge facilmente ch'esso altro non è se non l'apparecchio di Du Bois Reymond per la misura delle forze elettromotrici, al quale si è applicato il congegno della molla. Quando si esperimenta si rialza e si lascia cadere questa molla su H e K,

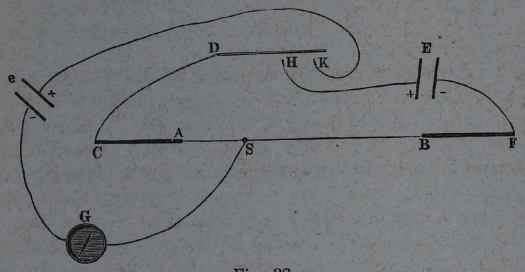

Fig. 38.

affine di stabilire il contatto soltanto per tempo brevissimo. Usando appunto di questa molla e osservando le indicazioni del galvanometro si può cercar di ottenere che non passi alcuna corrente per KGS, cioè che la coppia E compensi esattamente l'altra coppia. Se E_1 è la forza elettromotrice di quest'ultima, se R è la resistenza interna dell'altra, se con a e con b indichiamo rispettivamente le resistenze aggiunte da una parte e dall'altra al filo teso, con l quella del tratto AS del filo teso, e con L quella di tutto il filo medesimo, sarà

$$\frac{E_1}{E} = \frac{l + a}{L + R + a + b}.$$

Si varii poi alquanto il valore di b. Bisognerà in generale variare anche il valore di a e quello di l per ottenere la compensazione, e sarà

$$\frac{E_1}{E} = \frac{l_1 + a_1}{L + R + a_1 + b_1},$$

indicando con a_1, b_1 ed l_1 le quantità sostituite ad a, b, l in questa nuova esperienza.

Supponendo che nelle due esperienze il rapporto delle forze elettromotrici abbia avuto lo stesso valore, il che è assai probabile, perchè l'una coppia E_1 può scegliersi immune da polarizzazione e per l'altra

non passa corrente se non per un istante nei tentativi che si fanno per raggiungere la compensazione, si potrà dedurre R dalle due equazioni precedenti, e si avrà

$$R = \frac{(L + a + b)\ (l_1 + a_1) - (L + a_1 + b_1)\ (l + a)}{l + a - (l_1 + a_1)}\ .$$

Il metodo è opportuno specialmente per le coppie ad un sol liquido, perchè gli altri metodi, eccetto forse quello di Waltenhofen convenientemente applicato, non valgono a darne la resistenza con sufficiente approssimazione.

È a notarsi che la forza elettromotrice della coppia E deve essere sempre maggiore di quella dell'altra coppia, affinchè il metodo si possa applicare.

È chiaro che questo metodo si può porre in pratica adottando l'apparecchio del Poggendorff indicato nel § 404 (Fig. 36, pag. 546). Si può escludere la bussola dal reoforo r, e col reostato inserito in r_1 introdurre nelle due esperienze due resistenze diverse. Per stabilire il contatto solo per brevissimo tempo, si può legare insieme i due capi dei fili $K_1 r_1 C$ e GC e immergerli ad un dato istante nel bicchierino di mercurio C ritirandoli subito dopo. In tal modo si può supplire alla mancanza del congegno a molla sopra indicato.

La coppia, di cui si vuole determinare la resistenza, deve venir collocata nel posto della coppia compensante $Z_1 K_1$.

Ottenuta una prima compensazione, adottando le solite notazioni, si ha

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{r}{r_1 + r}\ .$$

Ciò fatto, s'aggiunge ad r_1 una resistenza nota a. Per ottenere novamente la compensazione, è necessario aggiungere ad r una resistenza b: quindi

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{r + b}{r_1 + r + a + b}\ .$$

Da queste due equazioni si ricava

$$r_1 = \frac{r\,a}{b}\ .$$

Siccome poi r_1 comprende la coppia E_1, la resistenza R di questa si deduce dalla

$$R = r_1 - \rho,$$

se con ρ indichiamo la porzione del reoforo r_1 esterna alla coppia.

418. **Esempio. — Determinazione della resistenza di una coppia di Warren de la Rue** *(dal giornale delle esperienze ecc.)*. — Disposte le cose nel modo indicato alla fine del precedente paragrafo, si ottenne la compensazione quando era

$$r = 5{,}42.$$

Si aggiunse poscia ad r_1 la resistenza

$$a = 10{,}45.$$

Allora per ottenere la compensazione bisognò portare r al valore 10,75. La quantità aggiunta ad r fu dunque

$$b = 5{,}33.$$

Ne segue

$$r_1 = \frac{5{,}42 \times 10{,}45}{5{,}33},$$

$$= 10{,}63,$$

e siccome era

$$\rho = 0{,}08,$$

si ottenne

$$R = r_1 - \rho = 10{,}55.$$

419. **Altre proprietà da studiarsi in una coppia elettrica.** — È importante osservare se la coppia, che si studia, dia una corrente, la quale si mantenga costante per qualche tempo. Basterà a tal uopo chiudere il circuito della coppia inserendovi un reometro e tener conto della deviazione dell'ago per un certo tempo.

Allorchè si tratta di coppie destinate a speciali applicazioni sarà d'uopo far che la coppia produca prossimamente una corrente d'intensità eguale a quella ch'essa dovrà produr nella pratica e prendere la coppia nelle condizioni stesse, in cui essa dovrà poi trovarsi, cioè delle dimensioni medesime, colle stesse quantità di sostanza, col diaframma medesimo, nel caso che diaframma vi sia. Queste condizioni influiscono grandemente, come è agevole prevedere, sul modo di comportarsi della coppia.

Per vedere se la coppia si mantenga inalterata a circuito aperto, la si caricherà nelle condizioni ordinarie, se ne determinerà tosto la forza elettromotrice e la resistenza, la si lascierà poi sempre a circuito aperto e di tratto in tratto si ripeteranno le misure medesime.

Infine per determinare il rapporto fra l'effetto utile prodotto dalla

coppia e quello che dovrebbe ottenersi da essa in ragione della quantità delle sostanze consumate, converrà, prima di comporre la coppia, pesare lo zinco e le altre sostanze che possono andar consumate, e far passare la corrente fino ad esaurimento perfetto o quasi perfetto della coppia, tenendo conto delle deviazioni di un reometro osservate di tempo in tempo. Se, dopo che l'operazione è finita, si pesa lo zinco e si sottrae questo peso dal primitivo, se parimenti si tien conto delle altre sostanze consumate, si può calcolare facilmente qual totale quantità d'idrogeno avrebbe dovuto svolgersi in corrispondenza di quel consumo, e le osservazioni del reometro ci diranno la quantità che si sarebbe invece svolta effettivamente, se la corrente avesse attraversato un voltametro. Dividendo quest'ultima quantità per la prima si avrà il rapporto cercato.

PARTE OTTAVA

TAVOLE

TAVOLA I.

Numeri e logaritmi diversi d'uso frequente.

	NUMERI	LOGARITMI
Tesa di Francia	1^m,9 490 366	0,2 898 199
Piede di Francia	0^m,3 248 395	9,5 116 688
Pollice francese $\left(\frac{1}{12}\right.$ del piede$\left.\right)$ . . .	0^m,02 706 996	8,4 324 877
Linea francese $\left(\frac{1}{12}\right.$ del pollice$\left.\right)$ . . .	0^m,00 225 582	7,3 533 063
Piede inglese $\left(\frac{1}{3}\right.$ di *yard*$\left.\right)$	0^m,3 047 945	9,4 840 071
Pollice inglese $\left(\frac{1}{12}\right.$ del piede$\left.\right)$ . . .	0^m,02 539 955	8,4 048 260
Miglio inglese (5280 piedi)	1609^m,315	3,2 066 410
Miglio geografico italiano	1851^m,852	3,2 676 063
Miglio geografico tedesco	7420^m,158	3,8 704 133
Lega francese da 25 al grado	4444,444	3,6 478 174
Raggio polare terrestre secondo Bessel .	6356079^m,09	6,8 031 893
Raggio dell'equatore terrestre » » .	6377398^m,07	6,8 046 435
Medio raggio terrestre	6366688^m,58	6,8 039 136
Libbra inglese *(troy)*	0^k,373 093	9,5 718 166
Grano inglese $\left(\frac{1}{5760}\right.$ di libbra *troy*$\left.\right)$.	0^{gr},064 773	8,8 113 941
Media lunghezza dell'anno	$365^g\ 5^h\ 48^m$,8	
Giorno espresso in minuti	1440^m	3,1 583 625
» » in secondi	86400^s	4,9 365 137
Valore dell'accelerazione g al livello del mare e a 45° di latitudine	9^m,80 552	0,9 914 706
Valore dell'accelerazione g all'equatore .	9^m,78 009	0,9 903 430
» » al polo . .	9^m,83 089	0,9 925 929

TAVOLA I *(Continuazione).*

	NUMERI	LOGARITMI
Lunghezza del pendolo che batte i secondi al livello del mare e a 45° di latitudine (secondo Sabine)	$0^{m},993\,509$	9,9 971 719
Idem all'equatore	$0^{m},990\,938$	9,9 960 465
Idem al polo	$0^{m},996\,080$	9,9 982 942
Media altezza barometrica	760^{mm}	2,8 808 136
Pressione di un'atmosfera sopra 1^{cmq} .	1^{k} 03 329	0,0 142 227
Densità del mercurio a 0°	13,59 593	1,1 334 091
Peso d'un centim. cubo d'aria a 0° e 760^{mm}, a 45° di latitudine, al livello del mare	$0^{gr},001\,292\,756$	7,1 115 165
Densità dell'idrogeno rispetto all'aria .	0,069 268	8,8 405 326
Equivalente meccanico del calore . . .	424	2,6 273 659
Valore inverso dell'equivalente meccanico del calore	0,002 358	7,3 726 341
Rapporto della circonferenza al diametro, π	3,1 415 927	0,4 971 499
2π	6,2 831 853	0,7 981 799
$\frac{4}{3}\pi$	4,1 887 902	0,6 220 886
π^{2}	9,8 696 044	0,9 942 997
Arco di un grado espresso in parti del raggio	0,017 453 293	8,2 418 774
360° ridotti in secondi	1 296 000	6,1 126 050
Raggio del cerchio espresso in gradi .	57°,29 578	1,7 581 226
» » » » » ' minuti .	3437',74 677	3,5 362 739
» » » » » secondi .	206 264",806 25	5,3 144 251
Base dei logaritmi iperbolici, e . . .	2,7 182 818	0,4 342 945
Modulo dei logaritmi tavolari	0,4 342 945	9,6 377 843

TAVOLA II.

Valori di $\frac{1}{a}$, a^3, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a}$, $2a\pi$, $a^2\pi$, $\frac{a}{2\pi}$ da $a = 1$ ad $a = 100$.

a	$\frac{1}{a}$	a^3	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a}$	$2a\pi$	$a^2\pi$	$\frac{a}{2\pi}$
1	1,0000	1	1,000	1,000	6,28	3,142	0,159
2	0,5000	8	1,414	1,260	12,57	12,566	0,318
3	0,3333	27	1,732	1,442	18,85	28,274	0,477
4	0,2500	64	2,000	1,587	25,13	50,265	0,637
5	0,2000	125	2,236	1,710	31,42	78,540	0,796
6	0,1667	216	2,449	1,817	37,70	113,10	0,955
7	0,1429	343	2,646	1,913	43,98	153,94	1,114
8	0,1250	512	2,828	2,000	50,27	201,06	1,273
9	0,1111	729	3,000	2,080	56,55	254,47	1,432
10	0,1000	1000	3,162	2,154	62,83	314,16	1,592
11	0,0909	1331	3,317	2,224	69,12	380,13	1,751
12	0,0833	1728	3,464	2,289	75,40	452,39	1,910
13	0,0769	2197	3,606	2,351	81,68	530,93	2,069
14	0,0714	2744	3,742	2,410	87,96	615,75	2,228
15	0,0667	3375	3,873	2,466	94,25	706,86	2,387
16	0,0625	4096	4,000	2,520	100,53	804,25	2,564
17	0,0588	4913	4,123	2,571	106,81	907,92	2,706
18	0,0556	5832	4,243	2,621	113,10	1017,9	2,865
19	0,0526	6859	4,359	2,668	119,38	1134,1	3,024
20	0,0500	8000	4,472	2,714	125,66	1256,6	3,183
21	0,0476	9261	4,583	2,759	131,95	1385,4	3,324
22	0,0455	10648	4,690	2,802	138,23	1520,5	3,501
23	0,0435	12167	4,796	2,844	144,51	1661,9	3,660
24	0,0417	13824	4,899	2,884	150,80	1809,6	3,820
25	0,0400	15625	5,000	2,924	157,08	1963,5	3,979

TAVOLA II *(Continuazione).*

a	$\frac{1}{a}$	a^3	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a}$	$2a\pi$	$a^2\pi$	$\frac{a}{2\pi}$
26	0,0385	17576	5,099	2,962	163,36	2123,7	4,138
27	0,0370	19683	5,196	3,000	169,65	2290,2	4,297
28	0,0357	21952	5,292	3,037	175,93	2463,0	4,456
29	0,0345	24389	5,385	3,072	182,21	2642,1	4,615
30	0,0333	27000	5,477	3,107	188,50	2827,4	4,774
31	0,0323	29791	5,568	3,141	194,78	3019,1	4,934
32	0,0313	32768	5,657	3,175	201,06	3217,0	5,093
33	0,0303	35937	5,745	3,208	207,35	3421,2	5,252
34	0,0294	39304	5,831	3,240	213,63	3631,7	5,411
35	0,0286	42875	5,916	3,271	219,91	3848,5	5,570
36	0,0278	46656	6,000	3,302	226,19	4071,5	5,729
37	0,0270	50653	6,083	3,332	232,48	4300,8	5,889
38	0,0263	54872	6,164	3,362	238,76	4536,5	6,048
39	0,0256	59319	6,245	3,391	245,04	4778,4	6,207
40	0,0250	64000	6,325	3,420	251,33	5026,6	6,366
41	0,0244	68921	6,403	3,448	257,61	5281,0	6,525
42	0,0238	74088	6,481	3,476	263,89	5541,8	6,684
43	0,0233	79507	6,557	3,503	270,18	5808,8	6,843
44	0,0227	85184	6,633	3,530	276,46	6082,1	7,003
45	0,0222	91125	6,708	3,557	282,74	6361,7	7,162
46	0,0217	97336	6,782	3,583	289,03	6647,6	7,321
47	0,0213	103823	6,856	3,609	295,31	6939,8	7,480
48	0,0208	110592	6,928	3,634	301,59	7238,2	7,639
49	0,0204	117649	7,000	3,659	307,88	7543,0	7,798
50	0,0200	125000	7,071	3,684	314,16	7854,0	7,958

TAVOLA II *(Continuazione).*

a	$\frac{1}{a}$	a^3	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a}$	$2a\pi$	$a^2\pi$	$\frac{a}{2\pi}$
51	0,0196	132651	7,141	3,708	320,44	8171	8,12
52	0,0192	140608	7,211	3,733	326,73	8495	8,28
53	0,0189	148877	7,280	3,756	333,01	8825	8,43
54	0,0185	157464	7,348	3,780	339,29	9161	8,59
55	0,0182	166375	7,416	3,803	345,58	9503	8,75
56	0,0179	175616	7,483	3,826	351,86	9852	8,91
57	0,0175	185193	7,550	3,849	358,14	10207	9,07
58	0,0172	195112	7,616	3,871	364,42	10568	9,23
59	0,0169	205379	7,681	3,893	370,71	10936	9,39
60	0,0167	216000	7,746	3,915	376,99	11310	9,55
61	0,0164	226981	7,810	3,936	383,27	11690	9,71
62	0,0161	238328	7,874	3,958	389,56	12076	9,87
63	0,0159	250047	7,937	3,979	395,84	12469	10,03
64	0,0156	262144	8,000	4,000	402,12	12868	10,19
65	0,0154	274625	8,062	4,021	408,41	13273	10,34
66	0,0152	287496	8,124	4,041	414,69	13685	10,50
67	0,0149	300763	8,185	4,062	420,97	14103	10,66
68	0,0147	314432	8,246	4,082	427,26	14527	10,82
69	0,0145	328509	8,307	4,102	433,54	14957	10,98
70	0,0143	343000	8,367	4,121	439,82	15394	11,14
71	0,0141	357911	8,426	4,141	446,11	15837	11,30
72	0,0139	373248	8,485	4,160	452,39	16286	11,46
73	0,0137	389017	8,544	4,179	458,67	16742	11,62
74	0,0135	405224	8,602	4,198	464,96	17203	11,78
75	0,0133	421875	8,660	4,217	471,24	17671	11,94

TAVOLA II *(Continuazione).*

a	$\frac{1}{a}$	a^3	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a}$	$2a\pi$	$a^2\pi$	$\frac{a}{2\pi}$
76	0,0132	438976	8,718	4,236	477,52	18146	12,10
77	0,0130	456533	8,775	4,254	483,81	18627	12,25
78	0,0128	474552	8,832	4,273	490,09	19113	12,41
79	0,0127	493039	8,888	4,291	496,37	19607	12,57
80	0,0125	512000	8,944	4,309	502,65	20106	12,73
81	0,0123	531441	9,000	4,327	508,94	20612	12,89
82	0,0122	551368	9,055	4,344	515,22	21124	13,05
83	0,0120	571787	9,110	4,362	521,50	21642	13,21
84	0,0119	592704	9,165	4,380	527,79	22167	13,37
85	0,0118	614125	9,220	4,397	534,07	22698	13,53
86	0,0116	636056	9,274	4,414	540,35	23235	13,69
87	0,0115	658503	9,327	4,431	546,64	23779	13,85
88	0,0114	681472	9,381	4,448	552,92	24328	14,01
89	0,0112	704969	9,434	4,465	559,20	24885	14,16
90	0,0111	729000	9,487	4,481	565,49	25447	14,32
91	0,0110	753571	9,539	4,498	571,77	26016	14,48
92	0,0109	778688	9,592	4,514	578,05	26590	14,64
93	0,0108	804357	9,644	4,531	584,34	27172	14,80
94	0,0106	830584	9,695	4,547	590,62	27759	14,96
95	0,0105	857375	9,747	4,563	596,90	28353	15,12
96	0,0104	884736	9,798	4,579	603,19	28953	15,28
97	0,0103	912673	9,849	4,595	609,47	29559	15,44
98	0,0102	941192	9,899	4,610	615,75	30172	15,60
99	0,0101	970299	9,950	4,626	622,04	30791	15,76
100	0,0100	1000000	10,000	4,642	628,32	31416	15,92

TAVOLA III.

Quadrati dei numeri dall'1 al 1000.

La prima fila orizzontale contiene le unità, la prima fila verticale le decine e centinaia del numero che si deve innalzare al quadrato. Il quadrato si ottiene premettendo alle cifre poste nella casella dove le due file s'incontrano, le cifre scritte in carattere più grosso sulla stessa fila orizzontale. A queste però bisogna rispettivamente aggiungere una o due unità quando nella casella, ove stanno le altre cifre siavi un punto (.) o due punti (:).

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	**1** 0000	0201	0404	0609	0816	1025	1236	1449	1664	1881
11	2100	2321	2544	2769	2996	3225	3456	3689	3924	4161
12	4400	4641	4884	5129	5376	5625	5876	6129	6384	6641
13	6900	7161	7424	7689	7956	8225	8496	8769	9044	9321
14	9600	9881	.0164	.0449	.0736	.1025	.1316	.1609	.1904	.2201
15	**2** 2500	2801	3104	3409	3716	4025	4336	4649	4964	5281
16	5600	5921	6244	6569	6896	7225	7556	7889	8224	8561
17	8900	9241	9584	9929	.0276	.0625	.0976	.1329	.1684	.2041
18	**3** 2400	2761	3124	3489	3856	4225	4596	4969	5344	5721
19	6100	6481	6864	7249	7636	8025	8416	8809	9204	9601
20	**4** 0000	0401	0804	1209	1616	2025	2436	2849	3264	3681
21	4100	4521	4944	5369	5796	6225	6656	7089	7524	7961

TAVOLA III *(Continuazione).*

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	**4** 8400	8841	9284	9729	.0176	.0625	.1076	.1529	.1984	.2441
23	**5** 2900	3361	3824	4289	4756	5225	5696	6169	6644	7121
24	7600	8081	8564	9049	9536	.0025	.0516	.1009	.1504	.2001
25	**6** 2500	3001	3504	4009	4516	5025	5536	6049	6564	7081
26	7600	8121	8644	9169	9696	.0225	.0756	.1289	.1824	.2361
27	**7** 2900	3441	3984	4529	5076	5625	6176	6729	7284	7841
28	8400	8961	9524	.0089	.0656	.1225	.1796	.2369	.2944	.3521
29	**8** 4100	4681	5264	5849	6436	7025	7616	8209	8804	9401
30	**9** 0000	0601	1204	1809	2416	3025	3636	4249	4864	5481
31	6100	6721	7344	7969	8596	9225	9856	.0489	.1124	.1761
32	**10** 2400	3041	3684	4329	4976	5625	6276	6929	7584	8241
33	8900	9561	.0224	.0889	.1556	.2225	.2896	.3569	.4244	.4921
34	**11** 5600	6281	6964	7649	8336	9025	9716	.0409	.1104	.1801
35	**12** 2500	3201	3904	4609	5316	6025	6736	7449	8164	8881
36	9600	.0321	.1044	.1769	.2496	.3225	.3956	.4689	.5424	.6161
37	**13** 6900	7641	8384	9129	9876	.0625	.1376	.2129	.2884	.3641
38	**14** 4400	5161	5924	6689	7456	8225	8996	9769	.0544	.1321
39	**15** 2100	2881	3664	4449	5236	6025	6816	7609	8404	9201
40	**16** 0000	0801	1604	2409	3216	4025	4836	5649	6464	7281
41	8100	8921	9744	.0569	.1396	.2225	.3056	.3889	.4724	.5561
42	**17** 6400	7241	8084	8929	9776	.0625	.1476	.2329	.3184	.4041
43	**18** 4900	5761	6624	7489	8356	9225	.0096	.0969	.1844	.2721
44	**19** 3600	4481	5364	6249	7136	8025	8916	9809	.0704	.1601
45	**20** 2500	3401	4304	5209	6116	7025	7936	8849	9764	.0681
46	**21** 1600	2521	3444	4369	5296	6225	7156	8089	9024	9961
47	**22** 0900	1841	2784	3729	4676	5625	6576	7529	8484	9441

TAVOLA III *(Continuazione).*

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	**23** 0400	1361	2324	3289	4256	5225	6196	7169	8144	9121
49	**24** 0100	1081	2064	3049	4036	5025	6016	7009	8004	9001
50	**25** 0000	1001	2004	3009	4016	5025	6036	7049	8064	9081
51	**26** 0100	1121	2144	3169	4196	5225	6256	7289	8324	9361
52	**27** 0400	1441	2484	3529	4576	5625	6676	7729	8784	9841
53	**28** 0900	1961	3024	4089	5156	6225	7296	8369	9444	. 0521
54	**29** 1600	2681	3764	4849	5936	7025	8116	9209	. 0304	. 1401
55	**30** 2500	3601	4704	5809	6916	8025	9136	. 0249	. 1364	. 2481
56	**31** 3600	4721	5844	6969	8096	9225	. 0356	. 1489	. 2624	. 3761
57	**32** 4900	6041	7184	8329	9476	. 0625	. 1776	. 2929	. 4084	. 5241
58	**33** 6400	7561	8724	9889	. 1056	. 2225	. 3396	. 4569	. 5744	. 6921
59	**34** 8100	9281	. 0464	. 1649	. 2836	. 4025	. 5216	. 6409	. 7604	. 8801
60	**35** 0000	1201	2404	3609	4816	6025	7236	8449	9664	. 0881
61	**37** 2100	3321	4544	5769	6996	8225	9456	. 0689	. 1924	. 3161
62	**38** 4400	5641	6884	8129	9376	. 0625	. 1876	. 3129	. 4384	. 5641
63	**39** 6900	8161	9424	. 0689	. 1956	. 3225	. 4496	. 5769	. 7044	. 8321
64	**40** 9600	. 0881	. 2164	. 3449	. 4736	. 6025	. 7316	. 8609	. 9904	: 1201
65	**42** 2500	3801	5104	6409	7716	9025	. 0336	. 1649	. 2964	. 4281
66	**43** 5600	6921	8241	9569	. 0896	. 2225	. 3556	. 4889	. 6224	. 7561
67	**44** 8900	. 0241	. 1584	. 2929	. 4276	. 5625	. 6976	. 8329	. 9684	: 1041
68	**46** 2400	3761	5124	6484	7856	9225	. 0596	. 1969	. 3344	. 4721
69	**47** 6100	7481	8864	. 0249	. 1636	. 3025	. 4416	. 5809	. 7204	. 8601
70	**49** 0000	1401	2804	4209	5616	7025	8436	9849	. 1264	. 2681
71	**50** 4100	5521	6944	8369	9796	. 1225	. 2656	. 4089	. 5524	. 6961
72	**51** 8400	9841	. 1284	. 2729	. 4176	. 5625	. 7076	. 8529	. 9984	: 1441
73	**53** 2900	4361	5824	7289	8756	. 0225	. 1696	. 3169	. 4644	. 6121

TAVOLA III *(Continuazione).*

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
74	**54** 7600	9081	. 0564	. 2049	. 3536	. 5025	. 6516	. 8009	. 9504	: 1001
75	**56** 2500	4001	5504	7009	8516	. 0025	. 1536	. 3049	. 4564	. 6081
76	**57** 7600	9121	. 0644	. 2169	. 3696	. 5225	. 6756	. 8289	. 9824	: 1361
77	**59** 2900	4441	5984	7529	9076	. 0625	. 2176	. 3729	. 5284	. 6841
78	**60** 8400	9961	. 1524	. 3089	. 4656	. 6220	. 7796	. 9369	: 0944	: 2521
79	**62** 4100	5681	7264	8849	. 0436	. 2025	. 3616	. 5209	. 6804	. 8401
80	**64** 0000	1601	3204	4809	6416	8025	9636	. 1249	. 2864	. 4481
81	**65** 6100	7721	9344	. 0969	. 2596	. 4225	. 5856	. 7489	. 9124	: 0761
82	**67** 2400	4041	5684	7329	8976	. 0625	. 2276	. 3929	. 5584	. 7241
83	**68** 8900	. 0561	. 2224	. 3889	. 5556	. 7225	. 8896	: 0569	: 2244	: 3921
84	**70** 5600	7281	8964	. 0649	. 2336	. 4025	. 5716	. 7409	. 9104	: 0801
85	**72** 2500	4201	5904	7609	9316	. 1025	. 2736	. 4449	. 6164	. 7881
86	**73** 9600	. 1321	. 3044	. 4769	. 6496	. 8225	. 9956	: 1689	: 3424	: 5161
87	**75** 6900	8641	. 0384	. 2129	. 3876	. 5625	. 7376	. 9129	: 0884	: 2641
88	**77** 4400	6161	7924	9689	. 1456	. 3225	. 4996	. 6769	. 8544	: 0321
89	**79** 2100	3881	5664	7449	9236	. 1025	. 2816	. 4609	. 6404	. 8201
90	**81** 0000	1801	3604	5409	7216	9025	. 0836	. 2649	. 4464	. 6281
91	**82** 8100	9921	. 1744	. 3569	. 5396	. 7225	. 9056	: 0889	: 2724	: 4561
92	**84** 6400	8241	. 0084	. 1929	. 3776	. 5625	. 7476	. 9329	: 1184	: 3041
93	**86** 4900	6761	8624	. 0489	. 2356	. 4225	. 6096	. 7969	. 9844	: 1721
94	**88** 3600	5481	7364	9249	. 1136	. 3025	. 4916	. 6809	. 8704	: 0601
95	**90** 2500	4401	6304	8209	. 0116	. 2025	. 3936	. 5849	. 7764	. 9681
96	**92** 1600	3521	5444	7369	9296	. 1225	. 3156	. 5089	. 7024	. 8961
97	**94** 0900	2841	4784	6729	8676	. 0625	. 2576	. 4529	. 6484	. 8441
98	**96** 0400	2361	4324	6289	8256	. 0225	. 2196	. 4169	. 6144	. 8121
99	**98** 0100	2081	4064	6049	8036	. 0025	. 2016	. 4009	. 6004	. 8001

TAVOLA IV.

Simboli chimici e pesi atomici.

SOSTANZA	SIMBOLO	PESO ATOMICO	SOSTANZA	SIMBOLO	PESO ATOMICO
Alluminio	Al	27,5	Manganese	Mn	55,0
Antimonio	Sb	122,0	Mercurio	Hg	200,0
Argento	Ag	108,0	Molibdeno	Mo	96,0
Arsenico	As	75,0	Nichelio	Ni	58,8
Azoto	N	14,0	Oro	Au	196,5
Bario	Ba	137,0	Osmio	Os	199,2
Bismuto	Bi	210,0	Ossigeno	O	16,0
Boro	B	11,0	Palladio	Pd	106,6
Bromo	Br	80,0	Piombo	Pb	207,0
Cadmio	Cd	112,0	Platino	Pt	197,5
Calcio	Ca	40,0	Potassio	K	39,1
Carbonio	C	12,0	Rame	Cu	63,5
Cesio	Cs	133,0	Rubidio	Rb	85,4
Cloro	Cl	35,5	Rutenio	Ru	104,0
Cobalto	Co	58,8	Selenio	Se	79,5
Cromo	Cr	52,2	Silicio	Si	28,0
Ferro	Fe	56,0	Sodio	Na	23,0
Fluoro	Fl	19,0	Solfo	S	32,0
Fosforo	P	31,0	Stagno	Sn	118,0
Idrogeno	H	1,0	Stronzio	Sr	87,5
Indio	In	75,6	Tellurio	Te	129,0
Iodio	I	127,0	Tallio	Tl	204,0
Iridio	Ir	198,0	Tungsteno	W	184,0
Litio	Li	7,0	Uranio	U	120,0
Magnesio	Mg	24,0	Zinco	Zn	65,2

TAVOLA V.

Serve alla correzione approssimata delle pesate fatte nell'aria. I pesi scritti nella prima fila orizzontale e le correzioni sono dati nella medesima unità.

(Novamente calcolata).

Densità approssimat. del corpo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,6	0,002 042	0,004 084	0,006 127	0,008 169	0,010 211	0,012 253	0,014 295	0,016 337	0,018 380
0,7	0,001 750	0,003 501	0,005 251	0,007 002	0,008 752	0,010 503	0,012 253	0,014 003	0,015 754
0,8	0,001 532	0,003 063	0,004 595	0,006 127	0,007 658	0,009 190	0,010 721	0,012 253	0,013 785
0,9	0,001 361	0,002 723	0,004 084	0,005 446	0,006 807	0,008 169	0,009 530	0,010 892	0,012 253
1,0	0,001 225	0,002 451	0,003 676	0,004 901	0,006 127	0,007 352	0,008 577	0,009 802	0,011 028
1.5	0,000 817	0,001 634	0,002 451	0,003 267	0,004 084	0,004 901	0,005 718	0,006 535	0,007 352
2,0	0,000 613	0,001 225	0,001 838	0,002 451	0,003 063	0,003 676	0,004 289	0,004 901	0,005 514
2,5	0,000 490	0,000 980	0,001 470	0,001 960	0,002 451	0,002 941	0,003 431	0,003 921	0,004 411
3,0	0,000 408	0,000 817	0,001 225	0,001 634	0,002 042	0,002 451	0,002 859	0,003 267	0,003 676
4,0	0,000 306	0,000 613	0,000 919	0,001 225	0,001 532	0,001 838	0,002 144	0,002 451	0,002 757
5,0	0,000 245	0,000 490	0,000 735	0,000 980	0,001 225	0,001 470	0,001 715	0,001 960	0,002 206
6,0	0,000 204	0,000 408	0,000 613	0,000 817	0,001 021	0,001 225	0,001 430	0,001 634	0,001 838
7,0	0,000 175	0,000 350	0,000 525	0,000 700	0,000 875	0,001 050	0,001 225	0,001 400	0,001 575
8,0	0,000 153	0,000 306	0,000 459	0,000 613	0,000 766	0,000 919	0,001 072	0,001 225	0,001 378
9,0	0,000 136	0,000 272	0,000 408	0,000 545	0,000 681	0,000 817	0,000 953	0,001 089	0,001 225
10,0	0,000 123	0,000 245	0,000 368	0,000 490	0,000 613	0,000 735	0,000 858	0,000 980	0,001 103
12,0	0,000 102	0,000 204	0,000 306	0,000 408	0,000 511	0,000 613	0,000 715	0,000 817	0,000 919
14,0	0,000 088	0,000 175	0,000 263	0,000 350	0,000 438	0,000 525	0,000 613	0,000 700	0,000 788
Ottone	0,000 146	0,000 292	0,000 438	0,000 584	0,000 730	0,000 876	0,001 021	0,001 167	0,001 313

Schiarimenti ed esempii di applicazione della Tavola V.

Questa tavola fu calcolata ritenendo che l'aria sia a 15° C. e a 760^{mm} di pressione: in tali condizioni 1^{cc} di essa pesa 0^{gr}.0 012 253. I numeri della III^{a}, IV^{a}, . . . X^{a} colonna sono i multipli di quelli della II^{a} e servono ad abbreviare i calcoli, come è ben facile intendere e come viene anche chiarito dagli esempii, che seguono.

Esempio I°. Con una pesata semplice si trovò che un pezzo di zinco pesa 543^{gr},214. Il peso specifico dello zinco è prossimamente 7. La formula generale (§ 67) è $P_1 = P\,(1 + \gamma_1 - \gamma)$ e dalla tabella si rileva che la correzione γP dei pesi d'ottone è

$$0^{gr},000\,730 \times 100 + 0^{gr},000\,584 \times 10 + 0^{gr},000\,438 = 0^{gr},0793$$

e che la quantità $\gamma_1 P$ è

$$0^{gr},000\,875 \times 100 + 0^{gr},000\,700 \times 10 + 0^{gr},000\,525 = 0^{gr},0950.$$

Dunque il peso vero è

$$543^{gr},214 - 0^{gr},0793 + 0^{gr},0950 = 543,230.$$

Accontentandosi di un'approssimazione più grossolana si può ritenere

$$P_1 = 543^{gr},214 - 0^{gr},073 + 0^{gr},088 = 543^{gr},229,$$

ma allora non si possono garantire i milligrammi.

Esempio II°. Col metodo della tara si trovò che un pezzo di vetro pesa 219^{gr},648. La densità del vetro è 2,6, cioè all'incirca 2,5, sicchè calcolando con la solita formula $P = P_1\,(1 + \gamma_1 - \gamma)$ si trova

$$P_1 = 219^{gr},648 - (0,0292 + 0,0015 + 0,0013) +$$

$$+ (0,0980 + 0,0049 + 0,0044) = 219^{gr},723.$$

Si potrebbe procedere più speditamente ponendo

$$P_1 = 219^{gr},648 - 0,029 + 0,098 = 219^{gr},717,$$

ma l'errore risultante arriverebbe a 6^{mgr}.

Esempio III°. Il peso dell'alcool contenuto in un vaso fu trovato 438^{gr},473. La densità dell'alcool si può ritenere 0,8: dunque il suo peso assoluto sarà

$$438^{gr},473 - (0,0584 + 0,0044 + 0,0012) +$$

$$+ (0,6127 + 0,0459 + 0,0123) = 439^{gr},080.$$

TAVOLA VI.

Densità di alcuni corpi solidi.

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Abete (legno secco di)	0,481	Karmrodt	Cadmio	8,63	Karsten, Kopp
Acciaio	7,833	Brisson	Calce	2,2 a 2,3	
Agata	2,61		Canfora	0,99	
Alabastro	2,876	Brisson	*Cannelcoal*	1,27	Thomson
Allume	1,714	Musschenbroek	Caolino	2,2 a 2,3	
Alluminio	2,65		*Caoutchouc*	0,92	
Ambra gialla	1,081	Mohs	Cera bianca	0,97	
Antimonio fuso	6,702	Brisson	Cipresso (legno di)	0,60	
Antracite	1,6 a 2,1		Cloruro d'ammonio	1,45	Wollaston
Ardesia	2,83		» di sodio	2,078	Karsten
Argento battuto	10,511	Brisson	Cobalto fuso	8,513	Berzelius
» fuso	10,47		Corallo	2,68	
Arragonite	2,93	Mohs	Cristallo di rocca	2,690	Mohs
Arsenico naturale	5,766	Mohs	Cromo	5,10	Thomson
Avorio	1,917	Gehler	Diamante traspar.te	3,521	Brisson
Azotato di potassa	1,621	Hassenfratz	Ebano secco	1,187	Karmrodt
» » soda	2,20	Kopp	Faggio (legno secco di)	0,750	»
Berillo	3,55		Feldspato	2,574	Rose
Bismuto fuso	9,823	Brisson	Ferro battuto	7,80	
Bosso	1,33		» dolce	7,790	Karsten
Bronzo da cannoni	8,440	Baumgartner	*Flintglas*	3,20 a 3,78	

TAVOLA VI *(Continuazione)*.

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Flintglas inglese .	3,329	Brisson	Onice	2,82	
Fosforo ordinario a 10°	1,826 a 1,840		Opale	2,25	
» amorfo » »	1,964		Oro battuto . . .	19,362	Brisson
Gesso in polvere .	2,332	Beudant	» fuso	19,29	
Ghiaccio	0,91674	Bunsen	Osmio nativo . . .	19,50	Thénard
Ghisa	7,207	Brisson	Ossa	1,656	Gehler
Grafite	1,80 a 2,40		Ossidiana	2,30	
Granata	4,24		Ottone fuso . . .	8,396	Brisson
Granito	2,70		Palladio fuso . . .	11,30	Wollaston
Iodio	4,948	Gay Lussac	Paraffina	0,87 a 0,90	
Iridio	19,5	Mohs	Perle	2,75	
»	23,5	Breithaupt	Piombo fuso . . .	11,352	Brisson
Litantrace compatto	1,33		Platino battuto . .	21,359	Meissner
Litio	0,59		» fuso . . .	20,18	
Magnesio	1,87		» laminato .	22,50	
Malachite	3,50		» passato per la filiera	21,04	
Manganese . . .	8,03	Bachmann	Porcellana chinese .	2,385	Brisson
Marmo di Carrara .	2,717	Brisson	» di Sèvres	2,15	
Mica	2,8 a 3,1		Potassa	2,264	Karsten
Molibdeno	8,62	Bucholz	Potassio puro . .	0,865	Gay Lussac
Nichelio fuso . . .	8,279	Richter	Quercia (legno secco di) .	0,950	Karmrodt
Noce (legno di) . .	0,68				

TAVOLA VI *(Continuazione).*

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Rame battuto . .	8,90		Solfo naturale . .	2,033	Brisson
» fuso . . .	8,946	Berzelius	Sovero secco . . .	0,240	Musschenbroek
» in fili . . .	8,78		Spato d'Islanda . .	2,72	
Rodio	11,0	Wollaston	» fluore . . .	3,140	Mohs
Rubino del Brasile .	3,130	Meissner	Stagno fuso . . .	7,291	Kupffer
Selenio	4,320	Berzelius	Tellurio	6,11	
» fuso e rapidamente raffreddato	4,3		Tiglio (legno secco di)	0,559	Karmrodt
Selenio fuso e lentamente raffreddato	4,8		Topazzo di Sassonia	3,56	
			» orientale	4,01	
Smeraldo verde . .	2,678	Mohs	Tormalina oscura .	3,076	Mohs
Smeriglio	3,90		» verde . .	3,15	
Soda	1,42		Tungsteno . . .	17,4	Bucholz
Sodio puro . . .	0,972	Gay Lussac	Uranio	8,10	
Solfato di barite .	4,466	Mohs	Vetro da bottiglie .	2,60	
» » ferro . .	1,840	Hassenfratz	» » specchi .	2,40	
» » magnesia	1,660	»	» di St. Gobain	2,892	Brisson
» » rame natur.	2,213	Mohs	Zaffiro del Brasile .	3,13	
» » soda . .	2,246	Musschenbroek	Zinco fuso . . .	6,862	Berzelius
» » zinco . .	1,9 a 2,1		» laminato . .	7,21	

TAVOLA VII.

Densità di alcuni liquidi.

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Acetale	0,821		Alcool metilico .	0,81796	Kopp
Acetone	0,81440	Kopp	» » . .	0,82074	Pierre
Acido acetico idrato	1,08005	»	Aldeide	0,80092	Kopp
» butirrico »	0,98862	»	»	0,80551	Pierre
» carbonico liquefatto (a 0°)	0,9470	Andrieff	Anilina	1,0361	Kopp
» cloridrico (soluz. satura a 0°)	1,2109		Benzina pura . .	0,8995	Louguinine
» formico . .	1,2227	Kopp	» » . .	0,89911	Kopp
» nitrico . . .	1,510	Gay Lussac	» » . .	0,899487	Pisati e Paternò
» solforico . .	1,843	»	Bicloruro di stagno	2,26712	Pierre
» » di Nordhausen	1,896		Bromo	3,18718	»
» solforoso liquefatto a 0°	1,4333	Andrieff	Clorale	1,502	
» » liquefatto a — 20°,48	1,49110	Pierre	Cloroformio . . .	1,52523	Pierre
Acqua dell' Adriatico in Giugno .	1,02669	Rossetti	Cloruro di carbonio	1,64900	»
Acqua dell' Adriatico in Novembre	1,02814	»	Essenza di senape	1,028	Kopp
Alcool	0,80950	Kopp	» di trementina	0,872	Despretz
»	0,81509	Pierre	Etere acetico . .	0,901046	Kopp
» amilico . .	0,8253	Kopp	» butirrico .	0,90412	»
» » . .	0,82705	Pierre	» formico . .	0,94474	»
			» (solforico) .	0,73658	»
			» » .	0,73581	Pierre
			Fosforo fuso (a 45°)	1,88	

TAVOLA VII *(Continuazione).*

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Gas ammoniaco liquefatto (a 0°)	0,6362	Andrieff	Nitrobenzina	1,200	Kopp
Glicerina	1,28		Olio d'oliva	0,915	Brisson
Latte	1,030		Protocloruro di fosforo	1,61616	Pierre
Liquore degli Olandesi	1,28034	Pierre	Protossido d'azoto liquefatto a 0°	0,9369	Andrieff
Mercurio	13,59593	Regnault	Solfuro di carbonio	1,29312	Pierre
Nafta	0,758				

TAVOLA VIII.

Densità di alcuni corpi aeriformi.

a) *Densità di alcuni gas rispetto all'aria.*

I primi quattro valori furono ottenuti sperimentalmente dal Regnault e corretti dal Lasch. Gli altri furono dedotti col calcolo e sono tratti dalle tavole del Bunsen (*Gasom. Meth.*).

Ossigeno	1,10563	Ammoniaca	0,5896
Azoto	0,97136	Biossido d'azoto	1,0385
Idrogeno	0,06927	Cloro	2,4531
Acido carbonico	1,52908	Idrogeno protocarbonato	0,5531
Acido cloridrico	1,2612	» solforato	1,1749
» iodidrico	4,4260	Ossido di carbonio	0,9674
» solforoso	2,2112	Protossido d'azoto	1,5241

TAVOLA VIII *(Continuazione).*

b) *Densità di alcuni gas rispetto all'acqua*

a 45° di latitudine, al livello del mare, a 0° e a 760^{mm} di pressione.

(Vedi in fine del volume la nota relativa al peso d'un litro d'aria).

Aria . . .	0,001 292 756	Idrogeno	0,000 089 547
Ossigeno . .	0,001 429 31	Acido carbonico .	0,001 976 73.
Azoto . .	0,001 255 73		

c) *Densità di alcuni vapori rispetto all'aria.*

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Acetone	2,019	Dumas	Benzina	2,77	Mitscherlich
Acido acetico (a 124°)	3,194	Cahours	Bicloruro di stagno .	9,2	Dumas
» » (a 336°)	2,082	»	Bromo	5,393	Mitscherlich
» arsenioso . .	13,850	Mitscherlich	Bromuro d'alluminio a 440°	18,62	Deville e Troost
Acqua	0,623	Regnault	Bromuro mercurico .	12,16	
» a 110° . . .	0,640	Cahours	» mercuroso .	10,14	
» a 150° . . .	0,6198	»	Cadmio a 1040° . .	3,94	Deville e Troost
» a 200° . . .	0,6192	»	Cloralio	5,05	Deville
» a 250° . . .	0,6182	»	Cloruro d'antimonio .	7,8	
Alcool assoluto . .	1,613	Gay Lussac	» d'alluminio a 350°	9,32	Deville e Troost
Aldeide	1,520	Liebig	» » a 440°	9,347	» »
Arsenico	10,6	Mitscherlich	» di arsenico .	6,3	
»	10,39	Dumas			

TAVOLA VIII *(Continuazione).*

SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori	SOSTANZE	DENSITÀ	Sperimentatori
Cloruro di bismuto .	11,35		Mercurio	6,976	Dumas
» » carbonio .	5,735	Regnault	Naftalina	4,528	»
» » silicio . .	5,939	Dumas	Ossicloruro di fosforo	5,3	
» di zirconio a 440°	8,15	Deville e Troost	Paraffina	10	Levy
» mercurico . .	9,8		Percloruro di fosforo a 190°	4,987	Cahours
» mercuroso a 440°	8,21	Deville e Troost	Percloruro di fosforo a 336°	3,656	»
Essenza di trementina	5,013	Gay Lussac	Percloruro di stagno	9,200	Dumas
Etere acetico . . .	3,067	Dumas	Petrolio	9,415	Boussingault
» solforico . .	2,586	Gay Lussac	Protocloruro di antimonio	8,10	
Fluoruro di silicio .	3,600	Dumas	Protoclorur. di fosforo	4,875	Dumas
Fosforo	4,355	»	Selenio a 860° . . .	7,67	Deville e Troost
» a 1040° . .	4,50	Deville e Troost	» a 1040° . .	6,375	» »
Iodio	8,716	Dumas	Sesquicloruro di ferro a 440°	11,39	» »
» a 440° e 860° .	8,70	Deville e Troost	Solfo a 500° . . .	6,617	Dumas
» a 1040° . . .	8,71	» »	» a 860° e 1040° .	2,23	Deville e Troost
Ioduro d'alluminio a 440°	27,00	» »	Solfuro di carbonio .	2,645	Gay Lussac
Ioduro d'arsenico .	16,1				
» mercurico .	15,9				

TAVOLA IX.

Peso specifico dell'acido solforico idrato (calcolata da Otto sulle esperienze di Bineau per la temperatura di 15° C.).

Peso specifico	Parti di SO_4H_2 su 100	Parti di SO_3 su 100	Peso specifico	Parti di SO_4H_2 su 100	Parti di SO_3 su 100	Peso specifico	Parti di SO_4H_2 su 100	Parti di SO_3 su 100
1,843	100	81,63	1,568	66	53,87	1,239	32	26,12
1,842	99	80,81	1,557	65	53,05	1,231	31	25,30
1,841	98	80,00	1,545	64	52,24	1,223	30	24,49
1,840	97	79,18	1,534	63	51,42	1,215	29	23,67
1,838	96	78,36	1,523	62	50,61	1,207	28	22,85
1,838	95	77,55	1,512	61	49,79	1,198	27	22,03
1,836	94	76,73	1,501	60	48,98	1,190	26	21,22
1,834	93	75,91	1,490	59	48,16	1,182	25	20,40
1,831	92	75,10	1,480	58	47,34	1,174	24	19,58
1,827	91	74,28	1,469	57	46,53	1,167	23	18,77
1,822	90	73,47	1,459	56	45,71	1,159	22	17,95
1,816	89	72,65	1,448	55	44,89	1,152	21	17,14
1,809	88	71,83	1,438	54	44,07	1,144	20	16,32
1,802	87	71,02	1,428	53	43,26	1,136	19	15,51
1,794	86	70,20	1,418	52	42,45	1,129	18	14,69
1,786	85	69,38	1,408	51	41,63	1,121	17	13,87
1,777	84	68,57	1,398	50	40,81	1,114	16	13,06
1,767	83	67,75	1,389	49	40,00	1,106	15	12,24
1,756	82	66,94	1,380	48	39,18	1,098	14	11,42
1,745	81	66,12	1,370	47	38,36	1,091	13	10,61
1,734	80	65,30	1,361	46	37,55	1,083	12	9,79
1,722	79	64,48	1,351	45	36,73	1,076	11	8,98
1,710	78	63,67	1,342	44	35,92	1,068	10	8,16
1,698	77	62,85	1,333	43	35,10	1,061	9	7,34
1,686	76	62,04	1,324	42	34,28	1,054	8	6,53
1,675	75	61,22	1,315	41	33,47	1,046	7	5,71
1,663	74	60,40	1,306	40	32,65	1,039	6	4,89
1,651	73	59,59	1,298	39	31,83	1,032	5	4,08
1,639	72	58,77	1,289	38	31,02	1,026	4	3,26
1,627	71	57,95	1,281	37	30,20	1,019	3	2,44
1,615	70	57,14	1,272	36	29,38	1,013	2	1,63
1,604	69	56,32	1,264	35	28,57	1,006	1	0,82
1,592	68	55,50	1,256	34	27,75			
1,580	67	54,69	1,248	33	26,94			

TAVOLA X.

Peso specifico dell'acido nitrico misto ad acqua a 15° C. secondo Ure.

PESO SPECIFICO	NO_5 su 100	PESO SPECIFICO	NO_5 su 100	PESO SPECIFICO	NO_5 su 100
1,50	79,7	1,378	52,6	1,183	25,5
1,496	78,1	1,368	51,0	1,171	23,9
1,491	76,5	1,358	49,4	1,159	22,3
1,485	74,9	1,348	47,8	1,146	20,7
1,479	73,3	1,338	46,2	1,134	19,1
1,473	71,7	1,327	44,6	1,123	17,5
1,467	70,1	1,316	43,0	1,111	15,9
1,460	68,5	1,306	41,4	1,099	14,3
1,453	66,9	1,295	39,8	1,088	12,7
1,446	65,3	1,283	38,3	1,076	11,2
1,439	63,8	1,270	36,7	1,065	9,6
1,431	62,2	1,258	35,1	1,054	8,0
1,423	60,6	1,246	33,5	1,043	6,4
1,415	59,0	1,234	31,9	1,032	4,8
1,406	57,4	1,221	30,3	1,021	3,2
1,398	55,8	1,208	28,7	1,011	1,6
1,388	54,2	1,196	27,1	1,005	0,8

TAVOLA XI.

Peso specifico delle soluzioni di cloruro di sodio a 15° R.

(GERLACH, *Zeitschrift für analytische Chemie*, VIII, 245).

Cloruro di sodio in 100 parti di soluzione	PESO SPECIFICO	Cloruro di sodio in 100 parti di soluzione	PESO SPECIFICO	Cloruro di sodio in 100 parti di soluzione	PESO SPECIFICO
1	1,00725	10	1,07335	19	1,14315
2	1,01450	11	1,08097	20	1,15107
3	1,02174	12	1,08859	21	1,15931
4	1,02899	13	1,09622	22	1,16755
5	1,03624	14	1,10384	23	1,17580
6	1,04366	15	1,11146	24	1,18404
7	1,05108	16	1,11938	25	1,19228
8	1,05851	17	1,12730	26	1,20098
9	1,06593	18	1,13523		

TAVOLA XII.

Peso specifico delle soluzioni alcooliche secondo Mendeljeff.

(*Pogg. Ann.*, CXXXVIII, p. 102).

Alcool assoluto in 100 di soluzione	a 0°	a 10°	a 20°	a 30°
0	0,99988	0,99975	0,99831	0,99579
10	. 98498	. 98405	. 98193	. 97882
20	. 97579	. 97275	. 96879	. 96409
30	. 96508	. 95983	. 95396	. 94763
40	. 94944	. 94259	. 93536	. 92790
50	. 92956	. 92189	. 91398	. 90595
60	. 90735	. 89942	. 89127	. 88299
70	. 88410	. 87611	. 86782	. 85931
80	. 86021	. 85210	. 84361	. 83479
90	. 83500	. 82672	. 81807	. 80911
100	. 80625	. 79788	. 78945	. 78096

TAVOLA XIII.

Volumetro di Gay-Lussac e areometro di Baumé.

a) *Liquidi meno pesanti dell'acqua a 15° C.*

(In quanto all'areometro di Baumé, la tavola è quella del Francœur).

Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO	Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO	Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO
100	1,0000	10	1,0000	113	0,8849					47	0,7978
		11	0,9932			29	0,8848	126	0,7936		
101	0,9901					30	0,8795			48	0,7935
		12	0,9865	114	0,8772					49	0,7892
102	0,9804					31	0,8742	127	0,7874		
		13	0,9799	115	0,8696					50	0,7849
		14	0,9733			32	0,8690	128	0,7812		
103	0,9709					33	0,8639			51	0,7807
		15	0,9669	116	0,8621					52	0,7766
104	0,9615					34	0,8588	129	0,7752		
		16	0,9605	117	0,8547					53	0,7725
		17	0,9542			35	0,8538	130	0,7692		
105	0,9524					36	0,8488			54	0,7684
		18	0,9480	118	0,8474					55	0,7643
106	0,9434					37	0,8439	131	0,7633		
		19	0,9420	119	0,8403					56	0,7604
		20	0,9359			38	0,8391	132	0,7576		
107	0,9346					39	0,8343			57	0,7565
		21	0,9300	120	0,8333					58	0,7526
108	0,9259					40	0,8295	133	0,7519		
		22	0,9241	121	0,8264					59	0,7487
		23	0,9183			41	0,8249	134	0,7463		
109	0,9174					42	0,8202			60	0,7449
		24	0,9125	122	0,8197					61	0,7411
110	0,9091					43	0,8156	135	0,7407		
		25	0,9068	123	0,8130					62	0,7374
		26	0,9012			44	0,8111	136	0,7353		
111	0,9009					45	0,8066	137	0,7299		
		27	0,8957	124	0,8064			138	0,7246		
112	0,8928					46	0,8022	139	0,7194		
		28	0,8902	125	0,8000			140	0,7143		

TAVOLA XIII.

Volumetro di Gay-Lussac e areometro di Baumé.

b) *Liquidi più pesanti dell'acqua.*

(Dall'Enciclopedia Chimica diretta da F. Selmi).

Fu presa a base la soluzione di 15 parti di sal marino in 85 d'acqua a 15° C.

Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO	Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO	Gradi del volumetro	PESO SPECIFICO	Gradi dell'areometro di Baumé	PESO SPECIFICO
										49	1,5142
100	1,0000	0	1,0000	83	1,2048						
		1	1,0072			25	1,2095	66	1,5152		
99	1,0101			82	1,2195					50	1,5300
		2	1,0146			26	1,2200	65	1,5385		
98	1,0204					27	1,2305			51	1,5463
		3	1,0222	81	1,2346			64	1,5625		
		4	1,0294			28	1,2413			52	1,5633
97	1,0309			80	1,2500					53	1,5804
		5	1,0368			29	1,2520	63	1,5873		
96	1,0416					30	1,2630			54	1,5973
		6	1,0443	79	1,2658			62	1,6129		
		7	1,0515			31	1,2740			55	1,6158
95	1,0526			78	1,2820					56	1,6332
		8	1,0590			32	1,2853	61	1,6393		
94	1,0638					33	1,2965			57	1,6525
		9	1,0670	77	1,2987			60	1,6667		
		10	1,0750			34	1,3082			58	1,6714
93	1,0753			76	1,3158					59	1,6910
		11	1,0830			35	1,3202	59	1,6949		
92	1,0870					36	1,3330			60	1,7114
		12	1,0913	75	1,3333			58	1,7241		
91	1,0989					37	1,3450			61	1,7317
		13	1,0995	74	1,3514					62	1,7526
		14	1,1077			38	1,3575	57	1,7544		
90	1,1111			73	1,3699					63	1,7748
		15	1,1160			39	1,3703	56	1,7857		
89	1,1236					40	1,3840			64	1,7955
		16	1,1250	72	1,3889			55	1,8182		
		17	1,1338			41	1,3972			65	1,8190
88	1,1364			71	1,4085					66	1,8428
		18	1,1425			42	1,4110	54	1,8519		
87	1,1494					43	1,4245			67	1,8686
		19	1,1517	70	1,4286			53	1,8868		
		20	1,1610			44	1,4383			68	1,8929
86	1,1628			69	1,4493					69	1,9166
		21	1,1705			45	1,4531	52	1,9231		
85	1,1765					46	1,4682			70	1,9420
		22	1,1800	68	1,4706			51	1,9608		
		23	1,1896			47	1,4833			71	1,9696
84	1,1905			67	1,4925					72	1,9957
		24	1,1996			48	1,4985	50	2,0000		

TAVOLA XIV.

Depressione del mercurio nei tubi di vetro per effetto di capillarità secondo Delcros.

(Mém. de l'Acad. de Bruxelles XIV. *Pogg. Ann.* LX, 377.)

Raggio della canna in mill	Altezza del menisco in millimetri									
	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
1,0	1,27	2,46	4,40							
1,2	0,88	1,71	3,16	4,19						
1,4	0,64	1,26	2,36	3,22						
1,6	0,48	0,96	1,82	2,53	3,05					
1,8	0,38	0,75	1,44	2,02	2,48					
2,0	0,30	0,60	1,16	1,65	2,05	2,35				
2,2	0,24	0,49	0,95	1,36	1,70	1,98				
2,4	0,20	0,40	0,79	1,13	1,44	1,68	1,87			
2,6	0,17	0,34	0,66	0,96	1,22	1,44	1,61			
2,8	0,14	0,29	0,56	0,81	1,04	1,23	1,39	1,51		
3,0	0,12	0,24	0,48	0,70	0,90	1,07	1,21	1,32		
3,2	0,10	0,21	0,41	0,60	0,78	0,93	1,06	1,16	1,24	
3,4	0,09	0,18	0,36	0,52	0,68	0,81	0,93	1,02	1,10	
3,6	0,08	0,16	0,31	0,46	0,59	0,71	0,81	0,90	0,97	
3,8	0,07	0,14	0,27	0,40	0,52	0,62	0,72	0,80	0,86	
4,0	0,06	0,12	0,24	0,35	0,45	0,55	0,63	0,71	0,77	
4,2	0,05	0,11	0,21	0,31	0,40	0,49	0,56	0,63	0,68	
4,4	0,05	0,09	0,19	0,27	0,36	0,43	0,50	0,56	0,61	
4,6	0,04	0,08	0,16	0,24	0,32	0,38	0,45	0,50	0,54	
4,8	0,04	0,07	0,15	0,22	0,28	0,34	0,40	0,45	0,49	
5,0	0,03	0,06	0,13	0,19	0,25	0,31	0,35	0,40	0,44	
5,2	0,03	0,06	0,12	0,17	0,22	0,27	0,32	0,36	0,39	0,42
5,4	0,03	0,05	0,10	0,15	0,20	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38
5,6	0,02	0,05	0,09	0,14	0,18	0,22	0,25	0,29	0,31	0,34
5,8	0,02	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,23	0,26	0,28	0,30
6,0	0,02	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,23	0,25	0,27
6,2	0,02	0,03	0,07	0,10	0,13	0,16	0,19	0,21	0,23	0,25
6,4	0,01	0,03	0,06	0,09	0,12	0,14	0,17	0,19	0,21	0,22
6,6	0,01	0,03	0,05	0,08	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19	0,20
6,8	0,01	0,02	0,05	0,07	0,10	0,12	0,14	0,15	0,17	0,18
7,0	0,01	0,02	0,04	0,07	0,09	0,11	0,12	0,14	0,15	0,16

TAVOLA XV.

Riduzione a 0° delle colonne di mercurio lette su scala di vetro.

(Dall'opera di BUNSEN, *Gasometrische Methoden*).

Per l'uso della tavola vedi le aggiunte in fine del volume.

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
5	0,00085	0,00171	0,00256	0,00342	0,00428	0,00513	0,00599	0,00684	0,00770	0,00855
10	0,00171	0,00342	0,00513	0,00684	0,00856	0,01027	0,01198	0,01369	0,01540	0,01711
15	0,00256	0,00513	0,00769	0,01026	0,01284	0,01540	0,01797	0,02053	0,02310	0,02566
20	0,00342	0,00684	0,01027	0,01368	0,01712	0,02054	0,02396	0,02738	0,03080	0,03422
25	0,00427	0,00855	0,01283	0,01710	0,02139	0,02567	0,02995	0,03422	0,03850	0,04277
30	0,00513	0,01026	0,01540	0,02052	0,02567	0,03080	0,03593	0,04107	0,04620	0,05133
35	0,00598	0,01197	0,01797	0,02394	0,02995	0,03594	0,04192	0,04791	0,05390	0,05988
40	0,00684	0,01368	0,02053	0,02736	0,03423	0,04107	0,04791	0,05476	0,06160	0,06844
45	0,00769	0,01539	0,02310	0,03078	0,03850	0,04620	0,05390	0,06160	0,06930	0,07699
50	0,00855	0,01711	0,02567	0,03422	0,04278	0,05133	0,05989	0,06844	0,07700	0,08555
55	0,00940	0,01882	0,02824	0,03764	0,04706	0,05646	0,06588	0,07528	0,08470	0,09410
60	0,01026	0,02053	0,03080	0,04106	0,05134	0,06160	0,07187	0,08213	0,09240	0,10266
65	0,01111	0,02224	0,03337	0,04449	0,05562	0,06673	0,07786	0,08897	0,10010	0,11121
70	0,01197	0,02395	0,03593	0,04791	0,05990	0,07187	0,08385	0,09582	0,10780	0,11977
75	0,01282	0,02567	0,03850	0,05153	0,06417	0,07700	0,08983	0,10266	0,11550	0,12832
80	0,01368	0,02738	0,04106	0,05476	0,06845	0,08213	0,09582	0,10951	0,12320	0,13688
85	0,01453	0,02909	0,04363	0,05818	0,07273	0,08727	0,10181	0,11635	0,13090	0,14543
90	0,01539	0,03080	0 04619	0,06160	0,07701	0,09240	0,10780	0,12320	0,13860	0,15399
95	0,01625	0,03251	0,04876	0,06502	0,08129	0,09753	0,11378	0,13004	0,14630	0,16254
100	0,01711	0,03422	0,05133	0,06844	0,08555	0,10266	0,11977	0,13688	0,15399	0,17110
105	0,01796	0,03593	0,05390	0,07186	0,08983	0,10779	0,12576	0,14372	0,16169	0,17965
110	0,01882	0,03764	0,05646	0,07528	0,09411	0,11293	0,13175	0,15057	0,16939	0,18821
115	0,01967	0,03935	0,05903	0,07871	0,09839	0,11806	0,13774	0,15741	0,17709	0,19676
120	0,02053	0,04106	0,06160	0,08213	0,10266	0,12320	0,14372	0,16426	0,18479	0,20532

TAVOLA XV *(Continuazione).*

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
125	0,02138	0,04278	0,06416	0,08555	0,10694	0,12833	0,14971	0,17110	0,19248	0,21387
130	0,02224	0,04449	0,06673	0,08898	0,11122	0,13346	0,15570	0,17795	0,20018	0,22243
135	0,02309	0,04620	0,06929	0,09240	0,11549	0,13860	0,16169	0,18479	0,20788	0,23098
140	0,02395	0,04791	0,07186	0,09582	0,11977	0,14374	0,16767	0,19164	0,21558	0,23954
145	0,02480	0,04962	0,07442	0,09924	0,12405	0,14887	0,17306	0,19848	0,22328	0,24809
150	0,02566	0,05133	0,07699	0,10266	0,12832	0,15399	0,17965	0,20532	0,23098	0,25665
155	0,02651	0,05304	0,07956	0,10608	0,13260	0,15912	0,18564	0,21216	0,23868	0,26520
160	0,02737	0,05475	0,08212	0,10950	0,13688	0,16426	0,19163	0,21901	0,24638	0,27376
165	0,02822	0,05646	0,08469	0,11293	0,14116	0,16939	0,19762	0,22585	0,25408	0,28231
170	0,02908	0,05817	0,08726	0,11635	0,14543	0,17453	0,20361	0,23270	0,26178	0,29087
175	0,02994	0,05989	0,08982	0,11977	0,14971	0,17966	0,20959	0,23954	0,26948	0,29942
180	0,03079	0,06160	0,09239	0,12320	0,15399	0,18479	0,21553	0,24639	0,27718	0,30798
185	0,03165	0,06331	0,09495	0,12662	0,15827	0,18993	0,22157	0,25323	0,28488	0,31653
190	0,03250	0,06502	0,09752	0,13004	0,16254	0,19506	0,22756	0,26008	0,29258	0,32509
195	0,03336	0,06673	0,10003	0,13346	0,16682	0,20019	0,23355	0,26692	0,30028	0,33364
200	0,03422	0,06844	0,10266	0,13688	0,17110	0,20532	0,23954	0,27376	0,30798	0,34220
205	0,03507	0,07015	0,10523	0,14030	0,17538	0,21045	0,24553	0,28060	0,31568	0,35075
210	0,03593	0,07186	0,10779	0,14372	0,17966	0,21559	0,25152	0,28745	0,32338	0,35931
215	0,03678	0,07357	0,11036	0,14715	0,18394	0,22072	0,25751	0,29429	0,33108	0,36786
220	0,03764	0,07528	0,11293	0,15057	0,18821	0,22586	0,26349	0,30114	0,33878	0,37642
225	0,03849	0,07700	0,11549	0,15399	0,19249	0,23099	0,26948	0,30798	0,34647	0,38497
230	0,03935	0,07871	0,11805	0,15742	0,19677	0,23612	0,27547	0,31483	0,35417	0,39353
235	0,04020	0,08042	0,12062	0,16084	0,20105	0,24126	0,28145	0,32167	0,36187	0,40208
240	0,04106	0,08213	0,12318	0,16426	0,20532	0,24639	0,28744	0,32852	0,36957	0,41064
245	0,04191	0,08384	0,12575	0,16768	0,20960	0,25152	0,29343	0,33536	0,37727	0,41919
250	0,04277	0,08555	0,12832	0,17110	0,21387	0,25665	0,29942	0,34220	0,38497	0,42775

TAVOLA XV *(Continuazione).*

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
255	0,04362	0,08726	0,13089	0,17452	0,21815	0,26178	0,30541	0,34904	0,39267	0,43630
260	0,04448	0,08897	0,13345	0,17794	0,22243	0,26692	0,31140	0,35589	0,40037	0,44486
265	0,04534	0,09068	0,13601	0,18137	0,22671	0,27205	0,31739	0,36273	0,40807	0,45341
270	0,04619	0,09239	0,13858	0,18479	0,23098	0,27719	0,32338	0,36958	0,41577	0,46197
275	0,04705	0,09411	0,14115	0,18821	0,23526	0,28232	0,32936	0,37642	0,42347	0,47052
280	0,04790	0,09582	0,14371	0,19164	0,23954	0,28745	0,33535	0,38327	0,43117	0,47908
285	0,04876	0,09753	0,14628	0,19506	0,24381	0,29259	0,34134	0,39011	0,43887	0,48763
290	0,04961	0,09924	0,14884	0,19848	0,24809	0,29772	0,34733	0,39696	0,44657	0,49619
295	0,05047	0,10095	0,15141	0,20190	0,25237	0,30285	0,35332	0,40380	0,45427	0,50474
300	0,05133	0,10266	0,15399	0,20532	0,25665	0,30798	0,35931	0,41064	0,46197	0,51330
305	0,05218	0,10437	0,15656	0,20874	0,26093	0,31311	0,36530	0,41748	0,46967	0,52185
310	0,05304	0,10608	0,15912	0,21216	0,26521	0,31825	0,37129	0,42433	0,47737	0,53041
315	0,05389	0,10779	0,16169	0,21559	0,26949	0,32338	0,37728	0,43117	0,48507	0,53896
320	0,05475	0,10951	0,16426	0,21901	0,27376	0,32852	0,38326	0,43802	0,49277	0,54752
325	0,05560	0,11122	0,16682	0,22243	0,27804	0,33365	0,38925	0,44486	0,50046	0,55607
330	0,05646	0,11293	0,16939	0,22586	0,28232	0,33878	0,39524	0,45171	0,50816	0,56463
335	0,05731	0,11464	0,17195	0,22928	0,28659	0,34392	0,40122	0,45855	0,51586	0,57318
340	0,05817	0,11635	0,17452	0,23270	0,29087	0,34905	0,40721	0,46540	0,52356	0,58174
345	0,05902	0,11806	0,17708	0,23612	0,29515	0,35418	0,41320	0,47224	0,53126	0,59029
350	0,05988	0,11977	0,17965	0,23954	0,29942	0,35931	0,41919	0,47908	0,53896	0,59885
355	0,06074	0,12148	0,18222	0,24296	0,30370	0,36444	0,42518	0,48592	0,54666	0,60740
360	0,06159	0,12319	0,18478	0,24638	0,30798	0,36958	0,43117	0,49277	0,55436	0,61596
365	0,06245	0,12490	0,18735	0,24981	0,31226	0,37471	0,43716	0,49961	0,56206	0,62451
370	0,06330	0,12662	0,18992	0,25323	0,31653	0,37985	0,44315	0,50646	0,56976	0,63307
375	0,06416	0,12833	0,19248	0,25665	0,32081	0,38498	0,44913	0,51330	0,57746	0,64162
380	0,06501	0,13004	0,19505	0,26008	0,32509	0,39011	0,45512	0,52015	0,58516	0,65018

TAVOLA XV *(Continuazione).*

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
385	0,06587	0,13175	0,19761	0,26350	0,32937	0,39525	0,46111	0,52699	0,59286	0,65873
390	0,06672	0,13346	0,20018	0,26692	0,33364	0,40038	0,46710	0,53384	0,60056	0,66729
395	0,06758	0,13517	0,20274	0,27034	0,33792	0,40552	0,47309	0,54068	0,60826	0,67584
400	0,06844	0,13688	0,20532	0,27376	0,34220	0,41064	0,47908	0,54752	0,61596	0,68440
405	0,06929	0,13859	0,20789	0,27718	0,34648	0,41577	0,48507	0,55436	0,62366	0,69295
410	0,07015	0,14030	0,21045	0,28060	0,35076	0,42091	0,49106	0,56121	0,63136	0,70151
415	0,07100	0,14201	0,21302	0,28403	0,35504	0,42604	0,49705	0,56805	0,63906	0,71006
420	0,07186	0,14373	0,21559	0,28745	0,35931	0,43118	0,50303	0,57490	0,64676	0,71862
425	0,07271	0,14544	0,21815	0,29087	0,36359	0,43631	0,50902	0,58174	0,65445	0,72717
430	0,07357	0,14715	0,22072	0,29430	0,36787	0,44144	0,51501	0,58859	0,66215	0,73573
435	0,07442	0,14886	0,22328	0,29772	0,37215	0,44658	0,52099	0,59543	0,66985	0,74428
440	0,07528	0,15057	0,22585	0,30114	0,37642	0,45171	0,52698	0,60228	0,67755	0,75284
445	0,07613	0,15228	0,22841	0,30456	0,38070	0,45684	0,53297	0,60912	0,68525	0,76139
450	0,07699	0,15399	0,23098	0,30798	0,38497	0,46197	0,53896	0,61596	0,69295	0,76995
455	0,07785	0,15570	0,23355	0,31140	0,38925	0,46710	0,54495	0,62280	0,70065	0,77850
460	0,07870	0,15741	0,23612	0,31482	0,39353	0,47224	0,55094	0,62965	0,70835	0,78706
465	0,07956	0,15912	0,23868	0,31825	0,39781	0,47737	0,55693	0,63649	0,71605	0,79561
470	0,08041	0,16084	0,24125	0,32167	0,40208	0,48251	0,56292	0,64334	0,72375	0,80417
475	0,08127	0,16255	0,24382	0,32509	0,40636	0,48764	0,56890	0,65018	0,73145	0,81272
480	0,08212	0,16426	0,24638	0,32852	0,41064	0,49277	0,57489	0,65703	0,73915	0,82128
485	0,08298	0,16597	0,24895	0,33194	0,41491	0,49791	0,58088	0,66387	0,74685	0,82983
490	0,08383	0,16768	0,25151	0,33536	0,41919	0,50304	0,58687	0,67072	0,75455	0,83839
495	0,08469	0,16939	0,25408	0,33878	0,42347	0,50817	0,59286	0,67756	0,76225	0,84694
500	0,08555	0,17110	0,25665	0,34220	0,42775	0,51330	0,59885	0,68440	0,76995	0,85550
505	0,08640	0,17281	0,25922	0,34562	0,43203	0,51843	0,60484	0,69124	0,77765	0,86405
510	0,08726	0,17452	0,26178	0,34904	0,43631	0,52357	0,61083	0,69809	0,78535	0,87261

TAVOLA XV *(Continuazione)*.

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
515	0,08811	0,17623	0,26435	0,35247	0,44059	0,52870	0,61682	0,70493	0,79305	0,88116
520	0,08897	0,17795	0,26692	0,35589	0,44486	0,53384	0,62280	0,71178	0,80075	0,88972
525	0,08982	0,17966	0,26948	0,35931	0,44914	0,53897	0,62879	0,71862	0,80844	0,89827
530	0,09068	0,18137	0,27205	0,36274	0,45342	0,54410	0,63478	0,72547	0,81614	0,90683
535	0,09153	0,18308	0,27461	0,36616	0,45769	0,54924	0,64076	0,73231	0,82384	0,91538
540	0,09239	0,18479	0,27718	0,36958	0,46197	0,55437	0,64675	0,73916	0,83154	0,92394
545	0,09324	0,18650	0,27974	0,37300	0,46625	0,55950	0,65274	0,74600	0,83924	0,93249
550	0,09410	0,18821	0,28231	0,37642	0,47052	0,56463	0,65873	0,75284	0,84694	0,94105
555	0,09496	0,18992	0,28488	0,37984	0,47480	0,56976	0,66472	0,75968	0,85464	0,94960
560	0,09581	0,19163	0,28745	0,38326	0,47908	0,57490	0,67071	0,76653	0,86234	0,95816
565	0,09667	0,19334	0,29001	0,38669	0,48336	0,58003	0,67670	0,77337	0,87004	0,96671
570	0,09752	0,19506	0,29258	0,39011	0,48763	0,58517	0,68269	0,78022	0,87774	0,97527
575	0,09838	0,19677	0,29514	0,39353	0,49191	0,59030	0,68867	0,78706	0,88544	0,98382
580	0,09923	0,19848	0,29771	0,39696	0,49619	0,59543	0,69466	0,79391	0,89314	0,99238
585	0,10009	0,20019	0,30027	0,40038	0,50047	0,60057	0,70065	0,80075	0,90084	1,00093
590	0,10094	0,20190	0,30284	0,40380	0,50474	0,60570	0,70664	0,80760	0,90854	1,00949
595	0,10180	0,20361	0,30540	0,40722	0,50902	0,61083	0,71263	0,81444	0,91624	1,01804
600	0,10266	0,20532	0,30798	0,41064	0,51330	0,61596	0,71862	0,82128	0,92394	1,02660
605	0,10351	0,20703	0,31055	0,41406	0,51758	0,62109	0,72461	0,82812	0,93164	1,03515
610	0,10437	0,20874	0,31311	0,41748	0,52186	0,62623	0,73060	0,83497	0,93934	1,04371
615	0,10522	0,21045	0,31568	0,42091	0,52614	0,63136	0,73659	0,84181	0,94704	1,05226
620	0,10608	0,21217	0,31825	0,42433	0,53041	0,63650	0,74257	0,84866	0,95474	1,06082
625	0,10693	0,21338	0,32081	0,42775	0,53469	0,64163	0,74856	0,85550	0,96243	1,06937
630	0,10779	0,21559	0,32337	0,43118	0,53897	0,64676	0,75455	0,86235	0,97013	1,07793
635	0,10864	0,21730	0,32594	0,43460	0,54324	0,65190	0,76053	0,86919	0,97783	1,08648
640	0,10950	0,21901	0,32850	0,43802	0,54752	0,65703	0,76652	0,87604	0,98553	1,09504

TAVOLA XV *(Continuazione)*.

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
645	0,11035	0,22072	0,33107	0,44144	0,55180	0,66216	0,77251	0,88288	0,99323	1,10359
650	0,11121	0,22243	0,33364	0,44486	0,55607	0,66729	0,77850	0,88972	1,00093	1,11215
655	0,11207	0,22414	0,33621	0,44828	0,56035	0,67242	0,78449	0,89656	1,00863	1,12070
660	0,11292	0,22585	0,33877	0,45170	0,56463	0,67756	0,79048	0,90341	1,01633	1,12926
665	0,11378	0,22756	0,34134	0,45513	0,56891	0,68269	0,79647	0,91025	1,02403	1,13781
670	0,11463	0,22928	0,34391	0,45855	0,57318	0,68783	0,80246	0,91710	1,03172	1,14637
675	0,11549	0,23099	0,34647	0,46197	0,57746	0,69296	0,80844	0,92394	1,03943	1,15492
680	0,11634	0,23270	0,34904	0,46540	0,58174	0,69809	0,81443	0,93079	1,04713	1,16348
685	0,11720	0,23441	0,35160	0,46882	0,58602	0,70323	0,82042	0,93763	1,05483	1,17203
690	0,11805	0,23612	0,35417	0,47224	0,59029	0,70836	0,82641	0,94448	1,06253	1,18059
695	0,11891	0,23783	0,35673	0,47566	0,59457	0,71349	0,83240	0,95132	1,07023	1,18914
700	0,11977	0,23954	0,35931	0,47908	0,59885	0,71862	0,83839	0,95816	1,07793	1,19770
705	0,12062	0,24125	0,36188	0,48250	0,60313	0,72375	0,84438	0,96500	1,08563	1,20625
710	0,12148	0,24296	0,36444	0,48592	0,60741	0,72889	0,85037	0,97185	1,09333	1,21481
715	0,12233	0,24467	0,36701	0,48935	0,61169	0,73402	0,85636	0,97869	1,10103	1,22336
720	0,12319	0,24639	0,36958	0,49277	0,61596	0,73916	0,86234	0,98554	1,10873	1,23192
725	0,12404	0,24810	0,37214	0,49619	0,62024	0,74429	0,86833	0,99238	1,11642	1,24047
730	0,12490	0,24981	0,37471	0,49962	0,62452	0,74942	0,87432	0,99923	1,12412	1,24903
735	0,12575	0,25152	0,37727	0,50304	0,62880	0,75456	0,88030	1,00607	1,13182	1,25758
740	0,12661	0,25323	0,37984	0,50646	0,63307	0,75969	0,88629	1,01292	1,13952	1,26614
745	0,12746	0,25494	0,38240	0,50988	0,63735	0,76482	0,89228	1,01976	1,14722	1,27469
750	0,12832	0,25665	0,38497	0,51330	0,64162	0,76995	0,89827	1,02660	1,15492	1,28325
755	0,12918	0,25836	0,38754	0,51672	0,64590	0,77508	0,90426	1,03344	1,16262	1,29180
760	0,13003	0,26007	0,39011	0,52014	0,65018	0,78022	0,91025	1,04029	1,17032	1,30036
765	0,13089	0,26178	0,39267	0,52357	0,65446	0,78535	0,91624	1,04713	1,17802	1,30891
770	0,13174	0,26350	0,39524	0,52699	0,65873	0,79049	0,92223	1,05398	1,18572	1,31747

TAVOLA XV *(Continuazione).*

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
775	0,13260	0,26521	0,39781	0,53041	0,66301	0,79562	0,92821	1,06082	1,19342	1,32602
780	0,13345	0,26692	0,40037	0,53383	0,66729	0,80075	0,93420	1,06767	1,20112	1,33458
785	0,13431	0,26863	0,40294	0,53725	0,67157	0,80589	0,94019	1,07451	1,20882	1,34313
790	0,13516	0,27034	0,40550	0,54067	0,67584	0,81102	0,94618	1,08136	1,21652	1,35169
795	0,13602	0,27205	0,40707	0,54409	0,68012	0,81615	0,95217	1,08820	1,22422	1,36024
800	0,13688	0,27376	0,41064	0,54752	0,68440	0,82128	0,95816	1,09504	1,23192	1,36880
805	0,13773	0,27547	0,41321	0,55094	0,68868	0,82641	0,96415	1,10118	1,23962	1,37735
810	0,13859	0,27718	0,41577	0,55436	0,69296	0,83155	0,97014	1,10873	1,24732	1,38591
815	0,13944	0,27889	0,41834	0,55779	0,69724	0,83668	0,97613	1,11557	1,25502	1,39446
820	0,14030	0,28061	0,42091	0,56121	0,70151	0,84182	0,98211	1,12242	1,26272	1,40302
825	0,14115	0,28232	0,42347	0,56463	0,70579	0,84695	0,98810	1,12926	1,27041	1,41157
830	0,14201	0,28403	0,42604	0,56806	0,71007	0,85208	0,99409	1,13611	1,27811	1,42013
835	0,14286	0,28574	0,42860	0,57148	0,71435	0,85722	1,00007	1,14295	1,28581	1,42868
840	0,14372	0,28745	0,43117	0,57490	0,71862	0,86235	1,00606	1,14980	1,29351	1,43724
845	0,14457	0,28916	0,43373	0,57832	0,72290	0,86748	1,01205	1,15664	1,30121	1,44579
850	0,14543	0,29087	0,43630	0,58174	0,72717	0,87261	1,01804	1,16348	1,30891	1,45435
855	0,14629	0,29258	0,43887	0,58516	0,73145	0,87774	1,02403	1,17032	1,31661	1,46290
860	0,14714	0,29429	0,44144	0,58858	0,73573	0,88288	1,03002	1,17717	1,32431	1,47146
865	0,14800	0,29600	0,44400	0,59201	0,74001	0,88801	1,03601	1,18401	1,33201	1,48001
870	0,14885	0,29772	0,44657	0,59543	0,74428	0,89315	1,04200	1,19086	1,33971	1,48857
875	0,14971	0,29943	0,44914	0,59885	0,74856	0,89828	1,04798	1,19770	1,34741	1,49712
880	0,15056	0,30114	0,45170	0,60228	0,75284	0,90341	1,05397	1,20455	1,35511	1,50568
885	0,15142	0,30285	0,45427	0,60570	0,75712	0,90855	1,05996	1,21139	1,36281	1,51423
890	0,15227	0,30456	0,45683	0,60912	0,76139	0,91368	1,06595	1,21824	1,37051	1,52279
895	0,15313	0,30627	0,45940	0,61354	0,76567	0,91881	1,07194	1,22508	1,37821	1,53134
900	0,15399	0,30798	0,46197	0,61596	0,76995	0,92394	1,07793	1,23192	1,38591	1,53990

TAVOLA XVI.

Riduzione a 0° delle colonne barometriche lette fra scala d'ottone.

(Nuovamente calcolata).

Per l'uso della tavola vedi le aggiunte in fine del volume.

Millimetri	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
700	0,11322	0,22644	0,33965	0,45287	0,56609	0,67931	0,79253	0,90574	1,01896	1,13218
705	0,11403	0,22805	0,34208	0,45611	0,57013	0,68416	0,79819	0,91221	1,02624	1,14027
710	0,11484	0,22967	0,34451	0,45934	0,57418	0,68901	0,80385	0,91868	1,03352	1,14835
715	0,11564	0,23129	0,34693	0,46258	0,57822	0,69386	0,80951	0,92515	1,04080	1,15644
720	0,11645	0,23291	0,34936	0,46581	0,58226	0,69872	0,81517	0,93162	1,04808	1,16453
725	0,11726	0,23452	0,35178	0,46905	0,58631	0,70357	0,82083	0,93809	1,05535	1,17261
730	0,11807	0,23614	0,35421	0,47228	0,59035	0,70842	0,82649	0,94456	1,06263	1,18070
735	0,11888	0,23776	0,35664	0,47552	0,59439	0,71327	0,83215	0,95103	1,06991	1,18879
740	0,11969	0,23938	0,35906	0,47875	0,59844	0,71813	0,83781	0,95750	1,07719	1,19688
745	0,12050	0,24099	0,36149	0,48199	0,60248	0,72298	0,84347	0,96397	1,08447	1,20496
750	0,12130	0,24261	0,36391	0,48522	0,60652	0,72783	0,84913	0,97044	1,09174	1,21305
755	0,12211	0,24423	0,36634	0,48845	0,61057	0,73268	0,85480	0,97691	1,09902	1,22114
760	0,12292	0,24584	0,36877	0,49169	0,61461	0,73753	0,86046	0,98338	1,10630	1,22922
765	0,12373	0,24746	0,37119	0,49492	0,61866	0,74239	0,86612	0,98985	1,11358	1,23731
770	0,12454	0,24908	0,37362	0,49816	0,62270	0,74724	0,87178	0,99632	1,12086	1,24540
775	0,12535	0,25070	0,37605	0,50139	0,62674	0,75209	0,87744	1,00279	1,12814	1,25348
780	0,12616	0,25231	0,37847	0,50463	0,63079	0,75694	0,88310	1,00926	1,13541	1,26157
785	0,12697	0,25393	0,38090	0,50786	0,63483	0,76180	0,88876	1,01573	1,14269	1,26966
790	0,12777	0,25555	0,38332	0,51110	0,63887	0,76665	0,89442	1,02220	1,14997	1,27775
795	0,12858	0,25717	0,38575	0,51433	0,64292	0,77150	0,90008	1,02867	1,15725	1,28583
800	0,12939	0,25878	0,38818	0,51757	0,64696	0,77635	0,90574	1,03514	1,16453	1,29392

TAVOLA XVII.

Riduzione delle colonne d'acqua a 4° C. alle colonne di mercurio a 0° equivalenti.

(Novamente calcolata).

ACQUA	MERCURIO	ACQUA	MERCURIO	ACQUA	MERCURIO	ACQUA	MERCURIO
1	0,074	26	1,912	51	3,751	76	5,590
2	0,147	27	1,986	52	3,825	77	5,663
3	0,221	28	2,059	53	3,898	78	5,737
4	0,294	29	2,133	54	3,972	79	5,810
5	0,368	30	2,206	55	4,045	80	5,884
6	0,441	31	2,279	56	4,119	81	5,958
7	0,515	32	2,353	57	4,192	82	6,031
8	0,588	33	2,427	58	4,266	83	6,105
9	0,662	34	2,500	59	4,339	84	6,178
10	0,736	35	2,574	60	4,413	85	6,252
11	0,819	36	2,647	61	4,487	86	6,325
12	0,883	37	2,721	62	4,560	87	6,399
13	0,956	38	2,794	63	4,634	88	6,472
14	1,030	39	2,868	64	4,707	89	6,546
15	1,103	40	2,942	65	4,781	90	6,620
16	1,177	41	3,016	66	4,854	91	6,693
17	1,250	42	3,089	67	4,928	92	6,767
18	1,324	43	3,163	68	5,002	93	6,840
19	1,397	44	3,236	69	5,075	94	6,914
20	1,471	45	3,310	70	5,149	95	6,987
21	1,544	46	3,383	71	5,222	96	7,061
22	1,618	47	3,457	72	5,296	97	7,134
23	1,692	48	3,530	73	5,369	98	7,208
24	1,765	49	3,604	74	5,443	99	7,282
25	1,839	50	3,678	75	5,516	100	7,355

TAVOLA XVIII.

Media pressione barometrica a varie altezze sopra il livello del mare (la temperatura dell'aria 10°).

(Dal KOHLRAUSCH, *Leitfaden ecc.*).

Altezza		PRESSIONE	Altezza		PRESSIONE
Metri	Piedi parigini		Metri	Piedi parigini	
0	0	760mm	1100	3386	666mm
100	308	751	1200	3694	658
200	616	742	1300	4002	650
300	924	733	1400	4310	642
400	1231	724	1500	4618	635
500	1539	716	1600	4926	627
600	1847	707	1700	5233	620
700	2155	699	1800	5541	612
800	2463	690	1900	5849	605
900	2771	682	2000	6157	598
1000	3078	674			

TAVOLA XIX.

Misura delle altezze mediante il termometro.

(RADAU, *Carl's Repertorium*, II. 240).

Altezze sul livello del mare	Temperatura di ebollizione	Differenza per 100m	Altezza sul livello del mare	Temperatura di ebollizione	Differenza per 100m	Altezza sul livello del mare	Temperatura di ebollizione	Differenza per 100m	Altezza sul livello del mare	Temperatura di ebollizione	Differenza per 100m
— 50m	100°,18		650m	97°,74		1500m	94°,83		3200m	89°,17	
		0°,35			0°,34			0°,34			0°,33
0	100,00		700	. 57		1600	. 49		3400	88,52	
		0,35			0,35			0,34			0,32
+ 50m	99,83		750	. 39		1700	. 15		3500	. 20	
		0,35			0,35			0,34			0,32
100	. 65		800	. 22		1800	93,82		3600	87,87	
		0,35			0,34			0,33			0,33
150	. 48		850	. 05		1900	. 48		3800	. 22	
		0,35			0,34			0,34			0,32
200	. 30		900	96,88		2000	. 15		4000	86,58	
		0,35			0,34			0,33			0,32
250	. 13		950	. 71		2100	92,81		4200	85,94	
		0,35			0,35			0,34			0,32
300	98,95		1000	. 53		2200	. 48		4400	. 30	
		0,35			0,35			0,33			0,32
350	. 78		1050	. 36		2300	. 14		4500	84,98	
		0,35			0,34			0,33			0,32
400	. 60		1100	. 19		2400	91,81		4600	. 67	
		0,35			0,34			0,33			0,32
450	. 43		1150	. 02		2500	. 48		4800	. 03	
		0,34			0,34			0,33			0,32
500	. 26		1200	95,85		2600	. 15		5000	83,40	
		0,35			0,34			0,33			0,31
550	. 08		1300	. 51		2800	90,49			.	
		0,35			0,34			0,33			
600	97,91		1400	. 17		3000	89,83				
		0,34			0,34			0,33			

TAVOLA XX *a*.

Riduzione delle temperature Réaumur a temperature centesimali.

Réaumur	Centesimali	Réaumur	Centesimali	Réaumur	Centesimali	Réaumur	Centesimali
— 30	— 37,50	— 2	— 2,50	26	32,50	54	67,50
— 29	— 36,25	— 1	— 1,25	27	33,75	55	68,75
— 28	— 35,00	0	0,00	28	35,00	56	70,00
— 27	— 33,75	+ 1	+ 1,25	29	36,25	57	71,25
— 26	— 32,50	2	2,50	30	37,50	58	72,50
— 25	— 31,25	3	3,75	31	38,75	59	73,75
— 24	— 30,00	4	5,00	32	40,00	60	75,00
— 23	— 28,75	5	6,25	33	41,25	61	76,25
— 22	— 27,50	6	7,50	34	42,50	62	77,50
— 21	— 26,25	7	8,75	35	43,75	63	78,75
— 20	— 25,00	8	10,00	36	45,00	64	80,00
— 19	— 23,75	9	11,25	37	46,25	65	81,25
— 18	— 22,50	10	12,50	38	47,50	66	82,50
— 17	— 21,25	11	13,75	39	48,75	67	83,75
— 16	— 20,00	12	15,00	40	50,00	68	85,00
— 15	— 18,75	13	16,25	41	51,25	69	86,25
— 14	— 17,50	14	17,50	42	52,50	70	87,50
— 13	— 16,25	15	18,75	43	53,75	71	88,75
— 12	— 15,00	16	20,00	44	55,00	72	90,00
— 11	— 13,75	17	21,25	45	56,25	73	91,25
— 10	— 12,50	18	22,50	46	57,50	74	92,50
— 9	— 11,25	19	23,75	47	58,75	75	93,75
— 8	— 10,00	20	25,00	48	60,00	76	95,00
— 7	— 8,75	21	26,25	49	61,25	77	96,25
— 6	— 7,50	22	27,50	50	62,50	78	97,50
— 5	— 6,25	23	28,75	51	63,75	79	98,75
— 4	— 5,00	24	30,00	52	65,00	80	100,00
— 3	— 3,75	25	31,25	53	66,25		

TAVOLA XX *b*.

Riduzione delle temperature Fahrenheit in temperature centesimali da — 40° a + 212°.

Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali
— 40	— 40,00	— 14	— 25,56	12	— 11,11	38	3,33
— 39	— 39,44	— 13	— 25,00	13	— 10,56	39	3,89
— 38	— 38,89	— 12	— 24,44	14	— 9,00	40	4,44
— 37	— 38,33	— 11	— 23,89	15	— 9,44	41	5,00
— 36	— 37,78	— 10	— 23,33	16	— 8,89	42	5,56
— 35	— 37,22	— 9	— 22,78	17	— 8,33	43	6,11
— 34	— 36,67	— 8	— 22,22	18	— 7,78	44	6,67
— 33	— 36,11	— 7	— 21,67	19	— 7,22	45	7,22
— 32	— 35,56	— 6	— 21,11	20	— 6,67	46	7,78
— 31	— 35,00	— 5	— 20,56	21	— 6,11	47	8,33
— 30	— 34,44	— 4	— 20,00	22	— 5,56	48	8,89
— 29	— 33,89	— 3	— 19,44	23	— 5,00	49	9,44
— 28	— 33,33	— 2	— 18,89	24	— 4,44	50	10,00
— 27	— 32,78	— 1	— 18,33	25	— 3,89	51	10,56
— 26	— 32,22	0	— 17,78	26	— 3,33	52	11,11
— 25	— 31,67	1	— 17,22	27	— 2,78	53	11,67
— 24	— 31,11	2	— 16,67	28	— 2,22	54	12,22
— 23	— 30,56	3	— 16,11	29	— 1,67	55	12,78
— 22	— 30,00	4	— 15,56	30	— 1,11	56	13,33
— 21	— 29,44	5	— 15,00	31	— 0,56	57	13,89
— 20	— 28,89	6	— 14,44	32	0,00	58	14,44
— 19	— 28,33	7	— 13,89	33	0,56	59	15,00
— 18	— 27,78	8	— 13,33	34	1,11	60	15,56
— 17	— 27,22	9	— 12,78	35	1,67	61	16,11
— 16	— 26,67	10	— 12,22	36	2,22	62	16,67
— 15	— 26,11	11	— 11,67	37	2,78	63	17,22

TAVOLA XX *b (Continuazione).*

Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali
64	17,78	90	32,22	116	46,67	142	61,11
65	18,33	91	32,78	117	47,22	143	61,67
66	18,89	92	33,33	118	47,78	144	62,22
67	19,44	93	33,89	119	48,33	145	62,78
68	20,00	94	34,44	120	48,89	146	63,33
69	20,56	95	35,00	121	49,44	147	63,89
70	21,11	96	35,56	122	50,00	148	64,44
71	21,67	97	36,11	123	50,56	149	65,00
72	22,22	98	36,67	124	51,11	150	65,56
73	22,78	99	37,22	125	51,67	151	66,11
74	23,33	100	37,78	126	52,22	152	66,67
75	23,89	101	38,33	127	52,78	153	67,22
76	24,44	102	38,89	128	53,33	154	67,78
77	25,00	103	39,44	129	53,89	155	68,33
78	25,56	104	40,00	130	54,44	156	68,89
79	26,11	105	40,56	131	55,00	157	69,44
80	26,67	106	41,11	132	55,56	158	70,00
81	27,22	107	41,67	133	56,11	159	70,56
82	27,78	108	42,22	134	56,67	160	71,11
83	28,33	109	42,78	135	57,22	161	71,67
84	28,89	110	43,33	136	57,78	162	72,22
85	29,44	111	43,89	137	58,33	163	72,78
86	30,00	112	44,44	138	58,89	164	73,33
87	30,56	113	45,00	139	59,44	165	73,89
88	31,11	114	45,56	140	60,00	166	74,44
89	31,67	115	46,11	141	60,56	167	75,00

TAVOLA XX *b (Continuazione).*

Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali	Fahrenheit	Centesimali
168	75,56	180	82,22	192	88,89	204	95,56
169	76,11	181	82,78	193	89,44	205	96,11
170	76,67	182	83,33	194	90,00	206	96,67
171	77,22	183	83,89	195	90,56	207	97,22
172	77,78	184	84,44	196	91,11	208	97,78
173	78,33	185	85,00	197	91,67	209	98,33
174	78,89	186	85,56	198	92,22	210	98,89
175	79,44	187	86,11	199	92,78	211	99,44
176	80,00	188	86,67	200	93,33	212	100,00
177	80,56	189	87,22	201	93,89		
178	81,11	190	87,78	202	94,44		
179	81,67	191	88,33	203	95,00		

TAVOLA XXI.

Coefficiente di dilatazione lineare.

Formula $l_t = l_0 (1 + a t + b t^2) = l_0 (1 + \beta t)$.

Sostanze	Sperimentatori	a	b	β fra 0° e 100°
Acciaio fuso francese temprato	Fizeau	0,000 011 62	0,000 000 019 95	0,000 013 62
» » » ricotto	»	0,000 010 52	0,000 000 006 2	0,000 011 13
» » inglese »	»	0,000 010 34	0,000 000 007 6	0,000 011 10
Alluminio	»	0,000 022 21	0,000 000 034 2	0,000 023 36
Antimonio	Matthiessen	0,000 009 23	0,000 000 013 2	0,000 010 55
Argento	Fizeau	0,000 018 62	0,000 000 007 35	0,000 019 35
»	Matthiessen	0,000 018 09	0,000 000 013 5	0,000 019 44

TAVOLA XXI *(Continuazione).*

Sostanze	Sperimentatori	*a*	*b*	β fra 0° e 100°
Bismuto	Matthiessen	0,000 011 67	0,000 000 014 9	0,000 013 16
Cadmio	»	0,000 026 93	0,000 000 046 6	0,000 031 59
Diamante	Fizeau	0,000 000 604	0,000 000 007 2	0,000 001 32
Ferro	»	0,000 011 36	0,000 000 009 25	0,000 012 28
Ghisa grigia	»	0,000 010 06	0,000 000 006 85	0,000 010 75
Indio	»	0,000 024 75	0,000 000 211 9	0,000 045 94
Iridio	»	0,000 006 69	0,000 000 003 95	0,000 007 08
Oro	»	0,000 014 10	0,000 000 004 15	0,000 014 51
»	Matthiessen	0,000 013 58	0,000 000 011 2	0,000 014 70
Osmio	Fizeau	0,000 005 70	0,000 000 010 9	0,000 006 79
Ottone (71,5 Cu; 27,7 Zn; 0,3 Sn; 0,5 Pb)	»	0,000 017 81	0,000 000 009 8	0,000 018 79
Palladio	»	0,000 011 24	0,000 000 006 6	0,000 011 90
»	Matthiessen	0,000 010 11	0,000 000 009 3	0,000 011 04
Piombo	Fizeau	0,000 028 29	0,000 000 011 95	0,000 029 48
»	Matthiessen	0,000 027 26	0,000 000 007 4	0,000 028 00
Platino	Fizeau	0,000 008 68	0,000 000 003 9	0,000 009 07
»	Matthiessen	0,000 008 51	0,000 000 003 5	0,000 008 86
» con 0,1 d'iridio	Fizeau	0,000 008 54	0,000 000 003 8	0,000 008 92
Rame	»	0,000 015 96	0,000 000 010 25	0,000 016 98
»	Matthiessen	0,000 014 81	0,000 000 018 5	0,000 016 66
Rodio	Fizeau	0,000 008 18	0,000 000 004 05	0,000 008 58
Rutenio	»	0,000 008 51	0,000 000 014 05	0,000 009 91
Selenio fuso	»	0,000 032 34	0,000 000 055 7	0,000 037 91
Silicio fuso	»	0,000 006 96	0,000 000 008 5	0,000 007 81
Stagno	Matthiessen	0,000 020 33	0,000 000 026 3	0,000 022 96
Tallio	Fizeau	0,000 025 65	0,000 000 057 05	0,000 031 35
Tellurio	»	0,000 014 45	0,000 000 028 75	0,000 017 32
Vetro da specchi di St. Gobain	»	0,000 007 14	0,000 000 007 9	0,000 007 93
Zinco	Matthiessen	0,000 027 41	0,000 000 023 4	0,000 029 75

TAVOLA XXII.

Dilatazione del mercurio secondo REGNAULT *(Mém. de l'Inst.* XXI, 271), e con le correzioni del GOVI *(Nuovo Cimento* (2), V-VI, 186).

Temperatura	Dilatazione da 0 a T	MEDIO COEFFICIENTE da 0 a T	VERO COEFFICIENTE a T	Temperatura	Dilatazione da 0 a T	MEDIO COEFFICIENTE da 0 a T	VERO COEFFICIENTE a T
0	0,000 000	0,000 000 00	0,000 179 01	180	0,033 039	0,000 183 55	0,000 188 09
10	0,001 793	0,000 179 26	0,000 179 51	190	0,034 922	0,000 183 80	0,000 188 59
20	0,003 590	0,000 179 51	0,000 180 02	200	0,036 811	0,000 184 05	0,000 189 10
30	0,005 393	0,000 179 77	0,000 180 52	210	0,038 704	0,000 184 31	0,000 189 60
40	0,007 201	0,000 180 02	0,000 181 03	220	0,040 603	0,000 184 56	0,000 190 11
50	0,009 014	0,000 180 27	0,000 181 53	230	0,042 507	0,000 184 81	0,000 190 61
60	0,010 831	0,000 180 52	0,000 182 04	240	0,044 415	0,000 185 06	0,000 191 12
70	0,012 654	0,000 180 78	0,000 182 54	250	0,046 329	0,000 185 32	0,000 191 62
80	0,014 482	0,000 181 03	0,000 183 05	260	0,048 248	0,000 185 57	0,000 192 13
90	0,016 315	0,000 181 28	0,000 183 55	270	0,050 171	0,000 185 82	0,000 192 63
100	0,018 153	0,000 181 53	0,000 184 05	280	0,052 100	0,000 186 07	0,000 193 13
110	0,019 996	0,000 181 78	0,000 184 56	290	0,054 034	0,000 186 32	0,000 193 64
120	0,021 844	0,000 182 04	0,000 185 06	300	0,055 973	0,000 186 58	0,000 194 14
130	0,023 698	0,000 182 29	0,000 185 57	310	0,057 917	0,000 186 83	0,000 194 65
140	0,025 556	0,000 182 54	0,000 186 07	320	0,059 866	0,000 187 08	0,000 195 15
150	0,027 419	0,000 182 79	0,000 186 58	330	0,061 820	0,000 187 33	0,000 195 66
160	0,029 287	0,000 183 05	0,000 187 08	340	0,063 779	0,000 187 59	0,000 196 16
170	0,031 161	0,000 183 30	0,000 187 59	350	0,065 743	0,000 187 84	0,000 196 67

TAVOLA XXIII.

Densità e volume dell'acqua distillata fra — 10° e 100°.

La tavola è desunta dalle esperienze di Kopp, Pierre, Despretz, Hagen, Matthiessen, Weidner e Rossetti.

(Rossetti, *Atti dell'Istituto Veneto* (3), XIII).

TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME	TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME	TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME
— 10	0,998 145	1,001 858	7	0,999 933	1,000 067	24	0,997 367	1,002 641
— 9	0,998 427	1,001 575	8	0,999 886	1,000 114	25	0,997 120	1,002 888
— 8	0,998 685	1,001 317	9	0,999 824	1,000 176	26	0,996 866	1,003 144
— 7	0,998 911	1,001 089	10	0,999 747	1,000 253	27	0,996 603	1,003 408
— 6	0,999 118	1,000 883	11	0,999 655	1,000 345	28	0,996 331	1,003 682
— 5	0,999 298	1,000 702	12	0,999 549	1,000 451	29	0,996 051	1,003 965
— 4	0,999 455	1,000 545	13	0,999 430	1,000 570	30	0,995 765	1,004 253
— 3	0,999 590	1,000 410	14	0,999 299	1,000 701	31	0,995 47	1,004 55
— 2	0,999 703	1,000 297	15	0,999 160	1,000 841	32	0,995 17	1,004 86
— 1	0,999 797	1,000 203	16	0,999 002	1,000 999	33	0,994 85	1,005 18
0	0,999 871	1,000 129	17	0,998 841	1,001 160	34	0,994 52	1,005 51
1	0,999 928	1,000,072	18	0,998 654	1,001 348	35	0,994 18	1,005 86
2	0,999 969	1,000 031	19	0,998 460	1,001 542	36	0,993 83	1,006 21
3	0,999 991	1,000 009	20	0,998 259	1,001 744	37	0,993 47	1,006 57
4	1,000 000	1,000 000	21	0,998 047	1,001 957	38	0,993 10	1,006 94
5	0,999 990	1,000 010	22	0,997 826	1,002 177	39	0,992 73	1,007 32
6	0,999 970	1,000 030	23	0,997 601	1,002 405	40	0,992 35	1,007 70

TAVOLA XXIII *(Continuazione).*

TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME	TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME	TEMPERATURA	DENSITÀ	VOLUME
41	0,991 97	1,008 09	61	0,982 86	1,017 44	81	0,971 32	1,029 52
42	0,991 58	1,008 49	62	0,982 34	1,017 98	82	0,970 70	1,030 18
43	0,991 18	1,008 89	63	0,981 82	1,018 52	83	0,970 07	1,030 85
44	0,990 78	1,009 29	64	0,981 28	1,019 08	84	0,969 43	1,031 53
45	0,990 37	1,009 71	65	0,980 74	1,019 64	85	0,968 79	1,032 21
46	0,989 96	1,010 14	66	0,980 19	1,020 21	86	0,968 15	1,032 89
47	0,989 54	1,010 57	67	0,979 64	1,020 78	87	0,967 51	1,033 58
48	0,989 10	1,011 01	68	0,979 08	1,021 37	88	0,966 87	1,034 27
49	0,988 65	1,011 48	69	0,978 51	1,021 96	89	0,966 22	1,034 97
50	0,988 19	1,011 95	70	0,977 94	1,022 56	90	0,965 56	1,035 67
51	0,987 73	1,012 43	71	0,977 36	1,023 16	91	0,964 90	1,036 38
52	0,987 25	1,012 92	72	0,976 77	1,023 78	92	0,964 23	1,037 10
53	0,986 77	1,013 41	73	0,976 18	1,024 40	93	0,963 56	1,037 82
54	0,986 29	1,013 90	74	0,975 58	1,025 03	94	0,962 88	1,038 56
55	0,985 82	1,014 39	75	0,974 98	1,025 66	95	0,962 19	1,039 31
56	0,985 35	1,014 88	76	0,974 38	1,026 30	96	0,961 49	1,040 06
57	0,984 87	1,015 37	77	0,973 77	1,026 94	97	0,960 79	1,040 82
58	0,984 38	1,015 87	78	0,973 16	1,027 58	98	0,960 08	1,041 58
59	0,983 88	1,016 38	79	0,972 55	1,028 22	99	0,959 37	1,042 35
60	0,983 38	1,016 91	80	0,971 94	1,028 87	100	0,958 65	1,043 12

TAVOLA XXIV.

Dilatazione termica d'alcuni liquidi

$$v_t = v_0 (1 + at + bt^2 + ct^3).$$

Sostanze	a	b	c	SPERIMENTATORI
Acetone	0,001 348 10	0,000 002 609 0	0,000 000 011 559 2	Kopp
Acido acetico idrato . . .	0,001 057 03	0,000 000 183 23	0,000 000 009 643 5	»
» butirrico » . . .	0,001 046 1	0,000 000 562 44	0,000 000 005 420 1	»
» formico	0,000 992 69	0,000 000 625 14	0,000 000 005 965 0	»
» solforico (p. sp. 1,755)	0,000 626	— 0,000 000 488 3	0,000 000 002 794	»
Alcool	0,001 034	0,000 001 43		Mendeljeff (da 0° a 30°)
»	0,001 041 39	0,000 000 783 6	0,000 000 017 618	Kopp (da 0° all'ebollizione)
» amilico	0,000 906 92	0,000 000 359 70	0,000 000 013 786	»
» metilico	0,001 154 35	— 0,000 000 280 46	0,000 000 027 766	»
Aldeide	0,001 546 4	0,000 006 974 5		»
Benzina	0,001 176 26	0,000 001 277 55	0,000 000 008 064 8	»
»	0,001 375 3	— 0,000 016 496	0,000 000 297 921	Pisati e Paternò
Bromo	0,001 038 18	0,000 001 711 4	0,000 000 005 447	Pierre
Cloroformio	0,001 107 15	0,000 004 664 7	0,000 000 017 432	»
Etere acetico	0,001 273 8	0,000 002 191 4	0,000 000 011 797	Kopp
» butirrico	0,001 178 17	0,000 001 309 3	0,000 000 009 560	»
» formico	0,001 364 46	0,000 000 135 38	0,000 000 039 248	»
» (solforico)	0,001 480 26	0,000 003 503 16	0,000 000 027 007	»
Olio di oliva	0,000 748	— 0,000 000 773 6	0,000 000 008 274	»
» » trementina	0,000 900 3	0,000 001 959 5	0,000 000 004 499	»
Solfuro di carbonio . . .	0,001 139 8	0,000 001 370 6	0,000 000 019 12	Pierre

TAVOLA XXV.

Dilatazione termica dei gas.

Gas	$\alpha \cdot 100$		SPERIMENTATORI
	a volume costante	a pressione costante	
Acido carbonico . . .	0,368 71	0,370 99	Regnault
» solforoso . . .	0,384 53	0,390 28	»
Aria atmosferica . . .	0,366 45	0,367 08	»
Azoto	0,366 82		»
Cianogene	0,382 90	0,387 67	»
Idrogeno	0,366 78	0,366 13	»
Ossido di carbonio . .	0,366 67	0,366 88	»
Ossigeno	0,367 41		Jolly
Protossido d'azoto . .	0,367 59	0,371 95	Regnault

TAVOLA XXVI.

Valori della quantità $1 + 0{,}00367t$ e logaritmi relativi.

(Novamente calcolata).

t	$1 + \alpha t$	$\log(1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log(1 + \alpha t)$
— 2,0	0,992 66	9,996 8005	— 1,0	0,996 33	9,998 4032
— 1,9	0,993 03	9,996 9624	— 0,9	0,996 70	9,998 5645
— 1,8	0,993 39	9,997 1198	— 0,8	0,997 06	9,998 7213
— 1,7	0,993 76	9,997 2815	— 0,7	0,997 43	9,998 8824
— 1,6	0,994 13	9,997 4132	— 0,6	0,997 80	9,999 0435
— 1,5	0,994 49	9,997 6004	— 0,5	0,998 16	9,999 2002
— 1,4	0,994 86	9,997 7620	— 0,4	0,998 53	9,999 3611
— 1,3	0,995 23	9,997 9235	— 0,3	0,998 90	9,999 5220
— 1,2	0,995 60	9,998 0849	— 0,2	0,999 27	9,999 6828
— 1,1	0,995 96	9,998 2419	— 0,1	0,999 63	9,999 8393

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
0,0	1,000 00	0,000 0000	2,6	1,009 54	0,004 1235
0,1	1,000 37	0,000 1607	2,7	1,009 91	0,004 2827
0,2	1,000 73	0,000 3169	2,8	1,010 28	0,004 4418
0,3	1,001 10	0,000 4775	2,9	1,010 64	0,004 5965
0,4	1,001 47	0,000 6379	3,0	1,011 01	0,004 7555
0,5	1,001 83	0,000 7940	3,1	1,011 38	0,004 9144
0,6	1,002 20	0,000 9544	3,2	1,011 74	0,005 0689
0,7	1,002 57	0,001 1147	3,3	1,012 11	0,005 2277
0,8	1,002 94	0,001 2750	3,4	1,012 47	0,005 3821
0,9	1,003 30	0,001 4308	3,5	1,012 84	0,005 5408
1	1,003 67	0,001 5909	3,6	1,013 21	0,005 6995
1,1	1,004 04	0,001 7510	3,7	1,013 58	0,005 8580
1,2	1,004 40	0,001 9067	3,8	1,013 95	0,006 0165
1,3	1,004 77	0,002 0667	3,9	1,014 31	0,006 1707
1,4	1,005 14	0,002 2226	4,0	1,014 68	0,006 3291
1,5	1,005 50	0,002 3821	4,1	1,015 05	0,006 4874
1,6	1,005 87	0,002 5419	4,2	1,015 41	0,006 6415
1,7	1,006 24	0,002 7016	4,3	1,015 78	0,006 7997
1,8	1,006 61	0,002 8612	4,4	1,016 15	0,006 9579
1,9	1,006 97	0,003 0165	4,5	1,016 51	0,007 1117
2,0	1,007 34	0,003 1761	4,6	1,016 88	0,007 2697
2,1	1,007 71	0,003 3356	4,7	1,017 25	0,007 4278
2,2	1,008 07	0,003 4907	4,8	1,017 62	0,007 5857
2,3	1,008 44	0,003 6501	4,9	1,017 98	0,007 7392
2,4	1,008 81	0,003 8094	5,0	1,018 35	0,007 8971
2,5	1,009 17	0,003 9643	5,1	1,018 72	0,008 0549

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
5,2	1,019 08	0,008 2083	7,8	1,028 63	0,012 2591
5,3	1,019 45	0,008 3660	7,9	1,028 99	0,012 4112
5,4	1,019 82	0,008 5236	8,0	1,029 36	0,012 5673
5,5	1,020 18	0,008 6767	8,1	1,029 73	0,012 7233
5,6	1,020 55	0,008 8344	8,2	1,030 09	0,012 8752
5,7	1,020 92	0,008 9918	8,3	1,030 46	0,013 0312
5,8	1,021 29	0,009 1491	8,4	1,030 83	0,013 1870
5,9	1,021 65	0,009 3022	8,5	1,031 19	0,013 3387
6,0	1,022 02	0,009 4594	8,6	1,031 56	0,013 4944
6,1	1,022 39	0,009 6166	8,7	1,031 93	0,013 6502
6,2	1,022 75	0,009 7695	8,8	1,032 30	0,013 8059
6,3	1,023 12	0,009 9266	8,9	1,032 66	0,013 9573
6,4	1,023 49	0,010 0836	9,0	1,033 03	0,014 1129
6,5	1,023 85	0,010 2363	9,1	1,033 40	0,014 2685
6,6	1,024 22	0,010 3933	9,2	1,033 76	0,014 4197
6,7	1,024 59	0,010 5502	9,3	1,034 13	0,014 5751
6,8	1,024 96	0,010 7069	9,4	1,034 50	0,014 7305
6,9	1,025 32	0,010 8595	9,5	1,034 86	0,014 8816
7,0	1,025 69	0,011 0162	9,6	1,035 23	0,015 0369
7,1	1,026 06	0,011 1728	9,7	1,035 60	0,015 1920
7,2	1,026 42	0,011 3251	9,8	1,035 97	0,015 3472
7,3	1,026 79	0,011 4817	9,9	1,036 33	0,015 4981
7,4	1,027 16	0,011 6380	10,0	1,036 70	0,015 6531
7,5	1,027 52	0,011 7903	10,1	1,037 07	0,015 8081
7,6	1,027 99	0,011 9889	10,2	1,037 43	0,015 9588
7,7	1,028 26	0,012 1029	10,3	1,037 80	0,016 1137

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
10,4	1,038 17	0,016 2685	13,0	1,047 71	0,020 2411
10,5	1,038 53	0,016 4181	13,1	1,048 08	0,020 3945
10,6	1,038 90	0,016 5737	13,2	1,048 44	0,020 5436
10,7	1,039 27	0,016 7283	13,3	1,048 81	0,020 6969
10,8	1,039 64	0,016 8830	13,4	1,049 28	0,020 8914
10,9	1,040 00	0,017 0333	13,5	1,049 54	0,020 9989
11,0	1,040 37	0,017 1878	13,6	1,049 91	0,021 1520
11,1	1,040 74	0,017 3005	13,7	1,050 28	0,021 3051
11,2	1,041 10	0,017 4924	13,8	1,050 65	0,021 4581
11,3	1,041 47	0,017 6468	13,9	1,051 01	0,021 6068
11,4	1,041 84	0,017 8011	14,0	1,051 38	0,021 7597
11,5	1,042 20	0,017 9511	14,1	1,051 75	0,021 9125
11,6	1,042 57	0,018 1052	14,2	1,052 11	0,022 0611
11,7	1,042 94	0,018 2593	14,3	1,052 48	0,022 2138
11,8	1,043 31	0,018 4134	14,4	1,052 85	0,022 3665
11,9	1,043 67	0,018 5632	14,5	1,053 21	0,022 5150
12,0	1,044 04	0,018 7171	14,6	1,053 58	0,022 6675
12,1	1,044 41	0,018 8711	14,7	1,053 95	0,022 8200
12,2	1,044 77	0,019 0207	14,8	1,054 32	0,022 9724
12,3	1,045 14	0,019 1744	14,9	1,054 68	0,023 1208
12,4	1,045 51	0,019 3282	15,0	1,055 05	0,023 2731
12,5	1,045 87	0,019 4776	15,1	1,055 42	0,023 4253
12,6	1,046 24	0,019 6313	15,2	1,055 78	0,023 5735
12,7	1,046 61	0,019 7849	15,3	1,056 15	0,023 7256
12,8	1,047 08	0,019 9799	15,4	1,056 52	0,023 8777
12,9	1,047 34	0,020 0877	15,5	1,056 88	0,024 0257

TAVOLA XXVI *(Continuazione)*.

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
15,6	1,057 25	0,024 1778	18,2	1,066 79	0,028 0789
15,7	1,057 62	0,024 3296	18,3	1,067 16	0,028 2295
15,8	1,058 09	0,024 5226	18,4	1,067 53	0,028 3801
15,9	1,058 35	0,024 6293	18,5	1,067 89	0,028 5265
16,0	1,058 72	0,024 7811	18,6	1,068 26	0,028 6770
16,1	1,059 09	0,024 9328	18,7	1,068 63	0,028 8274
16,2	1,059 45	0,025 0805	18,8	1,069 00	0,028 9777
16,3	1,059 82	0,025 2321	18,9	1,069 36	0,029 1239
16,4	1,060 19	0,025 3836	19,0	1,069 73	0,029 2741
16,5	1,060 55	0,025 5311	19,1	1,070 10	0,029 4244
16,6	1,060 92	0,025 6826	19,2	1,070 46	0,029 5704
16,7	1,061 39	0,025 8750	19,3	1,070 83	0,029 7205
16,8	1,061 66	0,025 9854	19,4	1,071 20	0,029 8300
16,9	1,062 02	0,026 1327	19,5	1,071 56	0,030 0165
17,0	1,062 39	0,026 2839	19,6	1,071 93	0,030 1664
17,1	1,062 76	0,026 4352	19,7	1,072 30	0,030 3163
17,2	1,063 12	0,026 5823	19,8	1,072 66	0,030 4620
17,3	1,063 49	0,026 7334	19,9	1,073 03	0,030 6118
17,4	1,063 86	0,026 8845	20,0	1,073 40	0,030 7616
17,5	1,064 22	0,027 0315	20,1	1,073 77	0,030 9113
17,6	1,064 59	0,027 1824	20,2	1,074 13	0,031 0568
17,7	1,064 96	0,027 3333	20,3	1,074 50	0,031 2064
17,8	1,065 33	0,027 4841	20,4	1,074 87	0,031 3560
17,9	1,065 69	0,027 6309	20,5	1,075 23	0,031 5014
18,0	1,066 06	0,027 7817	20,6	1,075 60	0,031 6508
18,1	1,066 43	0,027 9323	20,7	1,075 97	0,031 8002

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
20,8	1,076 34	0,031 9495	23,4	1,085 88	0,035 7818
20,9	1,076 70	0,032 0947	23,5	1,086 24	0,035 9258
21,0	1,077 07	0,032 2440	23,6	1,086 61	0,036 0737
21,1	1,077 44	0,032 3932	23,7	1,086 98	0,036 2255
21,2	1,077 80	0,032 5382	23,8	1,087 35	0,036 3693
21,3	1,078 17	0,032 6872	23,9	1,087 71	0,036 5131
21,4	1,078 54	0,032 8363	24,0	1,088 08	0,036 6608
21,5	1,078 90	0,032 9812	24,1	1,088 45	0,036 8084
21,6	1,079 27	0,033 1301	24,2	1,088 81	0,036 9521
21,7	1,079 64	0,033 2789	24,3	1,089 18	0,037 0997
21,8	1,080 01	0,033 4278	24,4	1,089 55	0,037 2471
21,9	1,080 37	0,033 5725	24,5	1,089 91	0,037 3907
22,0	1,080 74	0,033 7212	24,6	1,090 28	0,037 5380
22,1	1,081 11	0,033 8699	24,7	1,090 65	0,037 6853
22,2	1,081 47	0,034 0145	24,8	1,091 02	0,037 8327
22,3	1,081 84	0,034 1630	24,9	1,091 38	0,037 9760
22,4	1,082 21	0,034 3105	25,0	1,091 75	0,038 1231
22,5	1,082 57	0,034 4560	25,1	1,092 12	0,038 2703
22,6	1,082 94	0,034 6044	25,2	1,092 48	0,038 4135
22,7	1,083 31	0,034 7527	25,3	1,092 85	0,038 5605
22,8	1,083 68	0,034 9011	25,4	1,093 22	0,038 7075
22,9	1,084 04	0,035 0453	25,5	1,093 58	0,038 8505
23,0	1,084 41	0,035 1935	25,6	1,093 95	0,038 9974
23,1	1,084 78	0,035 3416	25,7	1,094 32	0,039 1443
23,2	1,085 14	0,035 4850	25,8	1,094 69	0,039 2910
23,3	1,085 51	0,035 6338	25,9	1,095 05	0,039 4339

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
26,0	1,095 42	0,039 5806	28,6	1,104 96	0,043 3466
26,1	1,095 79	0,039 7273	28,7	1,105 33	0,043 4920
26,2	1,096 15	0,039 8699	28,8	1,105 70	0,043 6373
26,3	1,096 52	0,040 0165	28,9	1,106 06	0,043 7786
26,4	1,096 89	0,040 1629	29,0	1,106 43	0,043 9240
26,5	1,097 25	0,040 3055	29,1	1,106 80	0,044 0692
26,6	1,097 62	0,040 4520	29,2	1,107 16	0,044 2104
26,7	1,097 99	0,040 5984	29,3	1,107 53	0,044 3555
26,8	1,098 36	0,040 7447	29,4	1,107 90	0,044 5006
26,9	1,098 72	0,040 8870	29,5	1,108 26	0,044 6416
27,0	1,099 09	0,041 0332	29,6	1,108 63	0,044 7867
27,1	1,099 46	0,041 1794	29,7	1,109 00	0,044 9315
27,2	1,099 82	0,041 3216	29,8	1,109 37	0,045 0764
27,3	1,100 19	0,041 4677	29,9	1,109 73	0,045 2173
27,4	1,100 56	0,041 6137	30,0	1,110 10	0,045 3621
27,5	1,100 92	0,041 7558	30,1	1,110 47	0,045 5069
27,6	1,101 29	0,041 9017	30,2	1,110 83	0,045 6476
27,7	1,101 66	0,042 0475	30,3	1,111 20	0,045 7922
27,8	1,102 03	0,042 1934	30,4	1,111 57	0,045 9369
27,9	1,102 39	0,042 3352	30,5	1,111 93	0,046 0774
28,0	1,102 76	0,042 4810	30,6	1,112 30	0,046 2219
28,1	1,103 13	0,042 6267	30,7	1,112 67	0,046 3664
28,2	1,103 49	0,042 7684	30,8	1,113 04	0,046 5108
28,3	1,103 86	0,042 9140	30,9	1,113 40	0,046 6512
28,4	1,104 23	0,043 0595	31,0	1,113 77	0,046 7955
28,5	1,104 59	0,043 2010	31,1	1,114 14	0,046 9398

TAVOLA XXVI *(Continuazione)*.

t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$	t	$1 + \alpha t$	$\log (1 + \alpha t)$
31,2	1,114 50	0,047 0801	33,8	1,124 05	0,050 7856
31,3	1,114 87	0,047 2243	33,9	1,124 41	0,050 9247
31,4	1,115 24	0,047 3684	34,0	1,124 78	0,051 0676
31,5	1,115 60	0,047 5085	34,1	1,125 15	0,051 2104
31,6	1,115 97	0,047 6526	34,2	1,125 51	0,051 3494
31,7	1,116 34	0,047 7965	34,3	1,125 88	0,051 4921
31,8	1,116 71	0,047 9404	34,4	1,126 25	0,051 6348
31,9	1,117 07	0,048 0805	34,5	1,126 61	0,051 7736
32,0	1,117 44	0,048 2243	34,6	1,126 98	0,051 9163
32,1	1,117 81	0,048 3680	34,7	1,127 35	0,052 0588
32,2	1,118 17	0,048 5078	34,8	1,127 72	0,052 2013
32,3	1,118 54	0,048 6516	34,9	1,128 08	0,052 3399
32,4	1,118 91	0,048 7952	35,0	1,128 45	0,052 4824
32,5	1,119 27	0,048 9349	36	1,132 12	0,053 8925
32,6	1,119 64	0,049 0784	37	1,135 79	0,055 2980
32,7	1,120 01	0,049 2219	38	1,139 46	0,056 6991
32,8	1,120 38	0,049 3654	39	1,143 13	0,058 0956
32,9	1,120 74	0,049 5049	40	1,146 80	0,059 4877
33,0	1,121 11	0,049 6483	41	1,150 47	0,060 8752
33,1	1,121 48	0,049 7916	42	1,154 14	0,062 2584
33,2	1,121 84	0,049 9309	43	1,157 81	0,063 6373
33,3	1,122 21	0,050 0355	44	1,161 48	0,065 0116
33,4	1,122 58	0,050 2173	45	1,165 15	0,066 3818
33,5	1,122 94	0,050 3565	46	1,168 82	0,067 7477
33,6	1,123 31	0,050 4937	47	1,172 49	0,069 1092
33,7	1,123 68	0,050 6427	48	1,176 16	0,070 4664

TAVOLA XXVI *(Continuazione).*

t	$1+\alpha t$	$\log(1+\alpha t)$	t	$1+\alpha t$	$\log(1+\alpha t)$
49	1,179 83	0,071 8195	75	1,275 25	0,105 5953
50	1,183 50	0,073 1683	76	1,278 92	0,106 8434
51	1,187 17	0,074 5129	77	1,282 59	0,107 0878
52	1,190 84	0,075 8534	78	1,286 26	0,109 3287
53	1,194 51	0,077 1893	79	1,289 93	0,110 5661
54	1,198 18	0,078 5220	80	1,293 60	0,111 8000
55	1,201 85	0,079 8502	81	1,297 27	0,113 0303
56	1,205 52	0,081 1745	82	1,300 94	0,114 2573
57	1,209 19	0,082 4945	83	1,304 61	0,115 4807
58	1,212 86	0,083 8107	84	1,308 28	0,116 7003
59	1,216 53	0,085 1228	85	1,311 95	0,117 9172
60	1,220 20	0,083 4310	86	1,315 62	0,119 1298
61	1,223 87	0,087 7353	87	1,319 29	0,120 3403
62	1,227 54	0,089 0357	88	1,322 96	0,121 5467
63	1,231 21	0,090 3321	89	1,326 63	0,122 7498
64	1,234 88	0,091 6248	90	1,330 30	0,123 9496
65	1,238 55	0,092 9135	91	1,333 97	0,125 1461
66	1,242 22	0,094 1985	92	1,337 64	0,126 3393
67	1,245 89	0,095 4797	93	1,341 31	0,127 5291
68	1,249 56	0,096 7572	94	1,344 98	0,128 7158
69	1,253 23	0,098 0308	95	1,348 65	0,129 8993
70	1,256 90	0,099 3007	96	1,352 32	0,131 0794
71	1,260 57	0,100 5670	97	1,355 99	0,132 2565
72	1,264 24	0,101 8295	98	1,359 66	0,133 4304
73	1,267 91	0,103 0884	99	1,363 33	0,134 6009
74	1,271 58	0,104 3437	100	1,367 00	0,135 7685

TAVOLA XXVII.

Valori della quantità $\frac{0{,}001\,292\,756}{(1 + 0{,}00367\,t)\,760}$.

(Novamente calcolata).

Temperatura		Differenza per 0°,1	Temperatura		Differenza per 0°,1	Temperatura		Differenza per 0°,1
— 10°	0,00 000 176 580		1°	0,00 000 169 478		12°	0,00 000 162 925	
		67,2			61,8			57,2
— 9,5	176 244		1,5	169 169		12,5	162 639	
		67,0			61,8			57,0
— 9	175 909		2	168 860		13	162 354	
		66,6			61,4			56,8
— 8,5	175 576		2,5	168 553		13,5	162 070	
		66,4			61,2			56,6
— 8	175 244		3	168 247		14	161 787	
		66,0			60,8			56,4
— 7,5	174 914		3,5	167 943		14,5	161 505	
		66,0			60,8			56,2
— 7	174 584		4	167 639		15	161 224	
		65,6			60,4			56,0
— 6,5	174 256		4,5	167 337		15,5	160 944	
		65,4			60,4			55,8
— 6	173 929		5	167 035		16	160 665	
		65,2			60,0			55,6
— 5,5	173 603		5,5	166 735		16,5	160 387	
		64,8			60,0			55,4
— 5	173 279		6	166 435		17	160 110	
		64,6			59,6			55,2
— 4,5	172 956		6,5	166 137		17,5	159 834	
		64,4			59,6			55,0
— 4	172 634		7	165 839		18	159 559	
		64,2			59,2			54,8
— 3,5	172 313		7,5	165 543		18,5	159 285	
		64,0			59,0			54,8
— 3	171 993		8	165 248		19	159 011	
		63,8			58,8			54,4
— 2,5	171 674		8,5	164 954		19,5	158 739	
		63,4			58,6			54,2
— 2	171 357		9	164 661		20	158 468	
		63,2			58,4			54,0
— 1,5	171 041		9,5	164 369		20,5	158 198	
		63,0			58,2			54,0
— 1	170 726		10	164 078		21	157 928	
		62,6			58,0			53,6
— 0,5	170 413		10,5	163 788		21,5	157 660	
		62,6			57,8			53,6
0	170 100		11	163 499		22	157 392	
		62,2			57,4			53,4
+ 0,5	169 789		11,5	163 212		22,5	157 125	
		62,2			57,4			53,3
1	169 478		12	162 925		23	156 859	

TAVOLA XXVII *(Continuazione).*

Temperatura		Differenza per 0°,1	Temperatura		Differenza per 0°,1	Temperatura		Differenza per 0°,1
23°	0,00 000 156 859		29°	0,00 000 153 737		35°	0,00 000 150 737	
		53,0			50,8			49,0
23,5	156 594		29,5	153 483		35,5	150 492	
		52,8			50,8			48,8
24	156 330		30	153 229		36	150 248	
		52,6			50,6			48,6
24,5	156 067		30,5	152 976		36,5	150 005	
		52,6			50,4			48,6
25	155 804		31	152 724		37	149 762	
		52,2			50,2			48,2
25,5	155 543		31,5	152 473		37,5	149 521	
		52,2			50,0			48,2
26	155 282		32	152 223		38	149 280	
		51,8			50,0			48,0
26,5	155 023		32,5	151 973		38,5	149 040	
		51,8			49,8			47,8
27	154 764		33	151 724		39	148 801	
		51,6			49,6			47,8
27,5	154 506		33,5	151 476		39,5	148 562	
		51,4			49,4			47,4
28	154 249		34	151 229		40	148 325	
		51,2			49,4			
28,5	153 993		34,5	150 982				
		51,2			49,0			
29	153 737		35	150 737				

TAVOLA XXVIII.

Temperatura di fusione d'alcuni corpi.

Sostanze	Temperature	Osservatori	Sostanze	Temperature	Osservatori
Acciaio	1300°-1400°	Pouillet	Acido solforoso . . .	— 76°,1	Faraday
Acido azotico concentrato	— 45,5	Parry	» stearico . . .	75	Chevreul
» bromidrico . . .	— 86	Faraday	Acqua dell'Adriatico .	— 2	Rossetti
» carbonico . . .	— 58	»	Alcool (incerta) . . .	— 130	Despretz
» iodidrico	— 51	»	Ammoniaca	— 75	Faraday
» margarico . . .	60	Chevreul	Antimonio	432	Pouillet
» solfidrico	— 85,6	Faraday	Argento	1000	»
» solforico concentrato	— 25		Bario	1800	Clarke

TAVOLA XXVIII *(Continuazione)*.

Sostanze	Temperature	Osservatori	Sostanze	Temperature	Osservatori
Bismuto	264°	Rudberg	Olio di mandorle	— 9°	
Bromo	— 22,5	Löwig	» » oliva	5	
Bronzo	900	Pouillet	» » papavero	— 3	Schübler
Burro	32	Chevreul	» » ravizzone	1	»
Cadmio	315	Wislicenus	» » trementina	— 27	
Canfora	175		Oro puro	1200-1250	Pouillet
Cera bianca	68	Pouillet	» con $\frac{1}{10}$ di rame	1180	»
» gialla	61,5	Gay Lussac	Palladio	1700	Vauquelin
Cianogene	— 35	Faraday	Paraffina	46,3	Bunsen
Cobalto	1500	Pouillet	Piombo	325	Rudberg
Cromo	1500	»	Platino	2000	Deville e Debray
Etere nitrico	— 52	Parry	Potassio	62,5	Wislicenus
» (solforico)	— 89,9	Mitchell	Protossido d'azoto	— 115	Natterer
Fosforo	44,2	Desains	Rame	1000-1090	Pouillet
Ferro battuto inglese	1600	Pouillet	Rodio	1750	Clarke
Ghisa bianca	1050-1100	»	Rubidio	38,5	Wislicenus
» grigia	1100-1200	»	Sego	33-40	
Iodio	104	Gay Lussac	Selenio puro	250	Sacc
Iridio	1800	Bunsen	Sodio	95,5	Wislicenus
Lega di d'Arcet (3 Sn, 5 Pb, 8 Bi)	100		Solfo	107	Hopkins
» di Newton (3 Sn, 2 Pb, 5 Bi)	100		Solfuro di carbonio	— 52	Gay Lussac
» di Rose (3 Sn, 8 Pb, 8 Bi)	95		Spermaceti	47,7	Bunsen
» di Wood (2 Sn, 4 Pb, 7 Bi, 1 Cd)	70	Wood	»	51,0	Hopkins
Litio	180	Wislicenus	Stagno	228	Rudberg
Magnesio	1050		Stearina	43-50	
Mercurio	— 39	Berzelius	Stronzio	1800	Davy
Molibdeno	1500	Pouillet	Tallio	290	
Nichelio	1500	»	Uranio	1800	Clarke
			Zinco	423	Pouillet

TAVOLA XXIX.

Temperatura di ebollizione di alcuni liquidi sotto la pressione di 760mm.

Sostanze	TEMPERATURE	SPERIMENTATORI
Acetone	56°,30	Kopp e Regnault
Acido acetico idrato	117,3	Kopp
» azotico (densità 1,522)	86	
» benzoico	245	Mitscherlich
» butirrico idrato	157,0	Kopp
» carbonico	— 78,2	Regnault
» cloridrico idrato	110	
» clorosolforico	77,0	Regnault
» formico	105,3	Kopp
» prussico	26,5	Gay Lussac
» solforico monoidrato	310-325	
» solforoso	— 10,08	Regnault
» valerianico	132	Otto
Acqua	100	
Alcool	78,26	Regnault
»	78,4	Kopp
» amilico	131,1	»
» metilico	65,5	»
» »	66,78	Regnault
Aldeide	20,8	Kopp
Ammoniaca liquefatta	— 38,5	Regnault
Benzina	80,36	»
Bicloruro di carbonio (press. 748mm)	78,1	Pierre
» di stagno (press. 753mm)	115,4	»

TAVOLA XXIX *(Continuazione).*

Sostanze	TEMPERATURE	SPERIMENTATORI
Bromo	63°,0	Pierre
Bromuro di fosforo	175,3	»
» di silicio (press. 762^{mm})	153,3	»
Cadmio	860	Deville e Troost
Canfora	104	Dumas
Clorale	94	»
Cloro liquefatto	— 33,6	Regnault
Cloroformio	60,16	»
Cloruro d'amile (press. 752^{mm})	101,7	Pierre
» d'arsenico (press. 757^{mm})	138,8	»
» di carbonio	76,50	Regnault
Essenza di trementina	159,15	»
Etere acetico	74,3	Kopp
» bromidrico (press. 757^{mm})	40,7	Pierre
» butirrico	114,8	Kopp
» carbonico	125	Ettling
» cloridrico	12,50	Regnault
» formico	54,9	Kopp
» iodidrico	64,5	Gay Lussac
» nitrico	21	Dumas
» ossalico	184	»
» solforico	34,97	Regnault
» solforoso (press. 769^{mm})	160,3	Pierre
Fosforo	290	Mitscherlich

TAVOLA XXIX *(Continuazione).*

Sostanze	TEMPERATURE	SPERIMENTATORI
Iodio	175	Dumas
Ioduro di metile (press. 750^{mm})	43,8	Pierre
Liquore degli Olandesi (press. 762^{mm})	84,9	»
Mercurio	357,25	Regnault
Nafta	85,5	Saussure
Naftalina	212	Dumas
Olio di lino	316	Murray
Paramilene	160	Cahours
Petrolio	280	Boussingault
Protocloruro di carbonio	120	Regnault
» di fosforo (press. 751^{mm})	78,3	Pierre
» di solfo	138	Dumas
Protossido d'azoto	— 87,9	Regnault
Solfo	447,5	»
Solfuro di carbonio	46,20	»
Soluzione di azotato di potassa (335,1 parti di sale su 100 d'acqua)	115,7	Legrand
Soluzione di carbonato di soda (48,5 di sale su 100 d'acqua)	104,63	»
Soluzione di cloruro d'ammonio (88,9 parti di sale su 100 d'acqua)	114,2	»
Soluzione di cloruro di sodio (41,2 parti di sale su 100 d'acqua)	108,2	»
Soluzione di cloruro di calcio (73,6 parti di sale su 100 d'acqua)	120	»
Zinco	1040	Deville e Troost

TAVOLA XXX.

Forze elastiche del vapor d'acqua da — 32° a + 230° secondo Regnault (*Mém. de l'Acad.* XXI, 624) e con le correzioni del Moritz (*Carl's Repert.*, VI, 221).

TEMPERATURE	FORZE ELAST.CHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
— 32	0,320		— 12	1,783		8	8,017		28	28,101	
		0,032			0,148			0,557			1,681
— 31	0,352		— 11	1,931		9	8,574		29	29,782	
		0,035			0,161			0,591			1,766
— 30	0,387		— 10	2,092		10	9,165		30	31,548	
		0,037			0,173			0,627			1,858
— 29	0,424		— 9	2,265		11	9,792		31	33,406	
		0,040			0,188			0,665			1,953
— 28	0,464		— 8	2,453		12	10,457		32	35,359	
		0,044			0,202			0,705			2,052
— 27	0,508		— 7	2,655		13	11,162		33	37,411	
		0,047			0,218			0,746			2,154
— 26	0,555		— 6	2,873		14	11,908		34	39,565	
		0,051			0,235			0,791			2,262
— 25	0,606		— 5	3,108		15	12,699		35	41,827	
		0,055			0,255			0,837			2,374
— 24	0,661		— 4	3,363		16	13,536		36	44,201	
		0,059			0,274			0,885			2,490
— 23	0,720		— 3	3,637		17	14,421		37	46,691	
		0,064			0,297			0,936			2,611
— 22	0,784		— 2	3,934		18	15,357		38	49,302	
		0,069			0,310			0,989			2,737
— 21	0,853		— 1	4,254		19	16,346		39	52,039	
		0,074			0,346			1,045			2,867
— 20	0,927		0	4,600		20	17,391		40	54,906	
		0,081			0,340			1,104			3,003
— 19	1,008		1	4,940		21	18,495		41	57,909	
		0,087			0,362			1,164			3,145
— 18	1,095		2	5,302		22	19,659		42	61,054	
		0,094			0,385			1,229			3,291
— 17	1,189		3	5,687		23	20,888		43	64,345	
		0,101			0,410			1,296			3,444
— 16	1,290		4	6,097		24	22,184		44	67,789	
		0,109			0,437			1,366			3,601
— 15	1,399		5	6,534		25	23,550		45	71,390	
		0,119			0,464			1,438			3,766
— 14	1,518		6	6,998		26	24,988		46	75,156	
		0,127			0,494			1,517			3,935
— 13	1,645		7	7,492		27	26,505		47	79,091	
		0,138			0,525			1,596			4,112
— 12	1,783		8	8,017		28	28,101		48	83,203	

TAVOLA XXX *(Continuazione)*.

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
48	83,203		71	243,380		94	610,661		117	1354,660	
		4,294			10,680			23,031			44,360
49	87,497		72	254,060		95	633,692		118	1399,020	
		4,483			11,072			23,751			45,530
50	91,980		73	265,132		96	657,443		119	1444,550	
		4,679			11,476			24,488			46,730
51	96,659		74	276,608		97	681,931		120	1491,280	
		4,882			11,892			25,243			47,970
52	101,541		75	288,500		98	707,174		121	1539,250	
		5,092			12,320			26,017			49,220
53	106,633		76	300,820		99	733,191		122	1588,470	
		5,309			12,759			26,809			50,490
54	111,942		77	313,579		100	760,000		123	1638,960	
		5,533			13,210			27,621			51,80
55	117,475		78	326,789		101	787,621		124	1690,76	
		5,766			13,675			28,453			53,12
56	123,241		79	340,464		102	816,074		125	1743,88	
		6,006			14,152			29,206			54,47
57	129,247		80	354,616		103	845,280		126	1798,35	
		6,254			14,642			30,130			55,86
58	135,501		81	369,258		104	875,410		127	1854,21	
		6,510			15,146			31,000			57,26
59	142,011		82	384,404		105	906,410		128	1911,47	
		6,775			15,664			31,900			58,68
60	148,786		83	400,068		106	938,310		129	1970,15	
		7,048			16,194			32,830			60,13
61	155,834		84	416,262		107	971,140		130	2030,28	
		7,330			16,740			33,770			61,66
62	163,164		85	433,002		108	1004,910		131	2091,94	
		7,621			17,299			34,740			63,09
63	170,785		86	450,301		109	1039,650		132	2155,03	
		7,922			17,874			35,720			64,66
64	178,707		87	468,175		110	1075,370		133	2219,69	
		8,231			18,463			36,720			66,23
65	186,938		88	486,638		111	1112,090		134	2285,92	
		8,550			19,067			37,740			67,81
66	195,488		89	505,705		112	1149,830		135	2353,73	
		8,880			19,687			38,780			69,43
67	204,368		90	525,392		113	1188,610		136	2423,16	
		9,218			20,323			39,860			71,07
68	213,586		91	545,715		114	1228,470		137	2494,23	
		9,568			20,975			40,940			72,77
69	223,154		92	566,690		115	1269,410		138	2567,00	
		9,928			21,643			42,060			74,44
70	233,082		93	588,333		116	1311,470		139	2641,44	
		10,298			22,328			43,190			76,19
71	243,380		94	610,661		117	1354,660		140	2717,63	

TAVOLA XXX *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
140	2717,63	
		77,94
141	2795,57	
		79,73
142	2875,30	
		81,56
143	2956,86	
		83,40
144	3040,26	
		85,29
145	3125,55	
		87,19
146	3212,74	
		89,13
147	3301,87	
		91,11
148	3392,98	
		93,11
149	3486,09	
		95,14
150	3581,22	
		97,20
151	3678,43	
		99,31
152	3777,74	
		101,44
153	3879,18	
		103,59
154	3982,77	
		105,79
155	4088,56	
		108,03
156	4196,59	
		110,29
157	4306,88	
		112,57
158	4419,45	
		115,91
159	4534,36	
		117,26
160	4651,62	
		119,66
161	4771,28	
		122,08
162	4893,36	
		124,55
163	5017,91	

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
163	5017,91	
		127,06
164	5144,97	
		129,57
165	5274,54	
		132,15
166	5406,69	
		134,74
167	5541,43	
		137,39
168	5678,82	
		140,08
169	5818,90	
		142,76
170	5961,66	
		145,53
171	6107,19	
		148,29
172	6255,48	
		151,12
173	6406,60	
		153,95
174	6560,55	
		156,88
175	6717,43	
		159,79
176	6877,22	
		162,75
177	7039,97	
		165,75
178	7205,72	
		168,80
179	7374,52	
		171,87
180	7546,39	
		174,98
181	7721,37	
		178,15
182	7899,52	
		181,32
183	8080,84	
		184,56
184	8265,40	
		187,83
185	8453,23	
		191,12
186	8644,35	

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
186	8644,35	
		194,47
187	8838,82	
		197,86
188	9036,68	
		201,27
189	9237,95	
		204,75
190	9442,70	
		208,23
191	9650,93	
		211,78
192	9862,71	
		215,33
193	10078,04	
		218,97
194	10297,01	
		222,62
195	10519,63	
		226,32
196	10745,95	
		229,05
197	10975,00	
		234,82
198	11209,82	
		237,64
199	11447,46	
		241,50
200	11688,96	
		245,41
201	11934,37	
		249,32
202	12183,69	
		253,31
203	12437,00	
		257,30
204	12694,30	
		261,36
205	12955,66	
		265,46
206	13221,12	
		269,63
207	13490,75	
		273,78
208	13764,53	
		277,99
209	14042,52	

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE mill.	DIFFERENZE per 1°
209	14042,52	
		282,28
210	14324,80	
		286,52
211	14611,32	
		290,90
212	14902,22	
		295,26
213	15197,48	
		299,69
214	15497,17	
		304,16
215	15801,33	
		308,61
216	16109,94	
		313,21
217	16423,15	
		317,75
218	16740,90	
		322,39
219	17063,29	
		327,07
220	17390,36	
		331,77
221	17722,13	
		336,51
222	18058,64	
		341,30
223	18399,94	
		346,13
224	18746,07	
		350,97
225	19097,04	
		355,88
226	19452,92	
		360,84
227	19813,76	
		365,85
228	20179,61	
		370,87
229	20550,48	
		375,92
230	20926,40	

TAVOLA XXXI.

Forze elastiche del vapor d'acqua da — 10° a + 35° secondo Regnault e colle correzioni del Moritz.

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm
—10°,0	2,092	0,017	—7°,8	2,492	0,020	—5°,6	2,965	0,023	—3°,4	3,525	0,028
— 9,9	2,109	0,017	— 7,7	2,512	0,020	— 5,5	2,988	0,024	— 3,3	3,553	0,028
— 9,8	2,126	0,017	— 7,6	2,532	0,020	— 5,4	3,012	0,024	— 3,2	3,581	0,028
— 9,7	2,143	0,017	— 7,5	2,552	0,020	— 5,3	3,036	0,024	— 3,1	3,609	0,028
— 9,6	2,160	0,017	— 7,4	2,572	0,020	— 5,2	3,060	0,024	— 3,0	3,637	0,029
— 9,5	2,177	0,017	— 7,3	2,592	0,021	— 5,1	3,084	0,024	— 2,9	3,666	0,029
— 9,4	2,194	0,018	— 7,2	2,613	0,021	— 5,0	3,108	0,025	— 2,8	3,695	0,029
— 9,3	2,212	0,018	— 7,1	2,634	0,021	— 4,9	3,133	0,025	— 2,7	3,724	0,029
— 9,2	2,230	0,018	— 7,0	2,655	0,021	— 4,8	3,158	0,025	— 2,6	3,753	0,030
— 9,1	2,247	0,018	— 6,9	2,676	0,021	— 4,7	3,183	0,025	— 2,5	3,783	0,030
— 9,0	2,265	0,018	— 6,8	2,697	0,021	— 4,6	3,208	0,025	— 2,4	3,813	0,030
— 8,9	2,283	0,018	— 6,7	2,718	0,022	— 4,5	3,233	0,026	— 2,3	3,843	0,030
— 8,8	2,302	0,018	— 6,6	2,740	0,022	— 4,4	3,259	0,026	— 2,2	3,873	0,030
— 8,7	2,320	0,018	— 6,5	2,762	0,022	— 4,3	3,284	0,026	— 2,1	3,903	0,031
— 8,6	2,339	0,019	— 6,4	2,784	0,022	— 4,2	3,310	0,026	— 2,0	3,934	0,031
— 8,5	2,357	0,019	— 6,3	2,806	0,022	— 4,1	3,336	0,026	— 1,9	3,965	0,031
— 8,4	2,376	0,019	— 6,2	2,828	0,022	— 4,0	3,363	0,027	— 1,8	3,996	0,031
— 8,3	2,395	0,019	— 6,1	2,850	0,023	— 3,9	3,389	0,027	— 1,7	4,028	0,031
— 8,2	2,414	0,019	— 6,0	2,873	0,023	— 3,8	3,416	0,027	— 1,6	4,059	0,032
— 8,1	2,433	0,019	— 5,9	2,896	0,023	— 3,7	3,443	0,027	— 1,5	4,091	0,032
— 8,0	2,453	0,020	— 5,8	2,919	0,023	— 3,6	3,470	0,027	— 1,4	4,123	0,032
— 7,9	2,472	0,020	— 5,7	2,942	0,023	— 3,5	3,497	0,028	— 1,3	4,156	0,032
— 7,8	2,492		— 5,6	2,965		— 3,4	3,525		— 1,2	4,188	

TAVOLA XXXI *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm
—1°,2	4,188	0,033	1°,2	5,011	0,036	3°,6	5,930	0,042	6°,0	6,998	0,048
— 1,1	4,221	0,033	1,3	5,047	0,036	3,7	5,972	0,042	6,1	7,047	0,048
— 1,0	4,254	0,034	1,4	5,082	0,036	3,8	6,014	0,042	6,2	7,095	0,049
— 0,9	4,288	0,034	1,5	5,118	0,037	3,9	6,055	0,042	6,3	7,144	0,049
— 0,8	4,321	0,034	1,6	5,155	0,037	4,0	6,097	0,043	6,4	7,193	0,049
— 0,7	4,355	0,034	1,7	5,191	0,037	4,1	6,140	0,043	6,5	7,242	0,050
— 0,6	4,389	0,035	1,8	5,228	0,037	4,2	6,183	0,043	6,6	7,292	0,050
— 0,5	4,424	0,035	1,9	5,265	0,037	4,3	6,226	0,044	6,7	7,342	0,050
— 0,4	4,459	0,035	2,0	5,302	0,038	4,4	6,270	0,044	6,8	7,392	0,050
— 0,3	4,493	0,036	2,1	5,340	0,038	4,5	6,313	0,044	6,9	7,442	0,050
— 0,2	4,529	0,036	2,2	5,378	0,038	4,6	6,357	0,044	7,0	7,492	0,051
— 0,1	4,564	0,036	2,3	5,416	0,038	4,7	6,401	0,044	7,1	7,544	0,051
0,0	4,600	0,033	2,4	5,454	0,038	4,8	6,445	0,045	7,2	7,595	0,052
0,1	4,633	0,033	2,5	5,491	0,039	4,9	6,490	0,045	7,3	7,647	0,052
0,2	4,667	0,033	2,6	5,530	0,039	5,0	6,534	0,045	7,4	7,699	0,052
0,3	4,700	0,033	2,7	5,569	0,039	5,1	6,580	0,045	7,5	7,751	0,053
0,4	4,733	0,034	2,8	5,608	0,039	5,2	6,625	0,046	7,6	7,804	0,053
0,5	4,767	0,034	2,9	5,647	0,040	5,3	6,671	0,046	7,7	7,857	0,053
0,6	4,801	0,035	3,0	5,687	0,040	5,4	6,717	0,046	7,8	7,910	0,054
0,7	4,836	0,035	3,1	5,727	0,040	5,5	6,763	0,047	7,9	7,964	0,054
0,8	4,871	0,035	3,2	5,767	0,040	5,6	6,810	0,047	8,0	8,017	0,054
0,9	4,905	0,035	3,3	5,807	0,041	5,7	6,857	0,047	8,1	8,072	0,054
1,0	4,940	0,035	3,4	5,848	0,041	5,8	6,904	0,047	8,2	8,126	0,055
1,1	4,975	0,036	3,5	5,889	0,041	5,9	6,951	0,047	8,3	8,181	0,055
1,2	5,011		3,6	5,930		6,0	6,998		8,4	8,236	

TAVOLA XXXI *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm
8°,4	8,236	0,055	10°,8	9,665	0,064	13°,2	11,309	0,074	15°,6	13,197	0,085
8,5	8,291	0,056	10,9	9,728	0,064	13,3	11,383	0,074	15,7	13,281	0,085
8,6	8,347	0,056	11,0	9,792	0,065	13,4	11,456	0,074	15,8	13,366	0,085
8,7	8,404	0,057	11,1	9,857	0,066	13,5	11,530	0,075	15,9	13,451	0,085
8,8	8,461	0,057	11,2	9,923	0,066	13,6	11,605	0,075	16,0	13,536	0,087
8,9	8,517	0,057	11,3	9,989	0,066	13,7	11,681	0,076	16,1	13,623	0,087
9,0	8,574	0,058	11,4	10,054	0,066	13,8	11,757	0,076	16,2	13,710	0,087
9,1	8,632	0,058	11,5	10,120	0,067	13,9	11,832	0,076	16,3	13,797	0,087
9,2	8,690	0,058	11,6	10,187	0,067	14,0	11,908	0,078	16,4	13,885	0,087
9,3	8,748	0,059	11,7	10,255	0,067	14,1	11,986	0,078	16,5	13,972	0,090
9,4	8,807	0,059	11,8	10,322	0,068	14,2	12,064	0,078	16,6	14,062	0,090
9,5	8,865	0,060	11,9	10,389	0,068	14,3	12,142	0,078	16,7	14,151	0,090
9,6	8,925	0,060	12,0	10,457	0,069	14,4	12,220	0,078	16,8	14,241	0,090
9,7	8,985	0,060	12,1	10,526	0,069	14,5	12,298	0,080	16,9	14,331	0,090
9,8	9,045	0,060	12,2	10,596	0,069	14,6	12,378	0,080	17,0	14,421	0,092
9,9	9,105	0,060	12,3	10,665	0,070	14,7	12,458	0,080	17,1	14,513	0,092
10,0	9,165	0,061	12,4	10,734	0,070	14,8	12,538	0,080	17,2	14,605	0,092
10,1	9,227	0,061	12,5	10,804	0,071	14,9	12,619	0,080	17,3	14,697	0,092
10,2	9,288	0,062	12,6	10,875	0,071	15,0	12,699	0,082	17,4	14,790	0,092
10,3	9,350	0,062	12,7	10,947	0,072	15,1	12,781	0,082	17,5	14,882	0,095
10,4	9,412	0,063	12,8	11,019	0,072	15,2	12,864	0,082	17,6	14,977	0,095
10,5	9,474	0,063	12,9	11,090	0,072	15,3	12,947	0,082	17,7	15,072	0,095
10,6	9,537	0,064	13,0	11,162	0,073	15,4	13,029	0,082	17,8	15,167	0,095
10,7	9,601	0,064	13,1	11,235	0,073	15,5	13,112	0,085	17,9	15,262	0,095
10,8	9,665		13,2	11,309		15,6	13,197		18,0	15,357	

TAVOLA XXXI *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm
18°,0	15,357	0,097	20°,4	17,826	0,109	22°,8	20,639	0,125	25°,2	23,834	0,142
18,1	15,454	0,097	20,5	17,935	0,112	22,9	20,763	0,125	25,3	23,976	0,142
18,2	15,552	0,097	20,6	18,047	0,112	23,0	20,888	0,128	25,4	24,119	0,142
18,3	15,650	0,097	20,7	18,159	0,112	23,1	21,016	0,128	25,5	24,261	0,145
18,4	15,747	0,097	20,8	18,271	0,112	23,2	21,144	0,128	25,6	24,406	0,145
18,5	15,845	0,100	20,9	18,383	0,112	23,3	21,272	0,128	25,7	24,552	0,145
18,6	15,945	0,100	21,0	18,495	0,115	23,4	21,400	0,128	25,8	24,697	0,145
18,7	16,045	0,100	21,1	18,610	0,115	23,5	21,528	0,131	25,9	24,842	0,145
18,8	16,145	0,100	21,2	18,724	0,115	23,6	21,659	0,131	26,0	24,988	0,150
18,9	16,246	0,100	21,3	18,839	0,115	23,7	21,790	0,131	26,1	25,138	0,150
19,0	16,346	0,103	21,4	18,954	0,115	23,8	21,921	0,131	26,2	25,288	0,150
19,1	16,449	0,103	21,5	19,069	0,118	23,9	22,053	0,131	26,3	25,438	0,150
19,2	16,552	0,103	21,6	19,187	0,118	24,0	22,184	0,135	26,4	25,588	0,150
19,3	16,655	0,103	21,7	19,305	0,118	24,1	22,319	0,135	26,5	25,738	0,153
19,4	16,758	0,103	21,8	19,423	0,118	24,2	22,453	0,135	26,6	25,891	0,153
19,5	16,861	0,106	21,9	19,541	0,118	24,3	22,588	0,135	26,7	26,045	0,153
19,6	16,967	0,106	22,0	19,659	0,121	24,4	22,723	0,135	26,8	26,198	0,153
19,7	17,073	0,106	22,1	19,780	0,121	24,5	22,858	0,138	26,9	26,351	0,153
19,8	17,179	0,106	22,2	19,901	0,121	24,6	22,996	0,138	27,0	26,505	0,158
19,9	17,285	0,106	22,3	20,022	0,121	24,7	23,135	0,138	27,1	26,663	0,158
20,0	17,391	0,109	22,4	20,143	0,121	24,8	23,273	0,138	27,2	26,820	0,158
20,1	17,500	0,109	22,5	20,265	0,125	24,9	23,411	0,138	27,3	26,978	0,158
20,2	17,608	0,109	22,6	20,389	0,125	25,0	23,550	0,142	27,4	27,136	0,158
20,3	17,717	0,109	22,7	20,514	0,125	25,1	23,692	0,142	27,5	27,294	0,161
20,4	17,826		22,8	20,639		25,2	23,834		27,6	27,455	

TAVOLA XXXI *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm
27°,6	27,455	0,161	29°,5	30,654	0,179	31°,4	34,174	0,195	33°,3	38,045	0,213
27,7	27,617	0,161	29,6	30,833	0,179	31,5	34,368	0,196	33,4	38,258	0,215
27,8	27,778	0,161	29,7	31,011	0,179	31,6	34,564	0,197	33,5	38,473	0,216
27,9	27,939	0,161	29,8	31,190	0,179	31,7	34,761	0,198	33,6	38,689	0,217
28,0	28,101	0,166	29,9	31,369	0,179	31,8	34,959	0,199	33,7	38,906	0,218
28,1	28,267	0,166	30,0	31,548	0,181	31,9	35,159	0,200	33,8	39,124	0,220
28,2	28,433	0,166	30,1	31,729	0,182	32,0	35,359	0,200	33,9	39,344	0,221
28,3	28,599	0,166	30,2	31,911	0,183	32,1	35,559	0,201	34,0	39,565	0,221
28,4	28,765	0,166	30,3	32,094	0,184	32,2	35,760	0,201	34,1	39,786	0,221
28,5	28,931	0,170	30,4	32,278	0,185	32,3	35,962	0,202	34,2	40,007	0,223
28,6	29,101	0,170	30,5	32,463	0,186	32,4	36,165	0,204	34,3	40,230	0,225
28,7	29,271	0,170	30,6	32,650	0,187	32,5	36,370	0,205	34,4	40,455	0,225
28,8	29,441	0,170	30,7	32,837	0,188	32,6	36,576	0,206	34,5	40,680	0,227
28,9	29,612	0,170	30,8	33,026	0,189	32,7	36,783	0,207	34,6	40,907	0,228
29,0	29,782	0,174	30,9	33,215	0,190	32,8	36,991	0,208	34,7	41,135	0 229
29,1	29,956	0,174	31,0	33,405	0,191	32,9	37,200	0,209	34,8	41,364	0,231
29,2	30,131	0,174	31,1	33,596	0,192	33,0	37,410	0,211	34,9	41,595	0,232
29,3	30,305	0,174	31,2	33,787	0,193	33,1	37,621	0,211	35,0	41,827	
29,4	30,479	0,174	31,3	33,980	0,194	33,2	37,832	0,213			
29,5	30,654		31,4	34,174		33,3	38,045				

TAVOLA XXXII.

Forze elastiche del vapor d'acqua da 85° a 101° secondo Regnault e colle correzioni del Moritz.

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
85°,0	433mm,00		87°,2	471mm,82		89°,4	513mm,50		91°,6	558mm,22	
		1mm,70			1mm,83			1mm,96			2mm,11
85,1	434,71		87,3	473,65		89,5	515,47		91,7	560,33	
		1,71			1,84			1,97			2,11
85,2	436,42		87,4	475,49		89,6	517,44		91,8	562,44	
		1,72			1,84			1,98			2,12
85,3	438,13		87,5	477,33		89,7	519,42		91,9	564,56	
		1,72			1,85			1,98			2,13
85,4	439,85		87,6	479,18		89,8	521,40		92,0	566,69	
		1,73			1,86			1,99			2,13
85,5	441,58		87,7	481,04		89,9	523,39		92,1	568,82	
		1,73			1,86			2,00			2,14
85,6	443,31		87,8	482,90		90,0	525,39		92,2	570,96	
		1,74			1,87			2,00			2,15
85,7	445,05		87,9	484,76		90,1	527,39		92,3	573,11	
		1,74			1,87			2,01			2,15
85,8	446,79		88,0	486,64		90,2	529,40		92,4	575,27	
		1,75			1,88			2,02			2,16
85,9	448,54		88,1	488,52		90,3	531,42		92,5	577,43	
		1,76			1,88			2,02			2,17
86,0	450,30		88,2	490,40		90,4	533,44		92,6	579,59	
		1,76			1,89			2,03			2,17
86,1	452,06		88,3	492,29		90,5	535,47		92,7	581,77	
		1,77			1,90			2,04			2,18
86,2	453,83		88,4	494,19		90,6	537,51		92,8	583,95	
		1,77			1,90			2,04			2,19
86,3	455,60		88,5	496,09		90,7	539,55		92,9	586,14	
		1,78			1,91			2,05			2,19
86,4	457,38		88,6	498,00		90,8	541,60		93,0	588,33	
		1,78			1,92			2,05			2,20
86,5	459,16		88,7	499,92		90,9	543,65		93,1	590,53	
		1,79			1,92			2,06			2,21
86,6	460,95		88,8	501,84		91,0	545,71		93,2	592,74	
		1,80			1,93			2,07			2,22
86,7	462,75		88,9	503,77		91,1	547,78		93,3	594,96	
		1,80			1,93			2,07			2,22
86,8	464,55		89,0	505,70		91,2	549,86		93,4	597,18	
		1,81			1,94			2,08			2,23
86,9	466,36		89,1	507,65		91,3	551,94		83,5	599,41	
		1,81			1,95			2,09			2,24
87,0	468,17		89,2	509,59		91,4	554,03		93,6	601,65	
		1,82			1,95			2,09			2,24
87,1	469,99		89,3	511,55		91,5	556,12		93,7	603,89	
		1,83			1,96			2,10			2,25
87,2	471,82		89,4	513,50		91,6	558,22		93,8	606,14	

TAVOLA XXXII *(Continuazione).*

TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1	TEMPERATURE	FORZE ELASTICHE	DIFFERENZE per 0°,1
93°,8	606mm,14		95°,6	647mm,85		97°,4	691mm,94		99°,2	738mm,49	
		2mm,26			2mm,39			2mm,52			2,66
93,9	608,40		95,7	650,24		97,5	694,46		99,3	741,15	
		2,26			2,39			2,53			2,67
94,0	610,66		95,8	652,63		97,6	696,98		99,4	743,82	
		2,27			2,40			2,54			2,68
94,1	612,93		95,9	655,03		97,7	699,52		99,5	746,49	
		2,28			2,41			2,54			2,69
94,2	615,21		96,0	657,44		97,8	702,06		99,6	749,18	
		2,29			2,42			2,55			2,69
94,3	617,50		96,1	659,86		97,9	704,61		99,7	751,87	
		2,29			2,42			2,56			2,70
94,4	619,79		96,2	662,28		98,0	707,17		99,8	754,57	
		2,30			2,43			2,57			2,71
94,5	622,09		96,3	664,71		98,1	709,74		99,9	757,28	
		2,31			2,44			2,57			2,72
94,6	624,39		96,4	667,15		98,2	712,31		100,0	760,00	
		2,31			2,44			2,58			2,72
94,7	626,71		96,5	669,59		98,3	714,90		100,1	762,72	
		2,32			2,45			2,59			2,73
94,8	629,03		96,6	672,05		98,4	717,49		100,2	765,46	
		2,33			2,46			2,60			2,74
94,9	631,36		96,7	674,51		98,5	720,08		100,3	768,20	
		2,33			2,47			2,61			2,75
95,0	633,69		96,8	676,97		98,6	722,69		100,4	770,95	
		2,34			2,48			2,61			2,76
95,1	636,03		96,9	679,45		98,7	725,30		100,5	773,71	
		2,35			2,48			2,62			2,77
95,2	638,38		97,0	681,93		98,8	727,92		100,6	776,47	
		2,36			2,49			2,63			2,77
95,3	640,74		97,1	684,42		98,9	730,55		100,7	779,25	
		2,36			2,50			2,64			2,78
95,4	643,10		97,2	686,92		99,0	733,19		100,8	782,03	
		2,37			2,50			2,64			2,79
95,5	645,48		97,3	689,42		99,1	735,83		100,9	784,82	
		2,38			2,51			2,65			2,80
95,6	647,85		97,4	691,94		99,2	738,49		101,0	787,62	

TAVOLA XXXIII.

Tensioni massime del vapor di mercurio.

(REGNAULT, *Mémoires de l'Académie*, XXVI, 506).

TEMPERATURE	TENSIONI	TEMPERATURE	TENSIONI	TEMPERATURE	TENSIONI	TEMPERATURE	TENSIONI
0°	0mm,0200	140°	3mm,059	270°	123mm,01	400°	1587mm,96
10	0,0268	150	4,266	280	155,17	410	1863,73
20	0,0372	160	5,900	290	194,46	420	2177,53
30	0,0530	170	8,091	300	242,15	430	2533,01
40	0,0767	180	11,00	310	299,69	440	2933,99
50	0,1120	190	14,84	320	368,73	450	3384,35
60	0,1643	200	19,90	330	450,91	460	3888,14
70	0,2410	210	26,35	340	548,35	470	4449,45
80	0,3528	220	34,70	350	663,18	480	5072,43
90	0,5142	230	45,35	360	797,74	490	5761,32
100	0,7455	240	58,82	370	954,65	500	6520,25
110	1,073	250	75,75	380	1139,65	510	7253,44
120	1,534	260	96,73	390	1346,71	520	8264,96
130	2,175						

TAVOLA XXXIV.

Tensioni massime del vapor d'acqua che si svolge dalle soluzioni d'acido solforico.

(REGNAULT, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XV, 179).

Temperatura	H_2O	SO_3+18H_2O	SO_3+12H_2O	SO_3+10H_2O	SO_3+8H_2O	SO_3+6H_2O	SO_3+4H_2O	SO_3+2H_2O
5°	6,534	5,478	4,428	4,120	3,168	2,137	0,861	0,105
10	9,165	7,712	6,420	5,777	4,466	3,029	1,200	0,115
15	12,699	10,641	8,995	7,958	6,194	4,215	1,648	0,131
20	17,391	14,482	12,317	10,831	8,494	5,792	2,241	0,154
25	23,550	19,516	16,610	14,613	11,557	7,892	3,024	0,184
30	31,548	26,117	22,154	19,594	15,635	10,684	4,061	0,225
35	41,827	34,770	29,314	26,152	21,063	14,400	5,432	0,280

TAVOLA XXXV.

Tensioni massime dell'etere e d'altri liquidi secondo Regnault

(*Mém. de l'Acad.*, XXVI).

TEMPERATURA	ETERE	ALCOOL	CLOROFORMIO	CLORURO DI CARBONIO	SOLFURO DI CARBONIO	BENZINA	ESSENZA DI TREMENTINA
— 20°	68mm,90	3mm,34		9,80	47,30	5,79	
— 10	114,72	6,47		18,47	79,44	12,92	
0	184,39	12,70		32,95	127,91	25,31	2,07
10	286,83	24,23		55,97	198,46	45,25	2,94
20	432,78	44,46	160,47	90,99	298,03	75,65	4,45
30	634,80	78,52	247,51	142,27	434,62	120,24	6,87
40	907,04	133,69	369,26	214,81	617,53	183,62	10,80
50	1264,83	219,90	535,05	314,38	857,07	271,37	16,98
60	1725,01	350,21	755,44	447,43	1164,51	390,10	26,46
70	2304,90	541,15	1042,11	621,15	1552,09	547,42	40,64
80	3022,79	812,91	1407,64	843,29	2032,53	751,86	61,30
90	3898,26	1189,30	1865,22	1122,26	2619,08	1012,75	90,61
100	4953,30	1697,55	2428,54	1467,09	3325,15	1340,05	131,11
110	6214,63	2367,64	3110,99	1887,44	4164,06	1744,12	185,62
120	7719,20	3231,73	3925,74	2393,67	5148,79	2235,44	257,21
130		4323,00	4885,10	2996,88	6291,60	2824,35	348,98
140		5674,59	6000,16	3709,04	7603,96	3520,73	464,02
150		7318,40	7280,62	4543,13	9095,94	4333,71	605,20
160			8734,20	5513,14		5271,43	775,09
170				6634,37		6340,72	975,42
180				7923,55			1207,92
190				9399,02			1473,24
200							1771,47

TAVOLA XXXVI.

Temperature d'alcuni vapori corrispondenti alle tensioni di 1, 2, 3, . . . 10 atmosfere, calcolate da Zeuner (*Grundzüge der mech. Wärmetheorie*).

TENSIONI	ACQUA	ETERE	ALCOOL	ACETONE	Cloroformio	CLORURO DI CARBONIO	SOLFURO DI CARBONIO	MERCURIO
1 atm	100,00	34,96	78,30	56,32	60,18	76,52	46,25	357,35
2	120,60	55,87	96,82	78,03	82,59	101,37	69,25	397,32
3	133,91	69,61	108,83	92,30	97,55	117,91	84,46	423,01
4	144,00	80,21	117,98	103,26	109,04	130,50	96,17	442,47
5	152,22	88,96	125,48	112,30	118,56	141,18	105,86	458,33
6	159,22	96,47	131,91	120,08	126,78	150,19	114,21	471,85
7	165,34	103,08	137,57	126,95	134,08	158,12	121,59	483,71
8	170,81	109,01	142,65	133,15	140,66	—	128,25	494,32
9	175,77	114,37	147,28	138,81	146,71	—	134,34	505,15
10	180,31	119,39	151,54	144,05	152,34	—	139,97	513,91

TAVOLA XXXVII.

a) *Calori specifici d'alcuni corpi solidi e liquidi.*

SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE	SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE
Aceto	0,920	Dalton	Antimonio	0,05077	Regnault
				0,0523	Kopp
Acciaio	0,11848	Regnault		0,0495	Bunsen
Acido arsenioso	0,12786	»	Argento	0,05701	Regnault
				0,0560	Kopp
» borico	0,23743	»		0,0559	Bunsen
» cloridrico	0,600	Dalton	Arsenico	0,08140	Regnault
» nitrico (p. sp. 1,30)	0,6614	Lapl. e Lav.	Benzina	0,3999	»
» solforico (p. sp. 1,87)	0,3346	»	Bicromato di potassa	0,18937	»
» stannico	0,09326	Regnault	Bismuto	0,03084	»
				0,0305	Kopp
Alcool	0,5987	»			

TAVOLA XXXVII *(Continuazione).*

SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE
Bisolfuro di ferro	0,13009	Regnault
» » stagno	0,11932	»
Bromo (solido)	0,08430	»
Cadmio	0,05669 0,0542 0,0548	» Kopp Bunsen
Calce viva	0,2169	Lapl. e Lav.
Carbonato di barite	0,11038	Regnault
» » ferro	0,19345	»
» » piombo	0,08596	»
» » potassa	0,21623	»
» » soda	0,27275	»
» » stronziana	0,14483	»
Carbone di legna	0,24150	»
» delle storte	0,20360	»
Clorato di potassa	0,20956	»
Cloroformio	0,237	»
Cloruro d'argento	0,09109	»
» di calcio	0,16420	»
» » magnesio	0,19460	»
» » manganese	0,14255	»
» » piombo	0,06641	»
» » potassio	0,17295	»
» » sodio	0,21401	»
» » zinco	0,13618	»
Cobalto	0,10696	»
Coke di litantrace	0,20035	»
Corindone	0,19762	»
Creta bianca	0,21485	»
Cromato di potassa	0,18505	»
Diamante	0,14687	»
Essenza di trementina (p. sp. 0,872)	0,472	Despretz
Etere solforico (p. sp. 0,73)	0,5207	Regnault
Ferro	0,11379 0,1100 0,1112	» Dulong Kopp
Flintglass	0,19	Dalton
Fosfato di potassa	0,19102	Regnault
» » soda	0,23115	»
Fosforo	0,18870	»
Ghiaccio	0,513 0,5037	Desains Person
Ghisa bianca	0,24111	Regnault
Grafite	0,20187	»
Iodio	0,05412	»
Ioduro di argento	0,06159	»
» » potassio	0,08191	»
Iridio	0,03259	»
Legno di pero	0,50	Mayer
» » pino	0,65	»
» » quercia	0,57	»
Magnesia	0,24394	Regnault
Magnesio	0,24990 0,245	» Kopp
Manganese (incerta)	0,12170	Regnault
Marmo saccaroide grigio	0,20989	»
Mercurio liquido	0,03332	»
Nero animale	0,26085 0,185	» Kopp
Nichelio	0,11095	Regnault
Nitrato di argento	0,14352	»
» » barite	0,15228	»

TAVOLA XXXVII *(Continuazione).*

SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE
Nitrato di potassa	0,23875	Regnault
» » soda	0,27821	»
Olio di cedro	0,4489	»
» » uliva	0,3096	Lav. e Lapl.
Oro	0,03244	Regnault
Ossido di antimonio	0,09009	»
» » bismuto	0,06053	»
» » cromo	0,17960	»
» » ferro, magnetico	0,16780	»
» » nichelio, calcinato	0,15385	»
» » rame	0,14201	»
» » zinco	0,12480	»
Palladio	0,05927	»
Percloruro di mercurio	0,06889	»
Perossido di ferro	0,16695	»
Petrolio	0,4321	»
Piombo	0,03140 0,0315	» Kopp
Platino	0,03243 0,0325	Regnault Kopp
Potassio	0,16956	Regnault
Protocloruro di mercurio	0,05205	»
» » rame	0,13827	»
» » stagno	0,10161	»
Protossido di manganese	0,15701	»
» » piombo fuso	0,05089	»
» » » in polvere	0,05118	»
Rame	0,09515 0,0930	» Kopp

SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE
Selenio amorfo	0,0953	Wüllner
» cristallizzato	0,0762 0,0840	Regnault Wüllner
Sodio	0,29340	Regnault
Solfato di barite	0,11285	»
» » calce	0,19656	»
» » magnesia	0,22159	»
» » piombo	0,08723	»
» » soda	0,23115	»
» » potassa	0,19010	»
Solfo	0,17640 0,163 0,1712	» Kopp Bunsen
Solfuro di antimonio	0,08403	Regnault
» » argento	0,07460	»
» » bismuto	0,06002	»
» » carbonio	0,2179	»
» » mercurio	0,05117	»
» » nichelio	0,12813	»
» » rame	0,05086	»
» » stagno	0,08365	»
» » zinco	0,12303	»
Stagno	0,05623 0,0548 0,0552	» Kopp Bunsen
Vetro	0,1923	Regnault
Zaffiro	0,1972 0,21732	Neumann Regnault
Zinco	0,09555 0,0932 0,0935	» Kopp Bunsen

TAVOLA XXXVII *(Continuazione).*

b) *Influenza della temperatura sui calori specifici dei solidi e dei liquidi.*

CORPI SOLIDI.

SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE	SOSTANZA	CALORE SPECIFICO	SPERIMENTATORE
Argento da 0° a 100°	0,0557	Dulong e Petit	Platino da 0° a 100°	0,03350	Pouillet
» » 300°	0,0611	»	» » 200°	0,03392	»
Ferro da 0° a 100°	0,1098	»	» » 300°	0,03434	»
» » 200°	0,1150	»	» » 400°	0,03476	»
» » 300°	0,1218	»	» » 500°	0,03518	»
» » 350°	0,1255	»	» » 600°	0,03560	»
Rame da 0° a 100°	0,0940	»	» » 700°	0,03602	»
» » 300°	0,1013	»	» » 800°	0,03644	»
Zinco da 0° a 100°	0,0927	»	» » 900°	0,03686	»
» » 300°	0,1015	»	» » 1000°	0,03728	»
			» » 1100°	0,03770	»
			» » 1200°	0,03818	»

CORPI LIQUIDI.

Il calore specifico medio fra 0° e $t°$ di uno qualunque dei liquidi sotto indicati si può esprimere con la formula

$$c_t = A + Bt + Ct^2.$$

I valori delle costanti A, B e C sono dati dalla seguente tabella:

(REGNAULT, *Mém. de l'Acad.*, XXVI, 262).

Sostanza	A	B	C
Alcool	0,54754	0,001 1218	0,000 002 206
Olio di trementina . . .	0,41058	0,000 6193	— 0,000 001 327
Solfuro di carbonio . . .	0,23523	0,000 0815	
Cloroformio	0,23235	0,000 0507	
Etere	0,52900	0,000 2959	
Benzina (*Schüller*) . . .	0,37980	0,000 7200	

TAVOLA XXXVII *(Continuazione).*

Calore specifico dell'acqua a varie temperature.

(REGNAULT, *Mém. de l'Acad.*, T. XXI).

Il medio calore specifico c_t da 0° a $t°$ è dato dalla formola

$$c_t = 1 + 0{,}000\,02\,t + 0{,}000\,000\,3\,t^2.$$

Il vero calore specifico a $t°$ è dato invece dalla

$$k_t = 1 + 0{,}000\,04\,t + 0{,}000\,000\,9\,t^2.$$

TEMPERATURA	CALORE SPECIFICO MEDIO	CALORE SPECIFICO VERO A $t°$	TEMPERATURA	CALORE SPECIFICO MEDIO	CALORE SPECIFICO VERO A $t°$	TEMPERATURA	CALORE SPECIFICO MEDIO	CALORE SPECIFICO VERO A $t°$
0°		1,0000	80°	1,0035	1,0089	160°	1,0109	1,0294
10	1,0002	1,0005	90	1,0042	1,0109	170	1,0121	1,0328
20	1,0005	1,0012	100	1,0050	1,0130	180	1,0133	1,0364
30	1,0009	1,0020	110	1,0058	1,0153	190	1,0146	1,0401
40	1,0013	1,0030	120	1,0067	1,0177	200	1,0160	1,0440
50	1,0017	1,0042	130	1,0076	1,0204	210	1,0174	1,0481
60	1,0023	1,0056	140	1,0087	1,0232	220	1,0189	1,0524
70	1,0030	1,0072	150	1,0097	1,0262	230	1,0204	1,0568

TAVOLA XXXVII *(Continuazione)*.

c) *Calori specifici dei gas e dei vapori secondo Regnault* (*Mém. de l'Acad.* XXVI, 3).

	SOSTANZA	CALORE SPECIFICO
Gas semplici o mescolati	Aria	0,2374
	Azoto	0,2438
	Cloro	0,1210
	Idrogeno	3,4090
	Ossigeno	0,2175
Gas composti	Acido carbonico	0,2163
	» cloridrico	0,1845
	» solfidrico	0,2431
	» solforoso	0,1544
	Biossido d'azoto	0,2317
	Gas ammoniaco	0,5083
	Idrogeno bicarbonato	0,4040
	» protocarbonato	0,5929
	Ossido di carbonio	0,2450
	Protossido d'azoto	0,2262
Vapori	Acetone	0,4125
	Acqua	0,4805
	Alcool	0,4534
	Benzina	0,3754
	Bromo	0,0555
	Cloroformio	0,1567
	Cloruro d'arsenico	0,1122
	» di silicio	0,1322
	» di stagno	0,0939
	» di titanio	0,1290
	Essenza di trementina	0,5061
	Etere	0,4797
	» acetico	0,4008
	» bromidrico	0,1896
	» cianidrico	0,4262
	» cloridrico	0,2738
	» solfidrico	0,4008
	Liquore degli Olandesi	0,2293
	Protocloruro di fosforo	0,1346
	Solfuro di carbonio	0,1570

TAVOLA XXXVIII.

Conducibilità per il calore.

La seconda colonna offre la conducibilità relativa di varii corpi rispetto all'argento.

La terza colonna contiene il numero di calorie (riferite al grammo) che possono attraversare una lamina grossa 1^{cm}, della sezione di 1^{cmq}, per la differenza di 1° C. delle faccie estreme, in un minuto.

Le determinazioni di Angström, Neumann e Péclet sono assolute; quelle di Wiedemann e Franz relative: per completare la serie si passò dalle conducibilità relative alle assolute, o viceversa, prendendo a base della riduzione i numeri 11,9 e 9,82 trovati rispettivamente da Wiedemann e Franz e da Neumann per la conducibilità relativa ed assoluta del ferro.

Sostanze	Conducibilità		SPERIMENTATORI
	RELATIVE	ASSOLUTE	
Argento	100	82,52	Wiedemann e Franz
Rame	73,6	60,73	»
»		66,47	Neumann
» (a 50°)		54,62	Angström
Oro	53,2	43,90	Wiedemann e Franz
Ottone	23,1	19,06	»
»		18,12	Neumann
Zinco	19,0	15,68	Wiedemann
»		18,42	Neumann
Stagno	14,5	11,96	Wiedemann e Franz
Ferro	11,9	9,82	»
»		9,82	Neumann
» (a 50°)		9,77	Angström
Piombo	8,5	7,01	Wiedemann e Franz
Platino	8,4	6,93	»
Pakfong (*Neusilber*) . .	6,3	5,20	»
»		6,56	Neumann

TAVOLA XXXVIII *(Continuazione).*

Sostanze	Conducibilità RELATIVE	Conducibilità ASSOLUTE	SPERIMENTATORI
Lega di Rose	2,8	2,31	Wiedemann e Franz
Bismuto	1,8	1,49	»
Carbone delle storte . .	0,97	0,83	Péclet
Marmo	0,54 a 0,68	0,46 a 0,58	»
Pietra calcare	0,33 a 0,41	0,28 a 0,35	»
Terra cotta	0,099 a 0,137	0,085 a 0,115	»
Vetro	0,149 a 0,172	0,125 a 0,147	»
Legno	0,018 a 0,041	0,015 a 0,035	»
Guttaperca	0,033	0,028	»
Mercurio	1,24	1,06	Angström

TAVOLA XXXIX.

Calore di fusione e di vaporizzazione.

a) *Calore di fusione.*

SOSTANZE	CALORE di fusione	SPERIMENTATORE	SOSTANZE	CALORE di fusione	SPERIMENTATORE
Acqua	79,25	De la Provostaye e Desains	Fosfato di soda . .	66,80	Person
	79,09	Regnault	Stagno	14,251	»
	79,25	Person	Bismuto	12,640	»
	80,02	Bunsen	Cadmio	13,66	»
Fosforo	5,034	Person	Mercurio	2,83	»
Solfo	9,368	»	Piombo	5,369	»
Nitrato di soda . .	62,975	»	Zinco	28,13	»
» » potassa .	47,371	»	Lega di D'Arcet .	4,496	»
Cloruro di calcio .	40,70	»	» » Rose . .	4,687	»

TAVOLA XXXIX *(Continuazione).*

b) *Calore totale di vaporizzazione di alcuni liquidi secondo Regnault* (*Mémoires de l'Académie*, XXI, 635; XXVI, 761).

Il calore totale di vaporizzazione alla temperatura t può esprimersi con l'equazione

$$Q = A + Bt + Ct^2.$$

Le costanti A, B e C sono date dalla seguente tabella:

Sostanza	A	B	C
Acqua	606,5	0,305	—
Solfuro di carbonio . . .	90,0	0,14601	— 0,000 412 3
Etere	94,0	0,4500	— 0,000 555 56
Benzina	109,0	0,24429	— 0,000 131 5
Cloroformio	67,0	0,1375	—
Cloruro di carbonio ($C_2 Cl_6$)	52,0	0,14625	— 0,000 172
Acetone	140,5	0,36644	— 0,000 516

Per l'alcool non fu possibile esprimere la quantità Q con la formula superiore: ne diamo qui sotto i valori numerici a varie temperature.

t	Q
0	236,5
20	252,0
40	262,0
60	265,0
80	265,2
100	267,3
120	272,5
140	280,5
150	285,3

TAVOLA XL.

Mescolanze frigorifere.

(Dal trattato di Fisica del Mousson, II, 181).

MESCOLANZA	ABBASSAMENTO DI TEMPERATURA
1) *Acqua e sali.*	
5 Salnitro, 5 sale ammoniaco, 16 acqua	22°
1 Nitrato d'ammoniaca, 1 acqua	26
1 Nitrato d'ammoniaca, 1 carbonato di soda, 1 acqua	29
57 Cloruro di sodio, 32 sale ammoniaco, 10 salnitro, 4 acqua	15
5 sale ammoniaco, 5 salnitro, 8 solfato di soda, 16 acqua	26
2) *Neve e sali.*	
1 Cloruro di sodio, 2 neve	20
10 Cloruro di sodio, 5 sale ammoniaco, 5 salnitro, 24 neve	28
2 Cloruro di sodio, 1 sale ammoniaco, 5 neve	24
5 Cloruro di sodio, 5 nitrato d'ammoniaca, 12 neve	31
3) *Acidi e sali.*	
3 Solfato di soda, 2 acido nitrico diluito.	29
6 Solfato di soda, 5 nitrato d'ammoniaca, 4 acido nitrico diluito	36
8 Solfato di soda, 5 acido cloridrico	27
6 Solfato di soda, 4 sale ammoniaco, 2 salnitro, 4 acido nitrico diluito	33
9 Fosfato di soda, 4 acido nitrico diluito	39
5 Solfato di soda, 4 acido solforico	18

Temperature minime che si possono raggiungere con alcune mescolanze di neve e sali
(Rüddorff, *Pogg. Ann.* CXXII, 337).

Proporzioni da adottarsi per raggiungere la minima temperatura	MINIMA TEMPERATURA
100 parti di neve e 10 di solfato di potassa	— 1°,9
» » 20 di carbonato di soda cristallizzato	— 2,0
» » 13 di nitrato di potassa	— 2,85
» » 30 di cloruro di potassio	— 10,9
» » 25 di cloruro di ammonio	— 15,4
» » 45 di nitrato di ammoniaca	— 16,75
» » 50 di nitrato di soda	— 17,75
» » 33 di cloruro di sodio	— 21,3

TAVOLA XLI.

INTERVALLI MUSICALI.

SECONDE	TERZE	QUARTE	QUINTE	SESTE	SETTIME
$\frac{re_1}{do_1}\ \frac{9}{8}$	$\frac{mi_1}{do_1}\ \frac{5}{4}$	$\frac{fa_1}{do_1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{sol_1}{do_1}\ \frac{3}{2}$	$\frac{la_1}{do_1}\ \frac{5}{3}$	$\frac{si_1}{do_1}\ \frac{15}{8}$
$\frac{mi_1}{re_1}\ \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81}$	$\frac{fa_1}{re_1}\ \frac{6}{5} \cdot \frac{80}{81} = \frac{5}{4} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{sol_1}{re_1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{la_1}{re_1}\ \frac{3}{2} \cdot \frac{80}{81}$	$\frac{si_1}{re_1}\ \frac{5}{3}$	$\frac{do_2}{re_1}\ \frac{16}{9} = \frac{15}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$
$\frac{fa_1}{mi_1}\ \frac{16}{15} = \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{sol_1}{mi_1}\ \frac{6}{5} = \frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{la_1}{mi_1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{si_1}{mi_1}\ \frac{3}{2}$	$\frac{do_2}{mi_1}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{re_2}{mi_1}\ \frac{9}{5} = \frac{15}{8} \cdot \frac{24}{25}$
$\frac{sol_1}{fa_1}\ \frac{9}{8}$	$\frac{la_1}{fa_1}\ \frac{5}{4}$	$\frac{si_1}{fa_1}\ \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{24} \cdot \frac{81}{80}$	$\frac{do_2}{fa_1}\ \frac{3}{2}$	$\frac{re_2}{fa_1}\ \frac{27}{16} = \frac{5}{3} \cdot \frac{81}{80}$	$\frac{mi_2}{fa_1}\ \frac{15}{8}$
$\frac{la_1}{sol_1}\ \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81}$	$\frac{si_1}{sol_1}\ \frac{5}{4}$	$\frac{do_2}{sol_1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{re_2}{sol_1}\ \frac{3}{2}$	$\frac{mi_2}{sol_1}\ \frac{5}{3}$	$\frac{fa_2}{sol_1}\ \frac{16}{9} = \frac{15}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$
$\frac{si_1}{la_1}\ \frac{9}{8}$	$\frac{do_2}{la_1}\ \frac{6}{5} = \frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{re_2}{la_1}\ \frac{4}{3} \cdot \frac{81}{80}$	$\frac{mi_2}{la_1}\ \frac{3}{2}$	$\frac{fa_2}{la_1}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{sol_2}{la_1}\ \frac{9}{5} = \frac{15}{8} \cdot \frac{24}{25}$
$\frac{do_2}{si_1}\ \frac{16}{15} = \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{re_2}{si_1}\ \frac{6}{5} = \frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{mi_2}{si_1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{fa_2}{si_1}\ \frac{3}{2} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{80}{81}$	$\frac{sol_2}{si_1}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25}$	$\frac{la_2}{si_1}\ \frac{16}{9} = \frac{15}{8} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{24}{25}$

TAVOLA XLII.

Numero delle vibrazioni delle note musicali.

NOTE	NUMERO delle vibrazioni doppie	Lunghezza d'onda $v = 340^m$; $t = 15°$	NOTE	NUMERO delle vibrazioni doppie	Lunghezza d'onda $v = 340^m$; $t = 15°$	NOTE	NUMERO delle vibrazioni doppie	Lunghezza d'onda $v = 340^m$; $t = 15°$
do_{-1}	32	10,625	do_2	128	2,656	do_4	512	0,664
re_{-1}	36	9,444	re_2	144	2,361	re_4	576	0,590
mi_{-1}	40	8,500	mi_2	160	2,125	mi_4	640	0,531
fa_{-1}	42,67	7,969	fa_2	170,67	1,992	fa_4	682,67	0,498
sol_{-1}	48	7,083	sol_2	192	1,770	sol_4	768	0,442
la_{-1}	53,33	6,375	la_2	213,33	1,593	la_4	853,33	0,398
si_{-1}	60	5,666	si_2	240	1,416	si_4	960	0,354
do_1	64	5,312	do_3	**256**	1,328	do_5	1024	0,332
re_1	72	4,722	re_3	288	1,180	re_5	1152	0,295
mi_1	80	4,250	mi_3	320	1,062	mi_5	1280	0,265
fa_1	85,33	3,984	fa_3	341,33	0,996	fa_5	1365,33	0,249
sol_1	96	3,541	sol_3	384	0,885	sol_5	1536	0,221
la_1	106,67	3,187	la_3	426,67	0,796	la_5	1706,67	0,199
si_1	120	2,833	si_3	480	0,708	si_5	1920	0,177

Numero di vibrazioni doppie della nota fondamentale adottata da alcuni fisici e da alcune orchestre.

Chladni, Marloye, König	$do_3 = 256$	Orchestra di Parigi (Opéra)	$la_3 = 435,0$
Dulong	» 250	» » Berlino	» 448,5
Sauveur	» 261,6	» » Londra (teatro ital°)	» 452,0
Weber	» 259,2	» » Napoli (S. Carlo)	» 445,0
Hällström	» 268,8	» » Milano (Scala)	» 451,5
Scheibler	» 264,0		

TAVOLA XLIII.

Velocità del suono (*).

CORPO IN CUI AVVIENE LA PROPAGAZIONE	VELOCITÀ	SPERIMENTATORI
Aria	332m,00	Accademia di Parigi (1738)
	333,70	Benzenberg (1811)
	332,33	» »
	331,10	Goldingham (1821)
	330,64	*Bureau des Longitudes* (1822)
	332,77	Moll e van Beck (1822) (corretto da Schröder van der Kolk)
	332,44	Stampfer e Myrbach (1822)
	332,37	Bravais e Martin (1844)
	330,71	Regnault (1863)
MEDIO	332,007	
Ossigeno	316,2	(Riferito al medio val^e per l'aria) Dulong
Idrogeno	1265,7	» »
Acido carbonico	260,8	» »
Ossido di carbonio	336,4	» »
» » azoto	261,1	» »
Idrogeno bicarbonato	313,1	» »
» protocarbonato	430,5	» Masson
Vapor d'acqua	399,8	» »
Acqua dolce (9°)	1435	(Esperienza diretta) Colladon e Sturm
» » (15°)	1437	(» indiretta) Wertheim
» di mare	1500	(» diretta) Beudant

(*) LEROUX, *Ann. de Ch. et de Phys.* (4), XII, 354.
REGNAULT, *Mém. de l'Acad. de France*, XXXVII.
WERTHEIM, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XII, XXIII.

TAVOLA XLIII *(Continuazione)*.

CORPO IN CUI AVVIENE LA PROPAGAZIONE	VELOCITÀ	SPERIMENTATORI
Acqua di mare (20°)	1453,8	(Esperienza indiretta) Wertheim
Soluz. di cloruro di sodio; 36,9 % (18°)	1561,6	» »
» » solfato di soda; 20,3 % (18°,8)	1583,5	» »
» » nitrato di soda; 37,5 % (20°,9)	1669,9	» »
» » carbon. di soda; 20,7 % (22°,2)	1594,4	» »
Alcool assoluto (23°)	1159,8	» »
Olio di trementina (24°)	1212,3	» »
Etere solforico (0°)	1259,0	» »
Piombo	4,257	(posta =1 la veloc. nell'aria) Wertheim
Stagno	7,480	» »
Oro	6,424	» »
Argento ricotto	8,057	» »
Zinco comune ricotto	11,007	» »
» distillato »	9,683	» »
Rame ricotto	11,167	» »
Platino »	8,467	» »
Ferro »	15,108	» »
Acciaio »	15,108	» »
» inglese ricotto	14,961	» »

TAVOLA XLIV.

Sorgenti luminose.

La seconda colonna contiene l'intensità luminosa riferita a quella di una candela di cera da 10 al chilogrammo. La terza colonna contiene il consumo in grammi per ogni ora; la quarta l'intensità luminosa per ogni grammo consumato. I numeri sono estratti dalle esperienze di Péclet e di Knapp.

Sostanza	INTENSITÀ LUMINOSA	CONSUMO PER UN'ORA	INTENSITÀ PER GRAMMO
Candela di sego da 16 al chilogrammo	0,642	7gr,510	0,0855
» » 10 »	0,783	8,510	0,0920
Lampade ad olio, a lucignolo piatto e con camino	0,885	11,000	0,0805
Candela di cera da 10 al chilogrammo	1,000	8,710	0,1148
Candela stearica *id.*	1,051	9,350	0,1113
» di spermaceti *id.*	1,058	8,920	0,1186
Lampada Carcel	7,347	42,000	0,1749
Fiamma a gas	9,331	136l.	

TAVOLA XLV.

Indici di rifrazione.

a) *Indici di rifrazione di varii solidi e liquidi per raggi diversamente rifrangibili.*

SOSTANZA	DENSITÀ	TEMPERATURA	Indice per il raggio							SPERIMENTATORE
			B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	
Acido cloridrico	1,162	18°,6 C.	1,405 0	1,406 5	1,409 5	1,413 0	1,416 0	1,421 7	1,426 1	Baden Powell
» pirolegnoso . . .	1,06	16,2	1,372 9	1,374 5	1,376 0	1,378 5	1,380 7	1,384 8	1,388 4	»
» solforico	1,835	18,6	1,432 1	1,432 9	1,435 1	1,438 0	1,440 0	1,444 0	1,446 3	»
Acqua		15,8	1,331 7	1,332 6	1,334 3	1,336 4	1,338 6	1,342 9	1,344 8	»
» (media di 2 esperienze)		18,7	1,330 956	1,331 711	1,333 577	1,335 850	1,337 803	1,341 277	1,344 170	Fraunhofer
Alcool	0,815	17,6	1,362 8	1,363 3	1,365 4	1,367 5	1,369 6	1,373 3	1,376 1	Baden Powell
Ammoniaca liquida . .	0,898	15,0	1,345	1,346	1,348	1,350	1,353	1,355	1,360	»
Balsamo del Perù . . .		19,2	1,585	1,587	1,593	1,603	1,613	1,634	1,653	»
Cloruro di calcio sciolto .		22,2	1,400 6	1,401 6	1,404 0	1,407 0	1,409 9	1,415 0	1,419 0	»
Creosoto		18,2	1,531 96	1,533 53	1,538 33	1,545 23	1,551 53	1,563 90	1,574 36	»
Crown n° 9	2,535	17,5	1,525 832	1,526 849	1,529 587	1,533 005	1,536 052	1,541 657	1,546 566	Fraunhofer
Flint n° 13	3,723	18,7	1,627 749	1,629 681	1,635 036	1,642 024	1,648 260	1,660 285	1,671 062	»

TAVOLA XLV *(Continuazione)*.

SOSTANZA	DENSITÀ	TEMPERATURA	Indice per il raggio							SPERIMENTATORE
			B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	
Flint di Merz con 70 % di piombo . . .			1,721 784	1,724 503	1,732 123	1,742 537	1,752 140	1,772 459	1,789 454	Merz
» di Fraunhofer . .	2,135	14,25	1,701 050	1,702 642	1,707 264	1,713 134	1,718 673	1,728 423	1,738 154	Dutirou
Nitrato di mercurio, sciolto		21,6	1,340 8	1,341 9	1,343 9	1,346 2	1,348 7	1,352 8	1,356 0	Baden Powell
Olio di cassia, distillato due volte .		10,0	1,596 3	1,600 7	1,610 4	1,624 9	1,638 9	1,669 8	1,703 9	»
» » »		22,5	1,589 5	1,593 0	1,602 6	1,617 4	1,631 4	1,662 5	1,698 5	»
Olio di sassafrasso . .		17,2	1,525 75	1,527 50	1,532 15	1,538 70	1,544 85	1,557 50	1,569 35	»
» trementina . . .	0,885	10,6	1,470 496	1,471 530	1,474 434	1,478 353	1,481 736	1,488 198	1,493 874	Fraunhofer
Sale ammoniaco sciolto .		22,2	1,349 9	1,350 8	1,352 9	1,355 2	1,357 5	1,361 7	1,365 0	Baden Powell
Salnitro sciolto		22,2	1,345 7	1,346 8	1,348 7	1,351 0	1,353 3	1,358 6	1,360 8	»
Soda pura sciolta . . .	1,34	16,0	1,403 6	1,403 9	1,407 5	1,410 9	1,413 4	1,418 1	1,422 1	»
Solfato di soda sciolto .		22,0	1,339 2	1,339 8	1,341 9	1,344 2	1,346 2	1,349 9	1,352 8	»
Solfuro di carbonio . .		15,6	1,618 23	1,621 90	1,630 83	1,643 86	1,655 50	1,679 93	1,701 96	»
Soluzione di potassa . . .	1,416	10,2	1,399 629	1,400 515	1,402 805	1,405 632	1,408 082	1,412 579	1,416 368	Fraunhofer
Vetro di S. Gobain . . .	2,325	19,2	1,586 757	1,587 683	1,590 112	1,593 036	1,595 808	1,600 642	1,604 761	Dutirou
» » Venezia . . .	2,713	18°	1,610 960	1,611 960	1,614 367	1,617 718	1,620 625	1,625 994	1,630 453	»

TAVOLA XLV *(Continuazione).*

b) *Indici di rifrazione d'altri corpi solidi e liquidi per i raggi gialli* (*).

SOSTANZA	INDICE	SPERIMENTATORE	SOSTANZA	INDICE	SPERIMENTATORE
Acido acetico	1,396	Brewster	Etere	1,374	Young
» nitrico	1,406	»	Flint	1,576	Brewster
» » (dens. 1,48)	1,410	Wollaston	»	1,593	Boscovich
Ambra	1,530	Jamin *	»	1,605	Malus
Antracite	1,72	» *	»	1,714	Jamin *
Balsamo del Canadà	1,528	Woll.	Fosforo sciolto nel solfuro di carbonio	1,708	Marx
Bicromato di potassa sciolto nell'acqua $^1/_6$	1,346	Jamin	Glicerina	1,413	Jamin
Bitume di Giudea	1,579	» *	Gomma arabica (solida)	1,512	Brewster
Calcedonia	1,553	Brewster	Guayac	1,550	Young
Cera (solida)	1,492	Young	Lente cristallina dell'occhio umano (strato esterno)	1,4053	Krause
Cloralio	1,461	Jamin	Lente cristallina dell'occhio umano (strato medio)	1,4294	»
Cloruro di sodio, soluz. satura	1,375	Cavallo	Lente cristallina dell'occhio umano (nucleo)	1,4541	»
» » zinco, » »	1,548	Jamin	Litantrace	1,701	Jamin *
Colofonio	1,545	» *	Nitrato di potassa, sol. satura	1,357	Jamin
Copale	1,528	» *	» » soda, » $^3/_8$	1,389	»
Cornea dell'occhio umano	1,3507	Krause	» » rame, » satura	1,464	»
Crown francese	1,504	Woll.	» » » » $^1/_2$	1,366	»
» inglese	1,500	»	Olio di balena	1,470	Brewster
» »	1,514	Boscovich	» » lino	1,487	Young
» olandese	1,517	Woll.	» » mandorla	1,483	Brewster
Elemi	1,547	Brewster			

(*) Le determinazioni di Wollaston e quelle di Jamin segnate con asterisco si riferiscono ai raggi rossi.

TAVOLA XLV *(Continuazione)*.

SOSTANZA	INDICE	SPERIMENTATORE	SOSTANZA	INDICE	SPERIMENTATORE
Olio di oliva	1,470	Brewster	Ossidiana	1,488	Brewster
» » papavero	1,467	»	Solfato di ferro, soluzione 7/4	1,458	Jamin
» essenziale di cedro . .	1,481	»	» » rame, soluz. satura	1,359	»
» » » lavanda .	1,457	»	» » soda, » 1/4	1,344	»
» » » »	1,475	Young	Umor acqueo dell'occhio um.°	1,3420	Krause
» » di mandorle amare	1,603	Brewster	» vitreo » »	1,3485	»
Opala	1,479	»			

c) *Indici di rifrazione di gas e vapori a* 0° *e* 760^{m}.

GAS O VAPORI	INDICE DI RIFRAZIONE	SPERIMENTATORE
Acido carbonico	1,000 449	Dulong
» cianidrico	1,000 451	»
» cloridrico	1,000 449	»
» solfidrico	1,000 644	»
» solforoso	1,000 665	»
Aria atmosferica	1,000 294	Biot e Arago
Ammoniaca	1,000 385	Dulong
Arsenico	1,001 114	Leroux
Azoto	1,000 300	Dulong
Biossido d'azoto	1,000 303	»
Cianogene	1,000 834	»

TAVOLA XLV *(Continuazione).*

GAS O VAPORI	INDICE DI RIFRAZIONE	SPERIMENTATORE
Cloro	1,000 772	Dulong
Etere cloridrico	1,001 095	»
» solforico	1,001 530	»
Fosforo	1,001 364	Leroux
Idrogeno	1,000 138	Dulong
» bicarbonato	1,000 678	»
» protocarbonato	1,000 443	»
Mercurio	1,000 556	Leroux
Ossigeno	1,000 272	Dulong
Ossido di carbonio	1,000 340	»
Protossido d'azoto	1,000 503	»
Solfuro di carbonio	1,001 500	»
Solfo	1,001 629	Leroux

Indici corrispondenti ai varii raggi per l'aria atmosferica (Ketteler).

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1,00029286	1,00029350	1,00029383	1,00029470	1,00029584	1,00029685	1,00029873	1,00030026

Per altri risultati e per gli opportuni riscontri veggansi le seguenti pubblicazioni:

Fraunhofer, *Denkschr. der Münch. Akad.* V (1814-1815).
Baden Powell, *Pogg. Ann.*, LXIX.
Marx, *Schweigger's Journal*, LII (1828).
Young, *Quarterly Journal*, XXII.
Brewster, *Treatise on new Philos. Instrum.*, 1813.
Dutirou, *Annales de Ch. et de Phys.* (3), XXVIII.
Jamin, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), XXIX, XXXI, LIX.
Herschel, *Traité de la Lumière.* Paris, 1829, II.
Dulong, *Ann. de Ch. et de Phys.* (2), XXXI, 154.
Leroux, *Ann. de Ch. et de Phys.* (3), LXI, 385.
Ketteler, *Beob. über die Farbenzerstreuung der Gase*, 1865, p. 85.

TAVOLA XLVI.

Lunghezza delle onde luminose in decimillionesimi di millimetro (*).

Riga dello spettro	FRAUNHOFER (media di due serie d'esperienze)	MASCART	Van der WILLIGEN	DITSCHEINER	BERNARD	ANGSTRÖM	ESSELBACH	STEFAN
A			7609		7602	7604		
a			7189			7183		
B	6878	6866,6	6871	6883,3	6865	6867	6874	6873
C	6560	6560,7	6565	6571,1	6557	6562		6578
D_1	5888	5894,3	5898	5905,3	5888	5895	5886	5893
D_2			5896	5898,9		5889		
E	5262	5267,9	5272	5278,3	5266	5269	5260	5271
b_1 (1634 Kirch.)			5186	5191,2		5183		
b_2 (1648,8 K.)			5175	5180,9		5172		
F	4850	4859,8	4864	4868,7	4858	4860	4845	4869
H_γ (2797 K.)			4342	4346,6		4340		
G	4293	4307,6	4311	4317,0	4305	4307	4287	4291
H_1	3945	3967,2	3971	3974,2	3969	3968		3959
H_2			3938	3940,5		3933		
L		3819					3791	
M		3729					3657	
N		3580					3498	
O		3440					3360	
P		3360					3290	
Q		3286					3232	
R		3177					3091	

(*) FRAUNHOFER, *Denkschr. der Münch. Ak.* VIII. *Schumacher's astr. Abh.* II, Heft. 1823.
» *Gilbert's Ann.* LXXIV, 337.
MASCART, *Comptes rendus*, LVIII, 1111.
Van der WILLIGEN, *Mémoires d'Opt. phys.* Harlem., 1868, 2.
DITSCHEINER, *Berichte der Wien. Ak.* LII, II Abth. 289, 1865.
BERNARD, *Comptes rendus*, LVIII, 1153.
ANGSTRÖM, *Rech. sur le spectre solaire.* Berlin, 1869.
ESSELBACH, *Pogg. Ann.*, XCVIII, 513.
STEFAN, *Berichte der Wien. Ak.* LIII, II Abth. 521.

TAVOLA XLVII.

Linee spettrali d'alcuni metalli

(dal *Kohlrausch, Leitfaden*, etc.).

I numeri sono riferiti alla scala di Bunsen, di cui si è già parlato al § 275. Il primo numero indica la posizione del mezzo della linea sopra la scala, il numero romano indica l'intensità, l'altro numero arabico la larghezza della linea in parti della scala; ov'esso manca, s'intende che la larghezza sia di una parte. Le linee segnate con due asterischi sono a contorni ben netti, quelle con un solo asterisco sono d'una mediocre nettezza, infine quelle senza alcun segno sono a limiti incerti. Le linee più importanti per distinguere i varii metalli sono stampate in caratteri più grossi.

Ka	*Na*	*Li*	*Ca*	*Sr*	*Ba*
17,5 II *					
				29,8 III	
		32,0 I **		**32,1** II	
			33,1 IV 2	**33,8** II	
			36,7 III	36,3 II	35,2 IV 2
				38,6 III	
			41,7 I 1,5	41,5 III	41,5 III 3
		45,2 IV *	46,8 III 2	**45,8** I	45,6 III * 1,5
Spettro continuo pallido da 55 a 120	**50,0** I **		49,0 III		
			52,8 IV		52,1 IV
			54,9 IV		56,0 III 2
			60,8 I 1,5		**60,8** II *
			68,0 IV 2		66,5 III 3
					71,4 III 3
					76,8 III 2
					82,7 IV 4
					89,3 III 2
				105,0 III *	
			135,0 IV *		
153,0 IV					

TAVOLA XLVIII.

Correzione della durata di un'oscillazione per l'ampiezza dell'oscillazione medesima (dal *Kohlrausch*, *Leitfaden*, etc.).

$$K = \frac{1}{4}\,\mathrm{sen}^2\frac{\alpha}{2} + \frac{5}{64}\,\mathrm{sen}^4\frac{\alpha}{2} \quad (\S\ 314).$$

2α	K		2α	K		2α	K		2α	K	
0°	0,00000	0	10°	0,00048	10	20°	0,00190	20	30°	0,00428	29
1	000	2	11	058	11	21	210	20	31	457	30
2	002	2	12	069	11	22	230	21	32	487	31
3	004	4	13	080	13	23	251	23	33	518	32
4	008	4	14	093	14	24	274	23	34	550	33
5	012	5	15	107	15	25	297	25	35	583	33
6	017	6	16	122	16	26	322	25	36	616	35
7	023	7	17	138	16	27	347	26	37	651	35
8	030	9	18	154	18	28	373	27	38	686	37
9	039	9	19	172	18	29	400	28	39	723	38
10°	0,00048		20°	0,00190		30°	0,00428		40°	0,00761	

TAVOLA XLIX.

Forze elettromotrici di varie coppie composte da due metalli immersi in acqua acidulata con acido solforico.

L'acido aveva il peso specifico 1,838 ed era misto ad acqua in ragione di 1 a 49 in peso. La forza elettromotrice di una coppia Daniell fu posta eguale a 100. Il metodo adoperato fu quello di compensazione (Poggendorff, *Pogg. Ann.*, LXX, 60).

COPPIA	FORZA ELETTROMOTRICE
Ferro-Mercurio	77,8
Ferro-Rame	41,7
Mercurio-Platino	23,1
Rame-Mercurio	35,6
Rame-Platino	60,4
Stagno-Rame	41,0
Zinco-Argento	105,3
Zinco-Rame	83,0
Zinco-Stagno	40,9
Zinco amalgamato-Ferro	53,7
Zinco amalgamato-Stagno	53,1

TAVOLA L.

Forza elettromotrice di alcune coppie elettriche

(NACCARI, *Atti del Reale Istituto Veneto* (4), II, 75 *).

COPPIA	E (**)	E_1 (**)
Coppia Daniell	11,65	11,2
Marié Davy	16,0	15,2
Grove e Bunsen	20,3	19,2
Bunsen con CrO_3	21,8	18,0
Callan	21,5	20,0
Grenet	19,7	17,5
Smée	12,8	6,5
Warren de la Rue	11,4	9,9
Leclanché	14,7	10,1

(*) I valori dati nella citata memoria furono ridotti ad unità Weber-Siemens, cioè si prese per unità la forza elettromotrice che in un circuito, la cui resistenza è eguale ad una unità Siemens, genera l'unità di corrente elettromagnetica. Alcuni valori furono alterati in seguito ad esperienze posteriori.

(**) E indica la forza elettromotrice della coppia appena preparata, determinata col metodo di compensazione, E_1 il valore che in media si può assegnare alla forza elettromotrice della coppia nello stato di attività: questo valore, specialmente per le coppie ad un liquido, può variare notevolmente nei casi pratici a seconda delle condizioni speciali.

TAVOLA LI.

Conducibilità e resistenza elettrica.

Sostanza	Conducibilità rispetto al mercurio	Resistenza rispetto al mercurio	Sperimentatore
Alluminio a 19°,6	20,7	0,0483	Matthiessen
Antimonio puro a 18°,7	2,63	0,380	»
Argento puro a 0°	61,4	0,0163	»
Bismuto (in fili sottilissimi) a 13°,8	0,730	1,37	»
Cadmio puro a 18°,8	13,6	0,0738	»
Carbone delle pile di Bunsen (in bastoni sottili) a 26°,2	0,0177	56,4	»
» delle storte (in bastoni sottili) a 25°	0,0237	42,2	»
Ferro (corde da pianoforte) a 20°,4	8,86	0,113	»
Grafite di Ceylon a 22°	0,0425	23,5	»
» tedesca a 22°	0,0267	37,4	»
» composta con le due prime, per matite a 22°	0,0242	41,3	»
Magnesio a 17°	15,6	0,0640	»
Mercurio puro a 22°,8	1	1	»
Oro puro a 21°,8	33,86	0,0295	»
Pakfong (*Neusilber*) a 18°,7	4,71	0,213	»
Palladio a 17°,2	7,75	0,129	»
Piombo puro a 17°,3	4,77	0,210	»
Platino a 20°,7	6,46	0,155	»
Rame del commercio. Filo N. 1, a 18°,8	47,5	0,0211	»
» » » 2, a 22°,6	44,2	0,0226	»
» » » 3, a 24°,2	18,8	0,0532	»
Stagno puro a 21°	7,02	0,142	»
Zinco a 17°,6	16,8	0,0595	»

TAVOLA LI *(Continuazione).*

Sostanza	Conducibilità rispetto al mercurio	Resistenza rispetto al mercurio	Sperimentatore
H_2SO_4 a 15° C.	0,000 010 314	969 50	Paalzow
$H_2SO_4 + 13$ aq. a 22° (minima resistenza) .	0,000 075 132	133 10	»
$H_2SO_4 + 499$ aq. a 22°	0,000 005 412	184 773	»
$ZnSO_4 + 24$ aq. a 23° (minima resistenza) .	0,000 005 236	191 000	»
$ZnSO_4 + 107$ aq. a 23°	0,000 002 824 9	354 000	»
$CuSO_4 + 45$ aq. a 22°	0,000 004 940 4	202 410	»
$CuSO_4 + 105$ aq. a 22°	0,000 002 946 9	339 341	»

La legge secondo la quale decresce la conducibilità dei metalli al crescere della temperatura, è prossimamente la stessa per tutti, se essi sono chimicamente puri. Posta eguali ad 1 la conducibilità e la resistenza d'un metallo a 0°, e indicati con λ e con ρ i valori di quelle quantità a t°, si ha

Metalli solidi puri $\lambda = 1 - 0{,}003\,7647\,t + 0{,}000\,008\,340\,t^2$ (Matthiessen)

Mercurio . . . $\lambda = 1 - 0{,}000\,985\,t$ (Siemens)

Pakfong (*Neusilber*) $\rho = 1 + 0{,}0004\,t$ »

Ottone . . . . $\rho = 1 + 0{,}001\,6619\,t - 0{,}000\,000\,557\,76\,t^2$ (Arndtsen).

Veggasi

Matthiessen, *Pogg. Ann.*, CIII, 428 (1858).
Matthiessen u. v. Bose, *Pogg. Ann.*, CXV, 353 (1862).
Siemens, *Pogg. Ann.*, CXIII, 104 (1861).
Arndtsen, *Pogg. Ann.*, CIV, 1 (1858).
Paalzow, *Pogg. Ann.*, CXXXVI, 489 (1869).

I risultati delle varie ricerche sulla resistenza elettrica dei corpi trovansi raccolti e discussi nell'opera del Wiedemann, *Die Lehre vom Galvanismus, etc.*, I, 290-340, II ediz.

TAVOLA LII.

Unità di corrente elettrica (*).

Unità in cui è espressa l'intensità d'una corrente	Fattori per cui va moltiplicata l'intensità della corrente per venire espressa in				
	c. c. di gas tonante	milligrammi d'acqua	milligrammi di rame	milligrammi di argento	unità elettromagnetiche
Centimetri cubici di gas tonante in un minuto . .	1	0,5361	1,891	. 6,429	0,9484
Milligr. d'acqua in un min.	1,865	1	3,528	11,992	1,769
» di rame » »	0,5287	0,2835	1	3,399	0,5015
» d'argento » »	0,1555	0,0834	0,2942	1	0,1475
Unità elettromagnetiche .	1,0544	0,5653	1,994	6,779	1

(*) Questa tavola fu calcolata ammettendo che l'unità di corrente elettromagnetica sviluppi in un minuto cent. c. 1,0544 di gas tonante (KOHLRAUSCH, *Pogg. Ann.*, CXLIX), che la densità del gas tonante sia 0,0005361, e che gli equivalenti del rame e dell'argento sieno 31,75 (Dumas) e 107,93 (Stas).

TAVOLA LIII.

Unità di resistenza elettrica (*).

RESISTENZA DATA	VALORI DELLA DATA RESISTENZA IN				
	1[m] di filo d'argento, ecc.	Campione Jacobi	Unità Siemens	Ohmad	10^{10} unità di Weber
1[m] di filo d'argento del diametro di 1[mm]	1	0,3726	0,02149	0,02048	0,02228
Campione Jacobi . . .	26,84	1	0,5767	0,5496	0,598
Unità Siemens	46,53	1,734	1	0,9530	1,037
Ohmad	48,83	1,819	1,0493	1	1,088
10^{10} unità di Weber . .	44,88	1,672	0,9644	0,9191	1

(*) Nel calcolare questa tavola si partì dai seguenti valori numerici:

La resistenza del filo d'argento sopra indicato equivale a 0,02048 della Ohmad (MATTHIESSEN, *Pogg. Ann.*, CXXV).

Il campione di Jacobi è eguale a $0{,}598.10^{10}$ unità di Weber (WEBER, *Abh. der Sächs. Gesellsch. der Wissensch.*, I, 252).

La Ohmad è 1,0493 della Siemens (DEHMS, *Pogg. Ann.*, CXXXVI, 404. SIEMENS, *ib.*, CXLVIII, 155) e 1,088 rispetto a una resistenza eguale a 10^{10} di quella di Weber (*Report of the Brit. Assoc. for* 1863).

AGGIUNTE

Nota relativa al peso di un litro d'aria.

Nel § 87 abbiamo riferito coi valori numerici dati dal Regnault la formula che dà il peso del litro d'aria preso a 0° e 760^{mm} ad una latitudine λ e ad un'altezza h sopra il livello del mare. Il Lasch (*) ed il Kohlrausch (**) mostrarono che a quei valori dovevansi apportare delle correzioni. Quantunque non sia grande, a dir vero, l'importanza di queste, pure stimiamo opportuno di occuparcene, anzi di rifare in parte il calcolo sostituendo alla densità dell'acqua a 0° che fu trovata da Kopp e assunta in questo calcolo dal Kohlrausch, il medio valore desunto dalle esperienze di Kopp, Pierre, Despretz, Hagen, Matthiessen, Rossetti, Weidner e Jolly. Questo valore è 0,999 8702.

Il peso dell'acqua che nelle esperienze del Regnault empiva il pallone era

per la 1ª esperienza . . . . . $9879^{gr},973$,

» 2ª » . . . . . $9880,026$.

La capacità del pallone a 0° risulta dunque nei due casi

$$9881^{cc},255, \qquad 9881^{cc},309,$$

in media $9881^{cc},282$, e siccome il peso dell'aria che empiva lo stesso pallone a 0° e 760^{mm} era (applicata la correzione del Lasch) $12^{gr},778\ 266$, ne segue che il peso del litro d'aria a Parigi nelle condizioni normali è $1^{gr},293\ 179$. L'altezza del luogo delle esperienze era metri 60, la latitudine 48° 50′ 14″. Assumendo il valore del medio raggio terrestre dato da Bessel cioè metri 6 366 688, e il coefficiente 0,002 5935 per la correzione relativa alla latitudine, quale risulta dai calcoli dello Schmidt, si trova che il peso di un litro d'aria nelle condizioni normali, alla latitudine di 45° e al livello del mare, è

$$1^{gr},293\ 179\ \frac{1+\frac{120}{6\ 366\ 688}}{1-0,002\ 5935\cos 97°\ 40'\ 28''} = 1^{gr},292\ 756.$$

Quindi il peso di un litro d'aria nelle condizioni normali alla latitudine λ e ad un'altezza h sul livello del mare è

$$1^{gr},292\ 756\ \frac{1-0,002\ 5935\cos 2\lambda}{1+0,000\ 000\ 3141\ h},$$

o anche prossimamente

$$1^{gr},292\ 756\ (1-0,002\ 5935\cos 2\lambda - 0,000\ 000\ 3141\ h).$$

(*) Lasch, *Pogg. Ann. Ergänz.*, III, 321 (1852).

(**) Kohlrausch, *Pogg. Ann.*, XCVIII, 178 (1856).

I numeri contenuti in questa espressione possono sostituirsi a quelli usati nel § 87 a pag. 148. Le differenze però sono assai piccole.

Il coefficiente relativo alla riduzione per le differenze di latitudine andrebbe anche sostituito a quello usato nelle formule barometriche dei §§ 103-104.

Aggiunta ai §§ 103-105.

Discutendo le osservazioni fatte da Glaisher in molte ascensioni aerostatiche il Saint-Robert fu condotto ad ammettere che la densità dell'aria decresca presso a poco in progressione aritmetica al crescere dell'altezza. Ne segue che la densità media della colonna d'aria compresa fra due stazioni equivale alla semisomma delle densità alle stazioni medesime. Se dunque si indica con P e p i pesi dell'unità di volume nella stazione inferiore e nella superiore, con B_0 e b_0 le relative altezze della colonna barometrica ridotta a 0°, con Δ la densità del mercurio a 0°, e con H la differenza di livello fra le due stazioni, si ha

$$H \cdot \frac{P+p}{2} = (B_0 - b_0)\,\Delta.$$

Da questa equazione si deduce tosto

$$H = 2 \cdot 76 \frac{\Delta}{T \cdot \delta} \cdot \frac{B_0 - b_0}{\frac{B_0}{T+t'} + \frac{b_0}{T+t''}} \qquad [1],$$

nella quale T è la temperatura assoluta del punto di gelo, t' e t'' le temperature dell'aria nella stazione inferiore e nella superiore, δ il peso dell'unità di volume dell'aria nelle condizioni normali, e B_0 e b_0 sono espresse in centimetri.

In questa deduzione non si è tenuto conto nè dell'umidità dell'aria, nè delle variazioni della gravità; avendo riguardo a queste correzioni il St-Robert giunge alla formola più esatta

$$H^m = 105{,}173\,(1 + 0{,}0026\cos 2\lambda)\left(1 + \frac{a}{2}\frac{H}{r} + a\frac{z}{r}\right) \times \qquad [2],$$

$$\times \frac{B_0 - b_0\left(1 - \frac{aH}{r}\right)}{\frac{1}{2}\frac{T}{76}\left[\frac{B_0 - \frac{3}{8}\eta'}{T+t'} + \frac{b_0\left(1 - \frac{aH}{r}\right) - \frac{3}{8}\eta''}{T+t''}\right]}$$

dove λ indica la media delle latitudini delle due stazioni, a è un coefficiente eguale a $\frac{5}{4}$ per osservazioni fatte sulla superficie ter-

restre ed eguale a 2 per quelle eseguite in pallone aerostatico, z è l'altezza della stazione inferiore sul livello del mare, r è il raggio terrestre che può ritenersi eguale a 6 366 700^m, η' e η'' le forze elastiche, espresse in colonna di mercurio, del vapore esistente nell'aria delle due stazioni.

Per agevolare l'uso di questa formola il St-Robert ha calcolato apposite tavole (*). Però è abbastanza esatta anche la forma più semplice [1], nella quale, quando H si intenda espresso in metri, e pongasi col St-Robert $T = 274°$, il coefficiente numerico risulta eguale a 58,344 (**): il St-Robert poi per tener conto delle condizioni ordinarie d'umidità dell'aria e delle variazioni della gravità modifica il coefficiente teorico e lo riduce a 58,8, sicchè la formola risultante è

$$H^m = 58{,}8 \frac{B_0 - b_0}{\frac{B_0}{274° + t'} + \frac{b_0}{274 + t''}} \qquad [3].$$

Fondandosi sulla medesima legge di decremento della densità dell'atmosfera, il St-Robert ha anche dedotto la formola

$$\frac{b_0}{T + t''} = \left(1 - \frac{H}{c}\right) \frac{B_0}{T + t'} \qquad [4],$$

dove c è una costante che esprime l'altezza dell'atmosfera, supposto che la legge ammessa si possa estendere fino ai più alti strati atmosferici (***): il valore di c dedotto dalle osservazioni di St-Robert è di 12 500^m. Eliminando t' fra la [3] e la [4] si ottiene

$$B_0 = b_0 \left\{1 + \frac{H}{58{,}8\,(T + t'')} \cdot \frac{2c - H}{c - H}\right\} \qquad [5],$$

e quindi

$$H^m = c + k - \sqrt{c^2 + k^2} \qquad [6].$$

essendo

$$c = 12\,500^m \quad \text{e} \quad k = \frac{1}{2} 58{,}8\,(T + t'') \left(\frac{B_0}{b_0} - 1\right)$$

(*) *Memorie dell'Accad. di Torino* (2), XXV (1871).

(**) Prendendo $T = 272°{,}5$ e correggendo il peso del litro d'aria, il coefficiente diventa 58,665.

(***) Dorna (*Atti della R. Accad. di Torino*, V, 404 (1869-70)) dimostra molto semplicemente la [4], osservando che, quando si conservi alle lettere i significati attribuiti loro di sopra, si ha

$$\frac{p}{P} = \frac{c - H}{c} = 1 - \frac{H}{c}$$

dalla quale si ricava immediatamente la [4] applicando le leggi di Mariotte e di Gay Lussac.

L'ultima equazione dà l'altezza H quand'anche non si conosca la temperatura dell'aria alla stazione inferiore; la [5] si presta a ridurre la pressione barometrica al livello del mare, conoscendo soltanto la temperatura del luogo in cui si fa l'osservazione e la sua altitudine.

Il Dorna partendo dalla [2] giunge invece per via alquanto diversa alle due formole analoghe

$$B_0 = b_0 \left\{1 + \frac{2H}{\alpha(T + t'')} \left(1 + \frac{H}{\alpha(T + t'')}\right)\right\} \qquad [5]',$$

e

$$H^m = \frac{1}{2}\alpha(T + t'') \left\{-1 + \sqrt{\frac{2B_0}{b_0} - 1}\right\} \qquad [6]',$$

dove per α è opportuno sostituire il numero 59,344 anzichè 58,8 che vale per le formole di St-Robert (*).

Modo di adoperare le tavole XV e XVI.

Il modo di usare la tavola XV o la XVI sarà chiarito dall'esempio seguente. Siasi letta su scala di vetro l'altezza 673,4 di una colonna di mercurio a 35°,7. La quantità che va sottratta da 673,4 si ottiene in questo modo: si trova nella prima colonna della tavola XV il numero più prossimo 675, poi nella colonna cui è sovrapposto il numero 3 e nella riga del 675 si trova il numero 0,34674, che va moltiplicato per 10 per dare la correzione relativa a 30°: similmente nella colonna 5° si trova 0,57746 e dalla colonna 7° si deduce 0,80844 che va diviso per 10 trattandosi di decimi di grado. L'altezza corretta sarà quindi

$$673{,}4 - 3{,}46 - 0{,}58 - 0{,}08 = 669{,}3.$$

AVVERTENZA.

Nella tavola I fu ommesso per errore quanto segue

Libbra inglese (*avoirdupois*, 7000 grani) $0^k{,}453411$, $\log = 9{,}6564921$.

(*) Dorna, *Mem. cit.* Nello stesso volume trovasi anche una tavola *logipsometrica*, che serve al calcolo di queste formole.

INDICE ALFABETICO

Abbadie (*d'*) 178.
Abbreviazione di calcoli su quantità molto piccole 3.
Acetone (temperatura dei vapori a diverse tensioni; tavola) 640.
Acqua — massimo di densità 58; — dilatazione 23; — densità e volume da — 10° a 100° (tav.) 610; — tensione del vapor d'acqua da — 32° a 230° (tav.) 628; — *id.* da — 10° a + 35° (tav.) 631; — *id.* da 85° a 101° (tav.) 636; — temperature del vapore corrispondenti alle tensioni di 1, 2, ... 10 atmosfere (tav.) 640; — calore specifico (tav.) 644.
Acustica 329.
Aggiunte 669.
Airy 18, 453.
Alcool — tensione dei vapori e temperature corrispondenti (tav.) 639, 640.
Alcooliche — (massimo di densità delle soluzioni) 47, 251; — (peso specifico delle soluzioni) 589.
Alcoolometro 138.
Allungamenti — loro misura diretta 211; — loro amplificazione 215; — confronto degli allungamenti di due aste 215.
Altezza barometrica ridotta a livello del mare 174, 670.
Altezze — loro misura mediante il barometro 170, 670; — errori possibili in tale determinazione 175; — norme pratiche 175; — loro misura mediante il termometro 178, 603.
Amalgamazione dello zinco 469.
Amici 401.
Amsler 100.
Analisi — dei suoni 337; — spettrale 365.
Andrieff 383 e sg.
Anello oculare 378.
Aneroide 164, 178.
Angoli — loro misura 97.
Angström 296, 646 e sg.; 660.
Approssimazione 1.
Approssimazioni successive 6.
Arago 139, 222, 658.
Areometro 129, 135, 137; — di Baumé (tav.) 590 e sg.
Argentatura del vetro per specchi 465.
Aria — peso di un litro d'aria 669; — tavola per la dilatazione termica 613.
Arndtsen 665.
Aspiratore ad acqua 311.
August 327.
Avvertenze — generali sull'uso degli stromenti misuratori 75; — relative al magnetismo 462.
Azotico — (peso specifico dell'acido azotico misto ad acqua, tav.) 588.

Babinet 3, 173 e sg.
Bachmann 581.
Baden Powell 655 e sg.; 659.
Balfour Stewart 165.
Barometrica — pressione, V. Pressione; — colonna ridotta a 0° (tav.) 593, 600.
Barometro 154 e sg.; — da laboratorio 159; — di Fortin 160; — a sifone 164; — aneroide 164; — uso e correzioni 161; — riduzione a livello del mare della colonna barometrica 174, 670; — errori nella misura delle altezze col barometro 175.
Barrow 419.
Battimenti (metodo dei) 333.

Bauer 123 e sg.
Bauernfeind 98, 100, 172, 176 e sg.
Baumann 84.
Baumé 137, 590.
Baumgartner 580.
Beck 137.
Becker 539.
Becquerel 539.
Beetz 541, 552, 559.
Bellavitis 479.
Belli 320, 324 e sg.
Benzenberg 652.
Benzina — tensione dei suoi vapori (tav.) 639.
Berjot 469.
Bernard 660.
Bernardi 527, 529.
Bernoulli 344.
Bertrand 3, 13.
Berzelius 580, 582, 624; — (romano o cavaliere di) 114.
Bessel 60, 189, 567.
Beudant 581, 652.
Bilancia 110 e sg.; — sua esattezza 115; — sua sensibilità 118; — idrostatica 128, 134; — a molla di Jolly 131, 136; — di torsione 424.
Bineau 587.
Biot 139, 149, 215, 222, 486, 658.
Black 278.
Blagden 239,
Blaserna 483 e sg.; 488.
Boccetta (metodo della) 129, 135.
Boole 18.
Borda 118, 126, 215, 441.
Boscovich 28, 658.
Bosscha 341 e sg.; 518.
Boussingault 586, 627.
Braun 419, 462.
Bravais 652.
Breithaupt 581.
Brewster 360, 362, 390, 657 e sg.
Brisson 580 e sg.; 584.
Brunner 311.
Bucholz 581 e sg.
Bunge 111.
Bunsen 37, 41, 139, 142, 278, 280 e sg.; 285 e sg.; 351 e sg.; 365, 369, 474, 497, 581, 584, 593, 624, 640 e sg.; 647.
Bussola d'inclinazione 419.
Bussola dei seni 488; — delle tangenti 482, 486; — a riflessione 487; — di Gaugain 486; — di Wiedemann 488; — correzioni (per una bussola delle tangenti) 483; — formole di approssimazione 486; — coefficiente di riduzione in unità elettromagnetiche e in unità chimiche 495 e sg.; — resistenza di una bussola 535, 537.

Cagniard Latour 330.
Cahours 585 e sg.; 627.
Calamite — norme per conservarne la forza 462.
Calibrazione d'un termometro 181, 188 e sg.
Callaud 473.
Calore 180; — di fusione e di vaporizzazione (tav.) 647 e sg. — Calore specifico dei solidi 261 e sg.; — dei liquidi 287 e sg.; — d'un solido entro dato intervallo di temperatura 274; — di alcuni solidi e liquidi (tav.) 640; — come varii colla temperatura (tav.) 643; — dell'acqua a varie temperature (tav.) 644; — dei gas e vapori 645.
Calorimetro 261, 278.
Camera chiara 396.
Campanelle graduate 102 e sg.
Campani 376, 392.
Campione — coppie elettriche 543; — di resistenza elettrica 507 e sg.; — *B. A.*, V. Ohmad.
Campo — del cannocchiale 382; — del microscopio 391.
Canna barometrica (scelta e pulitura) 155.
Canne acustiche 342.
Cannello d'un termometro — scelta, pulitura, essiccazione, calibrazione 180 e sg.
Cannocchiale 376; — astronomico 376 e sg.; — terrestre e di Galileo 377; — campo 382; — ingrandimento 379.
Cantoni 326.
Capacità di un vaso e di una particella di cannello 227; — di un vaso (aumenti per il calore) 252 e sg.
Capillarità — misura della depressione 94; — correzione per i barometri 162, (tav.) 592.

Capsule manometriche 335.
Carpenter 390.
Cartier 137.
Catetometro 90; — rettifica 91; — uso 92.
Cauchy 364.
Cavaillé-Coll 331.
Cavaliere di Berzelius 114.
Cavallo 657.
Cavendish 16.
Celsio 198.
Centramento delle lenti d'un cannocchiale 385.
Cerchio diviso 97.
Chaulnes 360.
Chevalier 391.
Chevreul 623 e sg.
Chladni 651.
Christoffel 364.
Ciclo 61.
Clarke 623 e sg.
Cloroformio (tensione dei vapori, tavola) 639.
Cloruro di carbonio (tavola della tensione dei vapori) 639.
Cloruro di sodio — peso specifico delle soluzioni (tav.) 589.
Coddington 390.
Coefficiente — di dilatazione, V. Dilatazione; — di induzione 449.
Colladon 652.
Colonne di mercurio ridotte in colonne d'acqua e viceversa (tav.) 601.
Comparatore di Lissajous 333; — di Helmholtz 334.
Condizione (equazioni di) 26.
Conducibilità — per il calore 296 e sg. (tavola) 646; — dei cattivi conduttori 307; — elettrica, V. Resistenza.
Coppie elettriche 468 e sg.; — ad un sol liquido 469; tavola delle forze elettromotrici 662; — a due liquidi 472; tavola delle forze elettromotrici 663. — Modo di disporre le coppie elettriche 476; — loro scelta 475; — determinazione della loro forza elettromotrice 542, della loro resistenza 535, della loro costanza ed economia 562. — Coppia Bunsen 474; sue modificazioni 475; — Callaud 473; — Daniell 472; — Daniell (campione) 543; — Grenet 471; — Grove 474; — Latimer Clark (campione) 543; — Leclanché 470; — Marié-Davy 473; — Minotto 472; — Smee 469; — Warren de la Rue 471.
Corda (numero delle vibrazioni d'una) 329.
Coristа (numero delle vibrazioni d'un) 347.
Corrente elettrica (unità di) 477 e sg.; (tav.) 666.
Correnti elettriche — loro misura 477 e sg.; 482; — derivate (modo di calcolarle) 479 e sg.
Correzione — (termini di) 4; — delle pesate nell'aria 125, (tav.) 578; — d'un termometro già costruito 188; — d'un barometro 161; tavole per la riduzione a 0° 593 e 600; — d'una bussola delle tangenti 483.
Costanti empiriche 25.
Coulomb 424.
Crova 510 e sg.
Cubi dei numeri da 1 a 100 (tav.) 569.
Curvatura — degli specchi concavi 370; — degli specchi convessi 372; — delle lenti 373.

Dalton 640.
Daniell 320, 472.
Davy 624.
Debray 624.
Declinazione magnetica 402 e sg.
Decremento logaritmico 536.
De Eccher 347.
Degen 41.
Dehms 479, 508, 526, 666.
De La Prevostaye 280, 647.
Delcros 592.
De Luc 215.
Densimetro 137.
Densità dei corpi 127; — dei solidi 128 e sg.; (tav.) 580 e sg.; — ottenuta col volumenometro 109; — dei liquidi 134 e sg.; 226, 233 e seg.; (tav.) 583; — dell'acqua distillata da — 10° a 100° (tav.) 610; — dei gas 138 e sg.; — di alcuni gas rispetto all'aria e al-

l'acqua (tav.) 584 e sg.; — dei vapori 148 e sg.; — di alcuni vapori rispetto all'aria (tav.) 585; — massimo di densità dell'acqua 58.
Depressione capillare del mercurio nei barometri (tav.) 592.
Desains 280, 624, 641, 647.
Despretz 237, 296, 298 e sg.; 483, 583, 610, 623, 641, 669.
Deville (*Sainte Claire*) 152, 218, 585 e sg.; 624, 626 e sg.
Diaframmi in un cannocchiale 377.
Dilatazione lineare 209 e sg.; (tav.) 607; — cubica dei solidi 252 e sg.; — assoluta dei liquidi 222 e sg.; (tav.) 612; — dei gas 260, (tav.) 613.
Dinametro di Ramsden 380.
Dippel 390.
Distanza — della visione distinta 395; — focale di una lente convergente 374; — *id.* di una lente divergente 375.
Ditscheiner 660.
Divisione d'una lunghezza 78.
Doppie pesate 117, 126.
Dorna 671 e sg.
Doublet 390.
Du Bois Reymond 541, 548, 550, 552.
Duhamel 332.
Dujardin 390.
Dulong 159, 215 e sg.; 225, 252, 259, 278, 317, 344, 347, 641, 643, 651 e sg.; 658 e sg.
Dumas 149, 151, 354, 585 e sg.; 626 e sg.; 666.
Dutirou 656, 659.

Ebollizione — (punto di ebollizione in un termometro) 187; — (temperatura di ebollizione di varii liquidi, tavola) 625.
Ecchер (*De*) 347.
Elettrolisi — dell'acqua 496; — del solfato di rame 503.
Elettromotori 468.
Elschnig 165.
Empiriche — costanti 25, 49; — curve 51; — formole 56.
Encke 13, 15, 18, 33.
Engelbreit 98.
Equazioni di condizione 26.
Errore — assoluto e relativo 1; — del medio 12, 16; — medio 12, 16, 36; — probabile 14, 16.
Errori — (sunto della teoria) 7; — accidentali 7; — costanti 7, 19; — veri 8; — risultanti nelle operazioni 3; — della quantità dipendente e delle indipendenti 5; — somma dei quadrati degli errori nella formola di Bessel 68; — d'una scala divisa 84; — del nonio 86; — nella misura degli angoli 98; — d'una serie di pesi numerati 119; — di parallasse 386; — nella misura delle altezze col barometro 175.
Esattezza della bilancia 115.
Esponenziale (formola empirica) 58.
Esselbach 660.
Essenza di trementina (tensione dei vapori, tav.) 639.
Essiccazione dell'aria 206.
Etere (tav. della tensione dei vapori) 639, 640.
Ettling 626.
Eulero 110.

Faà de Bruno 18.
Fahrenheit 198, 605.
Faraday 623 e sg.
Fechner 544.
Fenomeni periodici 60.
Fiamma (intensità luminosa) 350, (tav.) 654.
Fiamme manometriche 335.
Filo — a piombo 37; — (diametro di un) 96, 398.
Fischer 100.
Fizeau 218 e sg.; 222, 258, 607 e sg.
Fleeming Jenkin 479, 508.
Fluoridrico (uso dell'acido) 79.
Fluoridrato di ammoniaca (uso del) 79.
Focometro 375.
Forbes 296, 305 e sg.
Formole — empiriche 56; — di Degen 41; — d'interpolazione di Lagrange e di Newton 21; — di Bessel 60; — di Simpson 101.
Fortin 160.
Forza elettromotrice — (unità di) 477 e

sg.; — delle coppie elettriche 542 e sg.; (tav.) 662 e sg.; — sue variazioni 554; — metodo di Fechner 544; — *id.* di Ohm 545; — *id.* di compensazione 546 e sg.; — *id.* di Du Bois Reymond 548.
Forze elastiche — del vapor d'acqua da — 32° a 100° (tav.) 628; — *id.* da — 10° a + 35° (tav.) 631; — *id.* da 85° a 101° (tav.) 636; — del vapor d'acqua che si svolge dalle soluzioni di acido solforico (tav.) 638; — del vapor di mercurio (tav.) 638; — dei vapori di alcool, benzina, cloroformio, cloruro di carbonio, essenza di trementina, etere e solfuro di carbonio (tav.) 639.
Forze magnetiche (loro misura) 423 e sg.
Fotometria 350, (tav.) 654.
Fotometro — di Bunsen 351; — di Rumford 350.
Francoeur 138, 590.
Franz 296, 298, 300, 302, 647.
Fraunhofer 375, 388, 391, 655 e sg.; 659 e sg.
Frey 390.
Frisiani 435.
Froment 211 e sg.
Funzioni interpolari 20.
Fuochi principali delle lenti 373.
Fusione — (calore di) 308 e sg.; (tav.) 647; — temperatura di fusione per alcuni corpi (tav.) 623; — del ghiaccio per scopo calorimetrico 278 e sg.

Gabba 150.
Galileo 100, 377.
Galvanometro 490; — differenziale e sua verificazione 519; — (graduazione del) 490 e sg.; — (resistenza d'un) 535, 537.
Gas — densità 138, (tav.) 584 — dilatazione 260, (tav.) 613; — calori specifici (tav.) 645.
Gaugain 486.
Gauss 15, 18, 31, 117, 403, 410, 423, 435, 438, 443.
Gay Lussac 138, 149, 191, 317, 581 e sg.; 585 e sg.; 590 e sg.; 624 e sg.
Gehler 580 e sg.
Geissler 224.
Gilpin 239.
Giogo d'una bilancia (rapporto delle braccia) 115, 117.
Giudici 390.
Glaisher 670.
Goldingham 652.
Goldschmid 165.
Govi 609.
Graduati (recipienti) 102.
Graduazione (errori di una) 84; — di un cerchio (esame della) 98; — d'una campanella 106; — di un termometro 181, 185 e sg.; — d'una bussola o galvanometro 490 e sg.; 505.
Grenet 471.
Grove 474.
Guldino (teoremi di) 100 e sg.

Hagen 18, 248, 610, 669.
Hällström 192, 651.
Halske 507, 514.
Hansen 18.
Harting 117, 390, 398.
Hartnack 401.
Hassenfratz 580, 582.
Helmholtz 334, 338, 345.
Henrici 239.
Herschel 390, 659.
Hirn 248.
Hoffmann 150.
Hopkins 624.
Horsford 496, 539.
Housel 3, 173.
Hunäus 97.
Huyghens 376.

Karmrodt 580 e sg.
Karsten 580 e sg.
Ketteler 659.
Kirchhoff 365, 479.
Knapp 654.
Koenig 169, 332, 335 e sg.; 338, 341, 349, 651.
Kohlrausch 124, 478, 497, 505, 508, 536 e sg.; 542, 602, 610, 612, 661 e sg.; 666, 669.

Kopp 28, 107, 109, 186, 192 e sg.; 226, 237, 262, 267, 274, 580, 583 e sg.; 625 e sg.; 640 e sg.; 669.
Krause 657 e sg.
Kreil 414, 435, 453.
Kundt 345 e sg.; 348 e sg.; — (apparecchio semplice di) 345; — *id.* doppio 348.
Kupffer 582.

Idrostatica (bilancia) 128, 134.
Idrostatico (metodo per la dilatazione dei liquidi) 244.
Igrometria 311 e sg.
Igrometro — chimico 311; — a capello 316; — a condensazione 319; — di Belli 322; — di Regnault 320.
Illuminazione degli oggetti sottoposti al microscopio 393.
Inargentare il vetro (modo di) 465.
Incisione sul vetro 79, 184.
Inclinazione magnetica (misura della) 419.
Indice di rifrazione — assoluto e relativo 354, 364; — dei solidi 354, 360; — dei corpi molli 360, 362; — dei corpi opachi 362; — dei liquidi 359 e sg.; 362; — (tavole per solidi e liquidi) 655, 657; — (tavola per gas e vapori) 658.
Induzione (coefficiente di) 449.
Ingenhouss 296, 298.
Ingrandimento — d'un cannocchiale 379; — d'un microscopio semplice 390, 395; — *id.* composto 395.
Intensità — delle fiamme 350; — delle sorgenti luminose (tav.) 654; — magnetica 423 e sg.; — orizzontale del magnetismo terrèstre 441 e sg.; — delle correnti 477; — unità 477 e sg.; (tav.) 666.
Interferenza (apparecchio di Koenig) 339.
Interferenze (metodo delle) 217.
Interpolari (funzioni) 20.
Interpolazione 19, 61; — (formole di) 21.
Intervalli musicali (tav.) 650.
Intervallo fra due note 333.
Inversi (valori inversi dei numeri da 1 a 100, tav.) 569.
Ipsometria 170, 670.
Ipsometriche (formole) 170 e sg.; 670 e sg.

Jacobi 478, 514.
Jamin 211, 657 e sg.
Jolly 127, 131, 136, 203, 208 e sg.; 236 e sg.; 239, 260, 613, 669.
Jurin 398.

Lagrange formola (d'interpolazione), 22.
Lamine — (grossezza delle) 95; — parallelismo delle lamine di vetro 359.
Lamont 403 e sg.; 409, 412 e sg.; 453, 464.
Laplace 215, 278 e sg.; 640 e sg.
La Prevostaye (*De*) 280.
Lasch 584, 669.
Latimer Clark 543 e sg.
Latour (*Cagniard*) 330.
Laussedat 165, 174, 178.
Lavoisier 215, 278 e sg.; 640 e sg.
Leclanché 470.
Legrand 627.
Lenti 373; — di Coddington 390.
Leroux 652, 658 e sg.
Levy 586.
Leyser 403.
Liagre 18, 74.
Liebig 585.
Linee spettrali di alcuni metalli (tav.) 661.
Lissajous 333 e sg.; 342.
Livelletta 87; — sua rettifica 88; — sensibilità ed uso 89.
Livello a bolla 87.
Lloyd 460.
Logaritmico (decremento) 536.
Logaritmi d'uso frequente (tav.) 567.
Louguinine 241, 583.
Löwig 624.
Lunghezze (misura delle) 76.

Macaluso 540.
Macchina divisoria — (esame d'una) 76; — uso 77.

Maelzel 170.
Magnetismo terrestre 402; — (intensità, quantità di) 423.
Magnetizzazione dell'acciaio 463.
Magnetometro — fisso di Gauss 403; — portatile di Lamont 404.
Magnin 165, 174, 178.
Magnus 208 e sg.; 260.
Malus 657.
Manometro — ad aria libera 165; — ad aria compressa 166.
Marié-Davy 473.
Marignac 287 e sg.
Mariotte (legge di) 108, 148, 166, 570.
Marloye 651.
Martin 465, 652.
Marx 657, 659.
Mascart 660.
Masse (misura delle) 110.
Massimi (valori) 66.
Massimo di densità (determinazione del) 250 e sg.
Masson 652.
Matthiessen 186, 213, 247, e sg.; 258, 607 e sg.; 610, 664 e sg.; 669.
Mayer 339, 349, 641.
Medio — aritmetico 11; — valor medio nella formola di Degen 43; — *id.* in quella di Bessel 67; — errore 12, 16, 36; — errore del medio 12, 16.
Melloni 317.
Meissner 581 e sg.
Mendeljeff 589, 612.
Mercurio — (purificazione del) 154; — (ebollizione per barometri) 156; — dilatazione (tav.) 609; — tensione dei vapori (tav.) 638, 640.
Meridiano astronomico 412.
Merz 656.
Mescolanze — (metodo delle) 261, 287, 308; — frigorifere (tav.) 649.
Metronomo 170.
Meyerstein 355.
Micrometrica (vite) 77, 82.
Micrometro 82.
Microscopio 389 e sg.; — uso 400; — binoculare 393; — semplice 390; — composto 391; — esame 398; — campo 391; — ingrandimento 390, 395; — usato per determinare l'indice di rifrazione 360.
Minimi — quadrati 29, 41; — valori 66.
Minotto 472.
Miscele frigorifere (tav.) 649.
Misura di precisione 15.
Mitchell 624.
Mitscherlich 625 e sg.
Modulo di precisione 15.
Mohl (*von*) 390.
Mohs 580 e sg.
Moll 652.
Momento — d'inerzia 434; — *id.* di alcuni solidi 434; — di rotazione di una calamita 423 e sg.; — magnetico 424, 442; — *id.* indotto 449.
Monocordo 329.
Moritz 628, 631, 636.
Morse 168, 169.
Moser 360.
Mousson 649.
Mozzoni 397.
Muncke 224.
Murray 627.
Musschenbroek 580, 582.
Myrbach 652.

Naccari 663.
Nachet 393.
Nägeli 390.
Natterer 624.
Neumann 262, 265, 268, 274, 296, 642, 646.
Newton (formola d'interpolazione) 23.
Nicholson 129.
Nippoldt 497, 542.
Nitidezza delle imagini d'un cannocchiale 385.
Nitrico (peso specifico dell'acido nitrico misto ad acqua, tav.) 588.
Nobert 399.
Nonio 80; — (errori del) 86, 99.
Normali (argomenti e valori) 53.
Nota fondamentale (numero di vibrazioni della, tav.) 651.
Note musicali (tavola del numero di vibrazioni delle) 651.
Novi 3.
Nowak 165.
Numeri d'uso frequente (tav.) 567.
Numero delle vibrazioni 329 e sg.

Obbiettivo — d'un cannocchiale 376; — ad immersione 401.
Oculare — di Campani o di Huyghens 376; — di Ramsden 376; — micrometrico 82.
Oggetti di prova — per il microscopio 399; — per il cannocchiale 386.
Ohm 545, 552 e sg.; 555 e sg.
Ohmad 478, 508.
Onde — lunghezza delle onde luminose (tav.) 660; — *id.* sonore 338.
Operazioni abbreviate 3.
Orizzontale 87.
Oscillazione — durata di oscillazione di una calamita 427 e sg.; — *id.* sua correzione 431 e sg.; (tav.) 662.
Oscillazioni (metodo applicato al magnetismo) 426.
Otto 587, 625.

Paalzow 541 e sg.; 665.
Pape 265, 274 e sg.
Parabola (applicazione del metodo dei minimi quadrati) 42, 46.
Parallelismo delle faccie d'una lastra di vetro 359.
Parry 623 e sg.
Passo perduto 83.
Paternò 583, 612.
Patry 541.
Péclet 296, 303, 305, 307, 647, 654.
Perequati (valori) 54.
Perequazione 53.
Periodici (fenomeni) 60.
Periodo 61.
Perreaux 95.
Person 310, 641, 647.
Pesata d'un corpo 113 e sg.
Pesate — (doppie) 117, 126; — nell'aria (tavola di correzione) 578.
Pesi — atomici (tav.) 577; — errori di una serie di pesi numerati 119; — valore nell'aria dei pesi numerati 124.
Peso — dei corpi (correzione del) 125; — di una osservazione 18; — specifico, V. Densità.
Petit 215 e sg.; 225, 252, 259, 643.
Pierre 191, 201 e sg.; 236 e sg.; 583 e sg.; 610, 612, 625 e sg.; 669.
Pila, V. Coppia.
Piombino 87.
Pisati 583, 612.
Pisko 169, 332.
Planimetri 100.
Platinazione 469.
Plössl 392.
Plücker 223 e sg.
Poggendorff 403, 427, 474, 487, 516, 546, 548, 551 e sg.; 652.
Ponte di Wheatstone 524, 526.
Pouillet 623 e sg.; 643.
Precisione — (grado di) 10; — (misura o modulo di) 15.
Pregio di una osservazione 18.
Pressione barometrica media a varie altezze sul livello del mare (tav.) 602.
Pressioni (misura delle) 154.
Pritchard 391.
Probabilità 8.
Prova d'un calcolo dei minimi quadrati 34, 36.
Psicrometro 325.
Pulitura delle lenti 387.
Punti — fissi del termometro 185, 187; — nodali e principali delle lenti 373.

Quadrati — dei numeri da 1 a 1000 (tav.) 573; — (minimi) 29, 41.

Radau 179, 603.
Radici quadrate e cubiche dei numeri da 1 a 100 (tav.) 569.
Raffreddamento — metodo del raffreddamento per il calore specifico dei liquidi 290; — *id.* per il calore di fusione 310.
Raggio di curvatura d'uno specchio 370 e sg.; — *id.* d'una lente 373.
Ramond 176.
Ramsden 211, 376, 380, 392.
Raoult 543.
Réaumur 198, 604.
Recipienti graduati 102.
Regnault 20, 60, 93 e sg.; 107, 139, 142, 146, 158 e sg.; 166, 168 e sg.; 201, 208, 223, 225, 232, 241, 252, 257, 260, 262, 264 e sg.; 269, 274 e sg.;

277, 291 e sg.; 311, 313 e sg.; 316 e sg.; 324, 326 e sg.; 354, 500, 584 e sg.; 609, 613, 625 e sg.; 631, 636 e sg.; 647 e sg.; 652.
Reich 17.
Reocordo 516; — di Poggendorff 516; — verificazione e graduazione 533.
Reometro, V. Bussola e Galvanometro.
Reostato 507, 513, 533; — di Siemens ed Halske 514; — di Wheatstone 513; — di Wheatstone e Jacobi 514; — verificazione e graduazione 533.
Resistenza elettrica 507 e sg.; — dei solidi 517 e sg.; metodi di sostituzione 517; di sostituzione e derivazione 517; di Bosscha 518; del galvanometro differenziale 519; del ponte di Wheatstone 524; di Kohlrausch 536; — tavola, 664; — dei liquidi 538; metodi di Horsford e Becquerel 539; di Paalzow 541; di Kohlrausch e Nippoldt 542; — delle coppie elettriche 555; metodi di Ohm e di Wheatstone 555; di Waltenhofen 556; di Beetz 559; — unità di resistenza 477 e sg.; (tav.) 666.
Reticolo 377, 386.
Richter 581.
Riflessione totale (per misurare l'indice di rifrazione) 362.
Rifrazione, V. Indice di rifrazione.
Righi 335.
Risonatori 337.
Ritter 18.
Röber 333.
Romano di Berzelius 114.
Röntgen 94.
Roscoe 369.
Rose 580.
Rossetti 23, 47, 49, 58, 241, 251, 583, 610, 623, 669.
Roy 211.
Rudberg 189 e sg.; 208 e sg.; 310, 624.
Rüddorf 649.
Rühlmann 124, 172, 176 e sg.
Ruhmkorff 475.
Rumford 350.

Sabine 568.
Sacc 624.
Sainte-Claire Deville 152, 218, 585 e sg.; 624, 626 e sg.
Saint-Robert 670 e sg.
Saussure 316 e sg.; 627.
Sauveur 651.
Sawitsch 18.
Say 107.
Scala — divisa 76; — dei termometri (incisione della) 181; *id.* (punti fissi) 185; — dello spettroscopio 369.
Scale dei termometri 198.
Scheibler 333, 651.
Schellen 369.
Schiaparelli 53.
Schieck 392.
Schinz 100.
Schneebeli 486.
Schneitler 98.
Schreiber 165.
Schröder van der Kolk 519, 652.
Schüller 643.
Schwendner 390.
Secchi 419, 460.
Selmi 465, 591.
Sensibilità — della bilancia 118; — della livelletta 89.
Serbatoio del termometro 184.
Sferometro 94.
Siemens 478 e sg.; 507 e sg.; 510, 513 e sg.; 526, 665 e sg.
Silbermann 375.
Simboli chimici (tav.) 577.
Simms 98.
Simpson 101.
Sirena 330.
Smeaton 215.
Smee 469.
Solforico (soluzioni di acido) — modo di titolarle 318; — loro peso specifico (tav.) 587; — tensione dei loro vapori 318, (tav.) 638.
Solfuro di carbonio (tensione dei vapori) 639 e sg.
Soluzioni alcooliche — peso specifico (tav.) 589; — massimo di densità 47, 251; — punto di congelamento 233.
Soluzioni — di acido solforico (tav. delle densità) 587; modo di titolarle 318; tensione dei loro vapori 638; — di

acido azotico (tav. delle densità) 588; — di cloruro di sodio (tav. delle densità) 589.
Sonometro 329.
Sorgenti luminose (tav. della intensità delle) 654.
Sospensione delle barre magnetiche 406.
Specchi 370 e sg.; — modo di inargentare il vetro per specchi 465.
Spettrale (analisi) 365, (tav.) 661.
Spettrometro 354 e sg.
Spettroscopio 365; — scala di Bunsen 369.
Stampfer 245, 652.
Stas 666.
Stephan 660.
Stereometro 107.
Stewart (*Balfour*) 165.
Stolba 132.
Strumenti (modo di disporre gli) 75.
Sturm 652.
Suoni — loro analisi 337; — coincidenti (metodo dei) 341.
Suono (velocità) — nell'aria 341 e sg.; — in gas diversi dall'aria 347; — nei solidi e nei liquidi 349, (tav.) 652.
Superficie (misura delle) 100.

Tara (metodo della) 118, 126.
Taupenot 157.
Taylor 50.
Temperatura (correzioni per le misure magnetiche) 433.
Temperature — loro misura 180; — di Réaumur e Fahrenheit ridotte in centesimali 198, (tav.) 604 e sg.; — di ebollizione d'alcuni liquidi (tav.) 625; — di alcuni vapori in corrispondenza alle tensioni di 1, 2, 3 . . . . 10 atmosfere (tav.) 640.
Tempo (misura del) 168.
Tensione dei vapori, V. Forze elastiche.
Teodolite 97; — magnetico di Lamont 403 e sg.; 409, 412, 429, 452.
Teoremi di Guldino 100 e sg.
Termometriche (scale) 198, (tav.) 604 e sg.
Termometri — (comparazione di due) 200; — per basse temperature 201.
Termometro — ad aria 202; sua preparazione 205; suo uso 204; — a mercurio 180 e sg.; sua calibrazione 181, 188 e sg.; sua costruzione 180 e sg.; uso e correzioni 199; — a peso 256; usato per misurare la dilatazione dei solidi 258; — (misura delle altezze col termometro) 178, (tav.) 603.
Thénard 581.
Thomson 529 e sg.; 580.
Torsione 406, 432; — (asta di) 407.
Triplet 390.
Troost 585 e sg.; 626 e sg.
Trunk 100.

Unisono (di due canne, di due coristi, ecc.) 337.
Unità — di corrente 477 e sg.; (tav.) 666; — di forza elettromotrice 477 e sg.; — Jacobi 478; — di resistenza elettrica 478 e sg.; (tav.) 666; — Siemens 478, 507; — di intensità luminosa 353; — di misura delle lunghezze 76.
Ure 588.

Van Beck 652.
Van der Willigen 660.
Vapori — densità 148 e sg.; (tav.) 585; — calori specifici (tav.) 645; — tensioni, V. Forze elastiche.
Vaporizzazione (calore di, tav.) 648.
Variazioni — della declinazione magnetica 409, 412; — della intensità orizzontale del magnetismo terrestre 446.
Vauquelin 624.
Velocità del suono 641 e sg.; (tav.) 652.
Verniero 80.
Verticale 87.
Vetro (incisione sul) 79.
Vibrazioni — (determinazione del numero di) 329 e sg.; — numero di vibrazioni delle note musicali e della nota fondamentale (tav.) 651.
Vibrografia (norme pratiche) 169, 331.
Vibrografo 169, 331.
Villari 335.
Visione distinta (distanza della) 395.
Vite della macchina divisoria — suo esame 76; — sua rettifica ed uso 77.
Voltametro 496 e sg.

Volume — dedotto dal peso 110; — d'un vaso 226; — specifico, V. Densità.
Volumenometro 107.
Volumetro 137; — di Gay Lussac (tav.) 590.
Volumi (misura dei) 101 e sg.

Waltenhofen 381, 383, 556, 558.
Warren de la Rue 471.
Weber 450, 483, 542, 651, 666.
Weidner 610, 669.
Weinhold 155.
Wenham 393.
Wertheim 344 e sg.; 349, 652 e sg.
Wheatstone 513 e sg.; 524, 526 e sg.; 529, 555 e sg.
Wiedemann 296, 298, 300 e sg.; 478, 488, 497, 526, 646 e sg.; 665.
Wild 157.
Willigen (*van der*) 660.
Wislicenus 624.
Wollaston 391, 580 e sg.; 657.
Wood 624.
Wüllner 478, 642.

Young 100, 657 e sg.

Zero del termometro 187.
Zeuner 640.
Zinco (amalgamazione dello) 469.

FIS1463